УДК 532.542

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВИТОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ С ОДНОВРЕМЕННЫМ ВДУВОМ ЧЕРЕЗ ОДНУ И ОТСОСОМ ЧЕРЕЗ ДРУГУЮ ПОРИСТУЮ СТЕНКУ

У. К. Жапбасбаев, Г. З. Исаханова

Казахский национальный государственный университет им. Аль-Фараби, 480121 Алматы

Приведены результаты расчетно-теоретического исследования развитого турбулентного течения несжимаемой жидкости в плоском канале с одновременным вдувом массы через одну и отсосом такой же массы через другую пористую стенку. Система уравнений осредненного движения замыкается с привлечением модели турбулентных напряжений. Расчетные данные осредненных и пульсационных характеристик удовлетворительно согласуются с результатами эксперимента при двух значениях числа Рейнольдса основного потока (Re = 10400, 34000).

Введение. Турбулентные течения с массообменом через пористые стенки обладают рядом специфических свойств (вдув массы приводит к турбулизации течения, а отсос массы — к ламинаризации потока) и находят широкое практическое применение. Большинство экспериментальных и расчетно-теоретических работ были посвящены исследованию турбулентного движения в круглой трубе [1]. Здесь достигнуты значительные успехи в понимании закономерностей распределения осредненных и пульсационных характеристик течения. Результаты расчетов, проведенных с привлечением современных моделей турбулентности, находятся в удовлетворительном согласии с результатами опытов [1, 2]. В отличие от турбулентного течения в круглой трубе, движение в плоском канале с одновременным вдувом через одну и отсосом через другую стенку характеризуется несимметричностью граничных воздействий. Поэтому расчет надо вести не от центральной плоскости канала, а от одной стенки к другой. Некоторым аналогом такого рода каналовых течений является турбулентное движение в плоском канале с одной шероховатой и другой гладкой стенками [3]. Исследование показало, что несимметричные граничные условия существенно влияют на турбулентное состояние потока [3, 4]. Расчет проведен с привлечением модели рейнольдсовых напряжений, и получено удовлетворительное согласие расчетных и опытных данных [4]. Течение в плоском канале с одновременным вдувом массы через одну и отсосом ее через другую пористую стенку, как и движение с одной шероховатой стенкой, может стать полностью турбулентно развитым, что очень важно для оценки современных полуэмпирических теорий турбулентности. В этом плане исследуемое турбулентное течение может стать тестовой задачей для описания каналовых течений с массообменом через пористые стенки. Настоящая работа посвящена оценке модели турбулентности путем сопоставления расчетных результатов с опытными.

1. Физико-математическая модель течения. Рассмотрим турбулентное течение в плоском канале с пористыми стенками. Ширина канала $2B = 0{,}45$ м, а высота $2H = 0{,}034$ м, как и в условиях эксперимента. Пусть через нижнюю стенку производится вдув, а через верхнюю — отсос той же массы, так что расход основного потока не изменяется. Вследствие равенства и постоянства скоростей вдува и отсоса движение жидкости стабилизируется, и на некотором расстоянии от начала массообмена осредненные и пульсационные характеристики не меняются по направлению потока. Исследуемое течение в среднем плоское, полностью турбулентно развитое, так что все параметры зависят только от поперечной координаты течения. Ось Ox_1 направим вдоль нижней стенки канала, а ось Ox_2 — по его высоте. В соответствии с принятыми допущениями запишем уравнение движения в безразмерных переменных:

$$V_w \frac{dU_1}{dx_2} = -\frac{dP}{dx_1} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{d^2U_1}{dx_2^2} - \frac{d\langle u_1 u_2\rangle}{dx_2}. \qquad (1.1)$$

Здесь характерным масштабом скорости является среднерасходная скорость U_0, а длины — половина высоты канала H ($\mathrm{Re} = U_0 H/\nu$ — число Рейнольдса, $V_w = v_w/U_0$ — скорость массообмена). Градиент давления находится из условия сохранения расхода

$$\int\limits_0^2 U_1 dx_2 = 2. \qquad (1.2)$$

Замыкание системы (1.1), (1.2) проводится с помощью модели рейнольдсовых напряжений [2, 5], которая применительно к рассматриваемой задаче и при низких числах Рейнольдса имеет вид

$$V_w \frac{d\langle u_i u_j\rangle}{dx_2} = \frac{d}{dx_2}\Big(\frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{d\langle u_i u_j\rangle}{dx_2} - J_{ijk}\Big) + P_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij}, \qquad (1.3)$$

где P_{ij} — порождение рейнольдсовых напряжений средним сдвигом; Φ_{ij} — корреляция пульсаций давления со скоростями деформаций; J_{ijk} — турбулентный диффузионный поток; ε_{ij} — вязкая диссипация.

Выражение для ε_{ij} представим в виде [6]

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3}\,\varepsilon\delta_{ij} + \frac{2}{\mathrm{Re}} \frac{\delta_{im}\delta_{jn}}{y^2}\,\langle u_m u_n\rangle \qquad (1.4)$$

(ε — скорость диссипации кинетической энергии турбулентности, y — нормальная координата, отсчитываемая каждый раз от стенки).

В соответствии с выражением (1.4) уравнение переноса скорости диссипации кинетической энергии турбулентности ε запишем в форме Чжена [6]:

$$V_w \frac{d\varepsilon}{dx_2} = \frac{d}{dx_2}\Big[\Big(\frac{1}{\mathrm{Re}} + C_\sigma \frac{k\langle u_2^2\rangle}{\varepsilon}\Big) \frac{d\varepsilon}{dx_2}\Big] + C_{1e}\frac{\varepsilon}{k}\,P_k - C_{2e} f_e \frac{\varepsilon^2}{k} - \frac{2 g_e \varepsilon}{\mathrm{Re}\,y^2} \qquad (1.5)$$

(P_k — порождение кинетической энергии турбулентности k). Уравнение переноса кинетической энергии турбулентности легко получить из (1.3) путем свертки по индексам i, j

$$V_w \frac{dk}{dx_2} = \frac{d}{dx_2}\Big(\frac{1}{\mathrm{Re}} \frac{dk}{dx_2} - \frac{J_{iik}}{2}\Big) - \varepsilon - \frac{2k}{\mathrm{Re}\,y^2} \qquad (1.6)$$

и удобно применять в расчетах вместо уравнения для $\langle u_3^2\rangle$.

Для аппроксимации Φ_{ij} в (1.3) использовались два выражения:
первое предложено в [7]:

$$\Phi_{ij} = -C_1\frac{\varepsilon}{k}\Big(\langle u_i u_j\rangle - \frac{2}{3}\,\delta_{ij}k\Big) - \frac{C_2+8}{11}\Big(P_{ij} - \frac{2}{3}\,\delta_{ij}P_k\Big) - \frac{8C_2-2}{11}\Big(D_{ij} - \frac{2}{3}\,\delta_{ij}P_k\Big) - \frac{30\,C_2-2}{55}\,k\Big(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\Big) + \Phi_{ijw}, \qquad (1.7)$$

второе, более упрощенное, — в [8]:

$$\Phi_{ij} = -C_1\frac{\varepsilon}{k}\Big(\langle u_i u_j\rangle - \frac{2}{3}\,\delta_{ij}k\Big) - 0{,}6\Big(P_{ij} - \frac{2}{3}\,\delta_{ij}P_k\Big) + \Phi_{ijw}. \qquad (1.8)$$

Здесь

$$D_{ij} = -\left(\langle u_i u_k\rangle \frac{\partial U_k}{\partial x_j} + \langle u_j u_k\rangle \frac{\partial U_k}{\partial x_i}\right); \quad \Phi_{ijw} = \left[C_3\left(P_{ij} - \frac{2}{3}\delta_{ij}P_k\right) + C_4 k\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)\right] f_w$$

(Φ_{ijw} — пристенная поправка Φ_{ij}).

Диффузионный поток J_{ijk} в (1.3) находился по формуле [4]

$$J_{ijk} = -C_s \frac{k}{\varepsilon}\left(\langle u_i u_n\rangle \frac{\partial\langle u_j u_k\rangle}{\partial x_n} + \langle u_j u_n\rangle \frac{\partial\langle u_k u_i\rangle}{\partial x_n} + \langle u_k u_n\rangle \frac{\partial\langle u_i u_j\rangle}{\partial x_n}\right). \tag{1.9}$$

Более упрощенный аналог (1.9) приведен в [9]:

$$J_{ijk} = -0{,}22\,\frac{k}{\varepsilon}\,\langle u_2^2\rangle\,\frac{d\langle u_i u_j\rangle}{dx_2}. \tag{1.10}$$

В расчетах рассмотрены различные версии модели (1.3), отличающиеся друг от друга способами аппроксимации Φ_{ij} и J_{ijk} (см. таблицу). В систему (1.3)–(1.9) входят константы и пристеночные функции: $C_1 = 1{,}5$, $C_2 = 0{,}4$, $C_3 = 0{,}45$, $C_4 = 0{,}08$, $C_s = 0{,}11$, $C_{1e} = 1{,}35$, $C_{2e} = 1{,}8$, $C_\sigma = 0{,}15$, $g_e = \exp(-0{,}5yV_*\mathrm{Re})$, $f_e = 1 - (1/2)\exp[-k^2\mathrm{Re}/(6\varepsilon)]$, $V_* = v_*/U_0$ (v_* — динамическая скорость при отсутствии массообмена). Пристеночная функция найдена согласно гипотезе Себеси [9] и выражается зависимостью $f_w = \exp(-2y\mathrm{Re}\,V_*/A)$, где

$$A = 26\left\{-\frac{P_*}{V_{w*}}\exp(11{,}8V_{w*} - 1) + \exp(11{,}8V_{w*})\right\}^{1/2}; \quad P_* = -\frac{dP}{dx_1}\frac{1}{\mathrm{Re}\,V_*^3}; \quad V_{w*} = \frac{V_w}{V_*}.$$

Система уравнений движения (1.1), (1.2) решается совместно с уравнениями переноса $\langle u_1^2\rangle$, $\langle u_2^2\rangle$, k, $\langle u_1 u_2\rangle$, ε при граничных условиях

$$x_2 = 0\colon \quad U_1 = 0, \langle u_1^2\rangle = \langle u_2^2\rangle = \langle u_1 u_2\rangle = k = \varepsilon = 0,$$

$$x_2 = 2\colon \quad U_1 = 0, \langle u_1^2\rangle = \langle u_2^2\rangle = \langle u_1 u_2\rangle = k = \varepsilon = 0.$$

Для численного интегрирования системы используется сетка с переменным шагом. Как правило, вблизи стенки ($0 \leqslant x_{2*} \leqslant 5$, $x_{2*} = x_2 V_*\mathrm{Re}$) сосредоточено 5 узлов, следующие 12 узлов удалены от стенки на расстояние $5 \leqslant x_{2*} \leqslant 65$, а на наиболее удаленный участок от стенки ($65 \leqslant x_{2*} \leqslant V_*\mathrm{Re}$) приходится от 30 до 50 узлов в зависимости от Re. Численное решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений получено итерационным методом Ньютона. Градиент давления определялся методом расщепления [10] из условия сохранения расхода (1.2). Верификация модели и численного метода решения проводилась

Версия модели	Аппроксимация для Φ_{ij}			Аппроксимация для J_{ijk}	
	Выражение		$\Phi_{ijw} = 0$	Выражение	
	(1.7)	(1.8)		(1.9)	(1.10)
A1	+			+	
A2	+		+	+	
A3	+		+		+
B1		+		+	
B2		+	+	+	
B3		+	+		+

Примечание. Знак + означает, что в определенной версии модели для аппроксимации Φ_{ij} и J_{ijk} было использовано то выражение, под которым стоит этот знак.

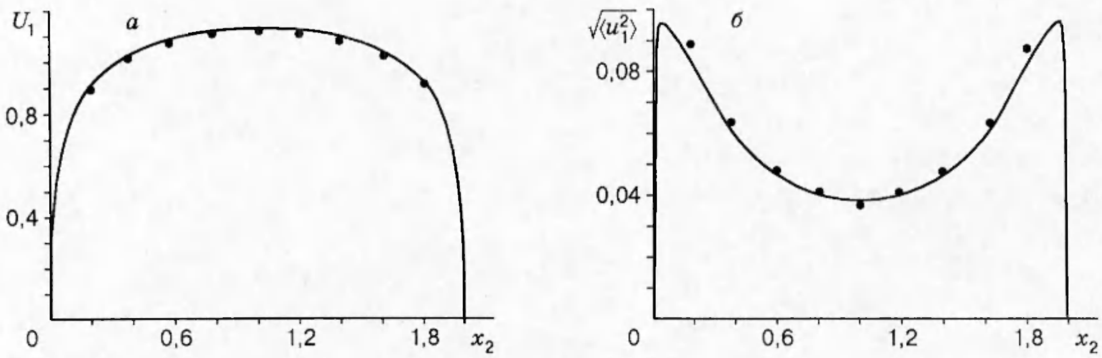

Рис. 1

путем сравнения расчетных данных с экспериментальными при изучении [11] развитого турбулентного течения в плоском канале без массообмена через стенки. Тестовые расчетные данные продольной компоненты скорости U_1 и среднеквадратичной продольной компоненты скорости пульсационного движения $\sqrt{\langle u_1^2\rangle}$ находятся в удовлетворительном согласии с опытными (рис. 1, где линии — расчет, точки — эксперимент [11]).

2. Обсуждение результатов расчета. Основные режимные параметры течения Re и V_w. Численный эксперимент проведен в диапазоне изменения режимных параметров $4\cdot 10^3 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 4\cdot 10^4$, $0 \leqslant V_w \leqslant 0{,}01$. Подробные расчетные данные получены при $\mathrm{Re} = 10400$ и 34000 в соответствии с условиями экспериментов [12]. В расчетах, как и в опытах, скорость массообмена $V_w = 0$; 0,002; 0,004; 0,006; 0,009 при $\mathrm{Re} = 10400$ и $V_w = 0$; 0,001; 0,0018; 0,0025; 0,0033 при $\mathrm{Re} = 34000$. Наличие экспериментальных профилей продольной компоненты скорости U_1, среднеквадратичных компонент продольной $\sqrt{\langle u_1^2\rangle}$, поперечной скорости $\sqrt{\langle u_2^2\rangle}$ пульсационного движения, турбулентного трения $\langle u_1 u_2\rangle$ позволило оценить применимость той или иной версии модели рейнольдсовых напряжений (1.3).

Сравнительный анализ расчетных распределений показал, что удовлетворительное согласие с опытными распределениями U_1, $\sqrt{\langle u_1^2\rangle}$, $\langle u_1 u_2\rangle$ получено при версии А2 (см. таблицу), хотя и здесь расчетные распределения $\sqrt{\langle u_2^2\rangle}$ отличаются от опытных. Пристенная поправка Φ_{ijw} практически мало влияет на расчетные кривые. Упрощенное выражение J_{ijk} из (1.10) несколько увеличивает значения $\sqrt{\langle u_1^2\rangle}$, $\sqrt{\langle u_2^2\rangle}$ в турбулентном ядре течения по сравнению с опытными значениями $\sqrt{\langle u_1^2\rangle}$, $\sqrt{\langle u_2^2\rangle}$. Расчеты, проведенные с учетом выражения (1.8) для Φ_{ij}, плохо согласуются с экспериментом. На основе предварительного анализа выбрана версия А2 для проведения расчетно-теоретических исследований.

На рис. 2 представлены распределения продольной компоненты скорости U_1 при разных значениях скорости массообмена V_w и при $\mathrm{Re} = 10400$ (здесь и на последующих рисунках линии — расчет, точки — эксперимент [12]). Видно, что при $V_w = 0$ профиль U_1 симметричен относительно центральной плоскости канала с максимальным значением скорости ($U_{1\,\max} = 1{,}16$). Расчетное распределение U_1 в ламинарном подслое, переходной зоне и турбулентном ядре хорошо описывает закономерности турбулентного течения в плоском канале. При наличии массообмена происходит деформация профиля U_1. Распределение U_1 становится несимметричным относительно центральной плоскости, выполаживается у стенки, где производится вдув, и, наоборот, наполняется у стенки, где производится отсос. Максимум скорости U_1 смещается от плоскости симметрии в сторону верхней границы и устанавливается там, где величина турбулентного трения $\langle u_1 u_2\rangle$ будет компенсироваться

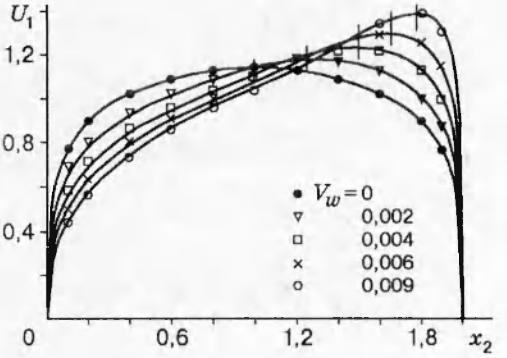

Рис. 2

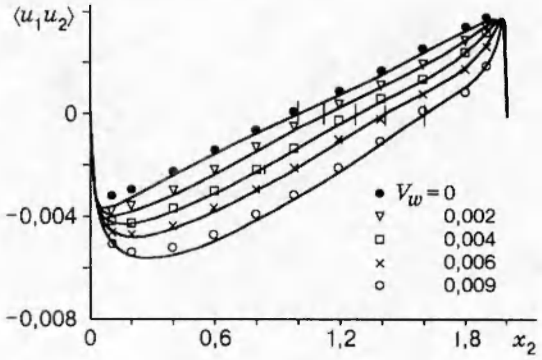

Рис. 3

касательным напряжением на стенках канала и поперечной конвекцией количества движения. Деформация профиля U_1 тем заметнее, чем больше значение V_w. При наибольшем значении скорости массообмена ($V_w = 0{,}009$), достигнутом в эксперименте, максимум U_1 находится в непосредственной близости от стенки, где производится отсос массы.

Такое обстоятельство можно объяснить только тем, что вблизи этой стенки турбулентное трение $\langle u_1u_2\rangle$ сильно уменьшается в результате отсасывания пограничного слоя (рис. 3, где профили $\langle u_1u_2\rangle$ построены при режимных параметрах, соответствующих распределению U_1). Нетрудно заметить, что со стороны вдува $\langle u_1u_2\rangle$ увеличивается тем сильнее, чем больше V_w. Первоначально линейное распределение $\langle u_1u_2\rangle$ при $V_w = 0$, симметричное относительно центральной линии, становится асимметричным с ростом V_w. Наблюдается резкое повышение $\langle u_1u_2\rangle$ у поверхности, где производится вдув массы.

Наибольшее значение $\langle u_1u_2\rangle$, как правило, равное касательному напряжению на стенке при $V_w = 0$, начинает сдвигаться вглубь течения. С увеличением V_w все большая часть сечения канала попадает под воздействие поперечной конвекции количества движения и лишь у поверхности, где производится отсос массы, сказывается действие касательного напряжения стенки. Нулевое значение $\langle u_1u_2\rangle$ сдвигается с центральной плоскости канала, и его местоположение x_{20} не совпадает с координатой x_{2m} максимального значения продольной компоненты скорости U_{1m}. Причем x_{2m} находится ближе к стенке канала. Расчетные данные показывают, что значения U_1 в целом коррелируют с распределением $\langle u_1u_2\rangle$ и находятся в удовлетворительном согласии с опытными при всех значениях скорости массообмена V_w.

Результаты расчета U_1, $\langle u_1u_2\rangle$, полученные при $\mathrm{Re} = 34000$, приведены на рис. 4, 5.

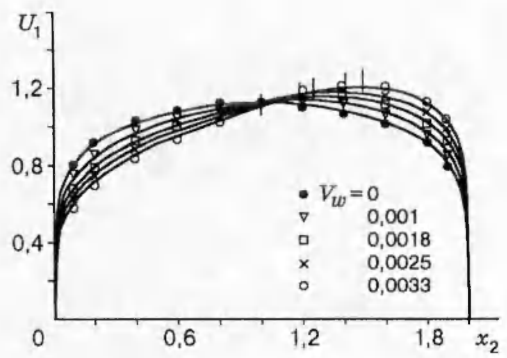

Рис. 4

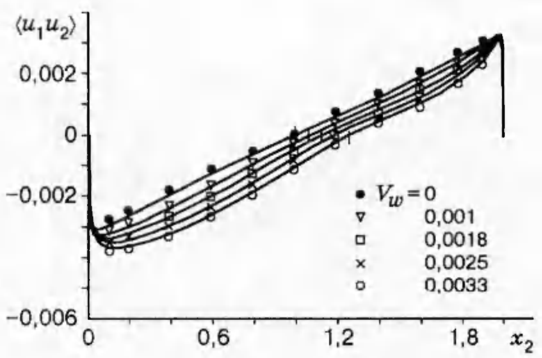

Рис. 5

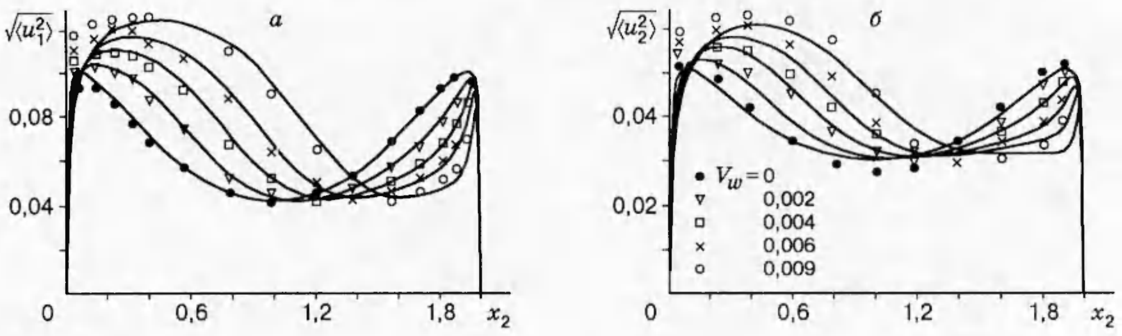

Рис. 6

Профили U_1, $\langle u_1 u_2\rangle$ в качественном отношении повторяют закономерности, отмеченные выше. Однако количественно имеет место некоторое различие: 1) турбулентное ядро течения стало занимать большую часть области поперечного сечения канала; 2) ввиду снижения значения V_w деформация профилей U_1, $\langle u_1 u_2\rangle$ менее заметна, чем при $\mathrm{Re} = 10400$; 3) опытные данные находятся в удовлетворительном согласии с расчетными (кривые U_1, $\langle u_1 u_2\rangle$).

На рис. 6 построены профили среднеквадратичных компонент продольной $\sqrt{\langle u_1^2\rangle}$ (*а*) и поперечной $\sqrt{\langle u_2^2\rangle}$ (*б*) скорости пульсационного движения при $\mathrm{Re} = 10400$. Видно существенное повышение турбулентных характеристик со стороны стенки, где производится вдув массы, и их снижение у поверхности, где производится отсос пограничного слоя. Наблюдается рост значений $\sqrt{\langle u_1^2\rangle}$, $\sqrt{\langle u_2^2\rangle}$ у нижней границы, несмотря на то что градиент продольной компоненты скорости U_1 уменьшается, и тем самым порождение турбулентности осредненным движением ослабевает. При этом чем больше V_w, тем интенсивнее увеличение $\sqrt{\langle u_1^2\rangle}$, $\sqrt{\langle u_2^2\rangle}$. Максимальные значения $\sqrt{\langle u_2^2\rangle}$, $\sqrt{\langle u_1^2\rangle}$ растут и сдвигаются вглубь турбулентного ядра течения, а минимальные отходят от центральной плоскости канала в сторону верхней границы. Вблизи поверхности, где производится отсос массы, уменьшаются значения $\sqrt{\langle u_1^2\rangle}$, $\sqrt{\langle u_2^2\rangle}$, хотя в этой области градиенты продольной компоненты скорости U_1 значительные и порождения турбулентности осредненным движением должно быть заметным. Расчетные данные доказывают тот факт, что вдув массы приводит к увеличению значений турбулентных характеристик, а отсос пограничного слоя — к их уменьшению. Расчетные результаты $\sqrt{\langle u_1^2\rangle}$ находятся в удовлетворительном согласии с опытными при всех значениях скорости массообмена V_w, тогда как расчетные кривые

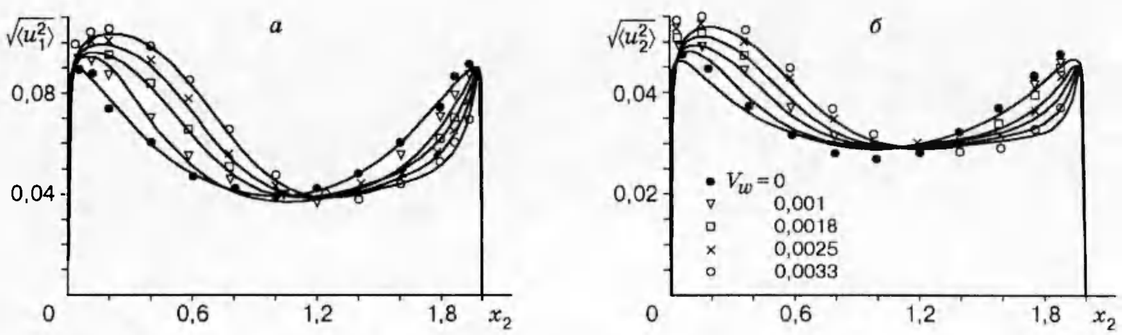

Рис. 7

$\sqrt{\langle u_2^2 \rangle}$ заметно отличаются от опытных, хотя качественно поведение $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle}$ аналогично распределению $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle}$ в зависимости от V_w.

Начиная с Re = 34000 при увеличении V_w не происходит существенно качественной перестройки профилей $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle}$ и $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle}$ (рис. 7). Деформация профилей и их характерных значений (максимумы $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle}$, $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle}$, сдвиг координаты минимумов) заметно ниже, чем при Re = 10400. Это можно объяснить не только меньшим значением V_w, но и ростом турбулентности потока при Re = 34000. Имеет место неплохое согласие расчета с экспериментом для $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle}$.

В результате расчетно-теоретических исследований можно сделать выводы:

1) модель рейнольдсовых напряжений в версии A2, дополненная уравнением скорости диссипации кинетической энергии турбулентности, может быть применена для описания турбулентного полностью развитого течения в плоском канале с одновременным вдувом массы через одну и отсосом той же массы через другую стенку;

2) расчетные данные характеристик осредненного движения и пульсационного находятся в удовлетворительном согласии с опытными;

3) рассмотренное полностью развитое течение в плоском канале с массообменом через пористые стенки является классическим примером, где одновременно присутствуют эффекты ламинаризации и турбулизации потока, и может стать тестовой задачей для оценки возможностей современных моделей турбулентности.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ерошенко В. М., Зайчик Л. И.** Гидродинамика и тепло- и массообмен на проницаемых поверхностях. М.: Наука, 1984.
2. **Со Р. М. К., Юа Г. И.** Модель турбулентности для течений с малыми числами Рейнольдса, учитывающая массоперенос через пористую стенку // Аэрокосмич. техника. 1988. № 8. С. 5–15.
3. **Hanjalic K., Launder B. E.** Fully developed asymmetric flow in a plane channel // J. Fluid Mech. 1972. V. 51, pt 1. P. 301–324.
4. **Hanjalic K., Launder B. E.** A Reynolds-stress model of turbulence and its application to thin shear flows // J. Fluid Mech. 1972. V. 52, pt 4. P. 609–638.
5. **Ершин Ш. А., Жапбасбаев У. К., Кожахметов Т. Б., Смольянинов А. В.** Турбулентное течение несжимаемой жидкости в канале с односторонним массообменом // ПМТФ. 1991. № 1. С. 62–68.
6. **Chien K. Y.** Predictions of channel and boundary layer flows with low Reynolds-number two-equation model of turbulence // AIAA J. 1982. V. 20, N 1. P. 33–38.
7. **Launder B. E., Reece G. J., Rodi W.** Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure // J. Fluid Mech. 1975. V. 68, pt 3. P. 537–566.
8. **Daly B. J., Harlow F. H.** Transport equations of turbulence // Phys. Fluids. 1970. V. 13. P. 2634–2649.
9. **Cebeci T.** Behavior of turbulent flow near a porous wall with pressure gradient // AIAA J. 1970. V. 12, N 8. P. 24–29.
10. **Симуни Л. М.** Движение вязкой несжимаемой жидкости в плоской трубе // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1965. Т. 5, № 6. С. 1138–1141.
11. **Хуссейн, Рейнольдс.** Экспериментальное исследование полностью развитого турбулентного течения в канале // Теорет. основы инж. расчетов. 1975. № 4. С. 295–309.

12. **Жапбасбаев У. К., Кожахметов Т. Б., Смольянинов А. В., Изимов Н.** Турбулентное течение несжимаемой жидкости в плоском канале с вдувом и отсосом через пористые стенки // Гидродинамика и тепло- и массообмен сложных течений. Алма-Ата: КазГУ, 1989. С. 52–56.

Поступила в редакцию 19/III 1996 г.,
в окончательном варианте — 7/V 1996 г.