

ПЛОСКИЕ ВОЛНЫ В НЕОДНОРОДНЫХ ПЛАСТИЧЕСКИХ СРЕДАХ И ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С ПРЕГРАДАМИ

Г. М. Ляхов, Р. А. Осадченко, Н. И. Полякова

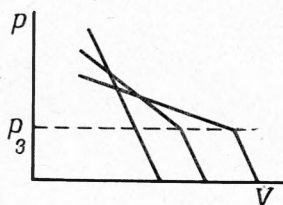
(Москва)

Среды, в которых обычно исследуется распространение сильных возмущений, во многих случаях будут неоднородными.

Неоднородность может проявляться в наличии более или менее четко выраженных слоев с различными характеристиками, или в непрерывном изменении свойств от частицы к частице, например, с удалением от свободной поверхности влажность и плотность грунтов обычно монотонно возрастают. Волна, движущаяся от свободной поверхности, в этом случае встречает на своем пути частицы с разными законами сжимаемости. С увеличением расстояния сжимаемость среды перед фронтом волны уменьшается. Опыты показывают, что при достаточно интенсивном уменьшении сжимаемости грунтов на некоторых участках с удалением от источника возмущения (например, места взрыва заряда ВВ) наблюдается возрастание давления в плоской волне. При движении взрывной волны в противоположном направлении наблюдается падение давления более быстрое, чем в однородной среде.

Распространение плоских волн в средах с непрерывно меняющимися свойствами изучалось П. Пежиной, С. С. Давыдовым, Г. К. Ягундом, Я. Осецким, Г. М. Ляховым [1-5] и др. Ниже в развитие [5,6] решается задача о распространении плоской одномерной ударной волны (сильного возмущения) в неоднородной пластической среде, свойства которой непрерывно меняются от частицы к частице, а также об отражении этой волны от преграды. Принятое предположение о постоянстве объема среды при разгрузке и вторичной нагрузке и аппроксимация диаграммы одноосного сжатия напряжение—деформация $\sigma(\varepsilon)$ (или зависимости давление—объем $p(V)$) кусочно-линейной функцией позволили получить решение в простом аналитическом виде. Показано, что в неоднородных средах может происходить заметное возрастание давления по мере распространения плоской волны.

1. Распространение волны. Рассмотрим среду, диаграмма сжатия которой $p(V)$ в некотором интервале давлений в каждой частице может быть аппроксимирована двумя прямолинейными звеньями (фиг. 1). Угол наклона первого звена и максимальное значение давления p_s , соответствующее этому звену, у всех частиц одинаковы. Угол наклона второго звена монотонно меняется с возрастанием пространственной координаты h



Фиг. 1

$$\begin{aligned} p &= -A_0^2 [V_s(h) - V_0(h)], & p \leq p_s, \\ p - p_s &= -A^2(h) [V(h) - V_s(h)], & p \geq p_s, \\ p &= -\sigma, & \varepsilon = \frac{V - V_0}{V_0} = \frac{p_0 - p}{p} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Индекс 0 соответствует начальному состоянию среды, p_0 принимается равным нулю, σ — компонента напряжения в направлении движения волны, ρ — плотность среды.

Разгрузку и повторную нагрузку примем происходящими при неизменном объеме

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (1.2)$$

Воспользуемся координатами Лагранжа масса h , время t . Основные уравнения движения в этих координатах имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial h} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial h} - \frac{\partial V}{\partial t} = 0, \quad h = \int_{x(0,t)}^{x(h,t)} \rho_0(x) dx \quad (1.3)$$

Здесь $u(h, t)$ — скорость частиц, x — расстояние в единицах длины. Пусть в начальном сечении среды $h = 0$ при $t = 0$ давление скачком возрастает до p_m , а затем убывает по заданному уравнению

$$p = f(t) \quad (1.4)$$

При $t = 0$ от начального сечения среды начнут движение два ударных фронта (фиг. 2). Уравнение линии фронта первой волны $h = A_0 t$.

Течение за фронтом этой волны (область I^* на фиг. 2) определяется уравнениями $p = p_s$, $A_0 u = p_s$.

За фронтом второй волны (область I на фиг. 2) происходит разгрузка среды. При соблюдении (1.2) решение уравнений (1.3) в области разгрузки известно [6]

$$u = \varphi(t), \quad p = -h\dot{\varphi}(t) + \psi(t) \quad (1.5)$$

Скорость частиц не зависит от пространственной координаты.

Задача сводится к определению из граничных условий функций $\varphi(t)$ и $\psi(t)$, а также линии фронта $h_1(t)$. В дальнейшем эти функции, а также $p(t)$, будем писать с индексом, соответствующим номеру области в плоскости h, t .

Первое граничное условие: при $h = 0$ имеем $p = f(t)$. Отсюда найдем

$$\psi_1(t) = f(t) \quad (1.6)$$

На фронте выполняются соотношения на скачке, которые в координатах h, t имеют вид

$$p - p_s = h_1'^2 [V_s(h) - V(h)], \quad u - u_s = h_1'(t) [V_s(h) - V'(h)] \quad (1.7)$$

Из сопоставления (1.7) с (1.1) найдем уравнение линии фронта

$$h_1'(t) = A(h), \quad \int \frac{dh}{A(h)} = t + C, \quad h_1(0) = 0 \quad (1.8)$$

Если зависимость $A(h)$ линейна

$$A(h) = A_1 + \kappa h \quad (1.9)$$

то из (1.8) получим уравнение линии фронта $\kappa h_1(t) = A_1(e^{\kappa t} - 1)$

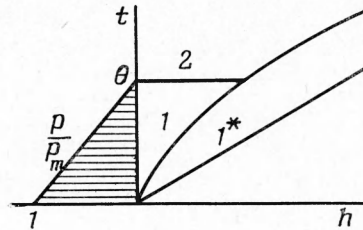
При $\kappa > 0$ с увеличением h скорость фронта возрастает, при $\kappa = 0$ она неизменна. Фиг. 2 соответствует первому случаю.

Найдем $\varphi_1(t)$. На фронте в силу (1.5) и (1.7)

$$\begin{aligned} p - p_s &= A(h) (u - u_s) - \\ &- h_1(t) \varphi_1'(t) + f(t) = h_1(t) [\varphi_1(t) - u_s] + p_s \end{aligned} \quad (1.10)$$

Интегрируя это уравнение, определим $\varphi_1(t)$ при начальном условии

$$\varphi_1(0) = \frac{f(0) - p_s}{A_1} + u_s \quad (1.11)$$



Фиг. 2

Если при $h = 0$ давление задано линейной функцией

$$p = p_m \left(1 - \frac{t}{\theta}\right) \quad (1.12)$$

а $A(h)$ в виде (1.9), то решение в области 1 имеет вид

$$u = \varphi_1(t) = \frac{\kappa}{A_1(1 - e^{\kappa t})} \left[(p_s - p_m)t + \frac{p_m t^2}{2\theta} \right] + \frac{p_s}{A_0} \quad (1.13)$$

$$p = -h \left\{ \frac{\kappa}{A_1(1 - e^{\kappa t})} \left[p_s - p_m \left(1 - \frac{t}{\theta}\right) \right] + \frac{\kappa^2 e^{\kappa t}}{A_1(1 - e^{\kappa t})^2} \left[(p_s - p_m)t + \frac{p_m t^2}{2\theta} \right] \right\} +$$

$$+ p_m \left(1 - \frac{t}{\theta}\right)$$

Если среда однородна, т. е. $\kappa = 0$, то путем предельного перехода получим ранее [6] найденные выражения скорости частиц и давления в области 1.

На фронте $h_1(t)$ скорость частиц и давление в соответствии с (1.13) определяются уравнениями

$$u(h) = -\frac{1}{\kappa h} \left\{ (p_s - p_m) \ln \left(1 + \frac{\kappa h}{A_1}\right) + \frac{p_m}{2\kappa\theta} \left[\ln \left(1 + \frac{\kappa h}{A_1}\right) \right]^2 \right\} \quad (1.14)$$

$$p(h) = p_s + \left(1 + \frac{A_1}{\kappa h}\right) \ln \left(1 + \frac{\kappa h}{A_1}\right) \left[p_m - p_s - \frac{p_m}{2\kappa\theta} \ln \left(1 + \frac{\kappa h}{A_1}\right) \right]$$

В момент $t = \theta$, когда в начальном сечении давление упадет до нуля, возникает область 2 (фиг. 2), в которой происходит дальнейшая разгрузка среды и течение определяется уравнениями (1.5). Допустим, что при $t = \theta$ фронт второй волны не догонит фронт первой волны. Найдем решение во второй области.

Из условия, что при $h = 0$ имеем $p = 0$, получим

$$\psi_2(t) = 0, \quad u = \varphi_2(t), \quad p = -h\varphi_2'(t) \quad (1.15)$$

Из условий на границе 2, I^* , которая соответствует ударному фронту, следует, что линия фронта $h_2(t)$ определяется, как и в области 1, уравнением (1.8).

Из условий на границе 2, I^* получим

$$-h_2(t)\varphi_2'(t) - p_s = h_2'(t) [\varphi_2(t) - u_s] \quad (1.16)$$

Проинтегрировав это уравнение, найдем $\varphi_2(t)$. Постоянную интегрирования ищем из условия непрерывности скорости частиц на границе 2, 1, т. е. из условия $\varphi_2(\theta) = \varphi_1(\theta)$.

Если в начальном сечении давление задано в виде (1.12), а $A(h)$ — в виде (1.9), то, интегрируя (1.16), получим решение в области 2 в виде

$$u = \varphi_2(t) = u_s + \frac{\kappa}{A_1(1 - e^{\kappa t})} \left(p_s t - \frac{p_m \theta}{2} \right) \quad (1.17)$$

$$p = -\frac{\kappa h}{A_1} (1 - e^{\kappa t})^{-2} \left[p_s (1 - e^{\kappa t}) + \kappa \left(p_s t - \frac{p_m \theta}{2} \right) e^{\kappa t} \right]$$

Из (1.17) следует, что на фронте волны

$$u = u_s - \frac{1}{h} \left[\frac{p_s}{\kappa} \ln \left(1 + \frac{\kappa h}{A_1}\right) - \frac{p_m \theta}{2} \right] \quad (1.18)$$

$$p = p_s + \left[\frac{p_m \theta}{2} - \frac{p_s}{\kappa} \ln \left(1 + \frac{\kappa h}{A_1}\right) \right] \frac{\kappa h + A_1}{h}$$

решение доведено до конца.

2. Взаимодействие волны с преградой. В некоторых средах, например в грунтах, величина p_s не превышает обычно доли атмосферного давления. Наличие слабой волны с давлением $p_s \ll p_m$, как это видно из (1.13), не оказывает существенного влияния на параметры движущегося вслед за ней сильного возмущения. В то же время при взаимодействии с преградой учет слабой волны приводит к образованию большого количества мелких областей, определение течения в которых затруднено. Поэтому решение этой части задачи проведем при аппроксимации диаграммы сжатия одним звеном (т. е. примем $p_s = 0$).

Решение в области 1 (фиг. 3) получено выше. Пусть в сечении $h^{(1)}$, соответствующем этой области, дальнейшее изменение акустического сопротивления прекращается, $A = A^*$ при $h \geq h^{(1)}$. При этом возникает область 2. Найдем решение в этой области. Линия ударного фронта, которую обозначим $h_2(t)$, прямая

$$h_2(t) - h^{(1)} = A^* (t - t^{(1)}) \quad (2.1)$$

Если акустическое сопротивление меняется в области 1 по уравнению (1.9), то

$$A^* = A_1 + \kappa h^{(1)} \quad (2.2)$$

В области 2 происходит разгрузка среды, решение ищем в виде (1.5). Из условия в сечении $h = 0$ найдем, что $\varphi_2(t) = f(t)$. Условия на ударном фронте: $p = A^{*2} (V_0 - V)$, $u = A^* (V_0 - V)$. Отсюда найдем

$$h_2 \dot{\varphi}_2 = -h_2 \varphi_2 + f(t), \quad \varphi_2 = \frac{1}{h_2} \int f(t) dt, \quad \varphi_2(t^{(1)}) = \varphi_1(t^{(1)}) \quad (2.3)$$

Рассмотрим случай, когда давление в начальном сечении меняется по уравнению (1.12), а акустическое сопротивление по уравнению (1.9). Тогда из (2.3) найдем скорость частиц и давление в виде

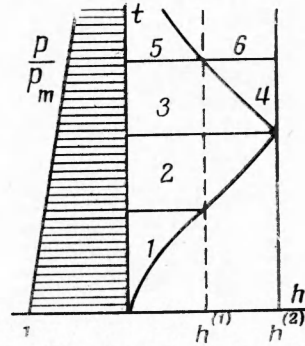
$$\begin{aligned} u &= \varphi_2 = \frac{1}{h_2(t)} p_m t \left(1 - \frac{t}{2\theta}\right) \\ \varphi_2 &= \frac{1}{h_2^2} \left[h_2 p_m \left(1 - \frac{t}{\theta}\right) - h_2 \dot{p}_m t \left(1 - \frac{t}{2\theta}\right) \right] \\ p &= -h_2 \varphi_2 + p_m \left(1 - \frac{t}{\theta}\right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Давление на фронте волны

$$p = p_m \frac{A_1 + \kappa h^{(1)}}{2h_2 \theta} \left(\frac{h_2 - h^{(1)}}{A_1 + \kappa h^{(1)}} + t^{(1)} \right) \left(2\theta - t^{(1)} - \frac{h_2 - h^{(1)}}{A_1 + \kappa h^{(1)}} \right) \quad (2.5)$$

Пусть в сечении $h^{(2)}$ находится неподвижная преграда.

При отражении от нее волны образуются две области 3 и 4 (фиг. 3). В области 3 происходит разгрузка и нагрузка среды. При $h > h^{(1)}$ нагрузка происходит до значения давления, разного у различных частиц, но равного давлению, достигнутому на фронте падающей волны $h_2(t)$. При этом $\partial V / \partial t = 0$ и решение имеет вид (1.5).



Фиг. 3

Из условия в сечении $h = 0$ следует, что $\varphi_3(t) = f(t)$. На границе $h_3(t)$ с областью 4 имеем в соответствии с (2.5)

$$p_3(h_3) = -h_3(t) \dot{\varphi}_3(t) + f(t) = \frac{p_m}{2h_3(t)\theta} (h_3(t) - h^{(1)} + A^* t^{(1)}) \times \\ \times \left(2\theta - t^{(1)} - \frac{h_3(t) - h^{(1)}}{A^*} \right) \quad (2.6)$$

В области 4 после скачка давления на границе $h_3(t)$ происходит разгрузка среды. Из условия неподвижности преграды следует, что в области 4 скорость частиц равна нулю, давление зависит только от времени

$$\varphi_4 = 0, \quad p_4 = \psi_4(t) \quad (2.7)$$

Таким образом, для определения течения в областях 3 и 4 остается найти $\varphi_3(t)$, $h_3(t)$, $\psi_4(t)$.

Условия на границе $h_3(t)$ дают

$$p_4 - p_3 = h_3(t) \dot{\varphi}_3(t), \quad -\varphi_3(t) = h_3(t)(V_3 - V_4) \quad (2.8)$$

Учитывая, что $p_3 = -A^{*2}(V_3 - V_4)$, $p_4 = A^{*2}(V_4 - V_0)$, найдем отсюда и линию фронта

$$h_3(t) = h^{(2)} - A^*(t - t^{(2)}), \quad t^{(2)} = t^{(1)} + \frac{h^{(2)} - h^{(1)}}{A^*} \quad (2.9)$$

Из (2.8), (2.6) и (2.7) следует

$$\psi_4 + h_3 \dot{\varphi}_3 - f = h_3 \dot{\varphi}_3, \quad \dot{\psi}_4 = p_3 + A^* \varphi_3 \quad (2.10) \\ \dot{\psi}_4 = \dot{p}_3(h_3) + A^* \dot{\varphi}_3, \quad \dot{p}_3 = -\frac{dp_3}{dh_3} A^* \\ \dot{\psi}_4 = A^* \left(-\frac{p_3}{h_3} - \frac{dp_3}{dh_3} + \frac{f}{h_3} \right) = \frac{p_m}{\theta} \left(1 - \frac{h^{(1)} - A^*(t - t^{(1)})}{h_3} \right)$$

Из (2.10) и (2.9) получим

$$\dot{\psi}_4 = \frac{2p_m}{\theta} \left(1 - \frac{h^{(2)}}{2h^{(2)} - h^{(1)} - A^*(t - t^{(1)})} \right) \quad (2.11)$$

Интегрируя и находя произвольную постоянную из условия

$$\psi_4(h^{(2)}) = p_3(h^{(2)}) + A^* \varphi_2(t^{(2)}) \quad (2.12)$$

определим давление в области 4

$$p_4 = \psi_4 = \frac{2p_m}{\theta} \left\{ t - t^{(2)} + \frac{h^{(2)}}{A^*} \ln \left[2 - \frac{h^{(1)}}{h^{(2)}} (t - t^{(1)}) \right] \right\} + \\ + p_3(h^{(2)}) + A^* \varphi_2(t^{(2)}), \quad \varphi_2(t^{(2)}) = p_m \frac{2\theta t^{(2)} - (t^{(1)})^2}{2\theta h^{(2)}} \quad (2.13)$$

$$p_3(h^{(2)}) = p_m \left[\left(1 - \frac{h^{(1)} + A^* t^{(1)}}{h^{(2)}} \right) \left(1 - \frac{h^{(2)} - h^{(1)} - 2A^* t^{(1)}}{2A^* \theta} \right) \right] \quad (2.14)$$

Скорость частиц в области 3 определим из (2.6)

$$u = \varphi_3(t) = \int \frac{f(t) - p_3(h_3)}{h_3(t)} dt + C \quad (2.15)$$

Произвольную постоянную ищем из условия непрерывности скорости частиц при $t = t^{(3)}$.

В соответствии с (2.6) и (2.9) подставляем в (2.15) выражения $p(h_3)$ и $h_3(t)$. Заменим интегрирование по t интегрированием по h_3

$$dt = -\frac{dh_3}{A^*}, \quad t = t^{(2)} + \frac{h^{(2)} - h^{(3)}}{A^*} = t^{(1)} + \frac{2h^{(2)} - h^{(1)} - h_3}{A^*}$$

Тогда скорость частиц в области 3

$$\begin{aligned} \varphi_3 = & -\frac{P_m}{A^*} \left\{ \frac{3(h_3 - h^{(2)})}{2A^*\theta} - \frac{2h^{(2)}}{A^*\theta} \ln \frac{h_3}{h^{(2)}} - \right. \\ & \left. - \left[h^{(1)} \left(1 - \frac{t}{\theta} \right) + \frac{h^{(1)2}}{2A^*\theta} - A^* t^{(1)} \left(1 - \frac{t^{(1)}}{2\theta} \right) \right] \left(\frac{1}{h_3} - \frac{1}{h^{(2)}} \right) \right\} + \varphi_2(t^{(2)}) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Таким образом течение в областях 2, 3, 4 определено.

В момент $t^{(3)}$ фронт волны, отраженной от преграды, достигает сечения $h^{(1)}$. При этом возникнут новые области 5 и 6.

В области 5 происходит разгрузка среды и ее нагрузка до значения, достигнутого на фронте падающей волны. Отличие от области 3 в том, что у всех частиц разные начальные законы нагрузки. Вследствие этого граница 5, 6 — криволинейна. Обозначим ее $h_4(t)$. Из условия в сечении $h = 0$ и (1.5) находим

$$\psi_5 = f(t), \quad \dot{\varphi}_5 = \frac{f(t) - p_5(h_4)}{h_4}, \quad p_5(h_4) = p_4(h_4) \quad (2.17)$$

Линия фронта $h_4(t)$ определяется из условий

$$p_6 - p_5 = h_4 \dot{\varphi}_5, \quad \varphi_6 = 0, \quad -\dot{\varphi}_5 = h_4(V_5 - V_6) = \frac{h_4(p_5 - p_6)}{(A_1 + \kappa h_4)^2} \quad (2.18)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} h_4 = & -(A_1 + \kappa h_4), \quad h_4(t) = \frac{A_1}{\kappa} \left[\left(1 + \frac{\kappa h}{A_1} \right) e^{-\kappa(t-t^{(3)})} - 1 \right] \quad (2.19) \\ t^{(3)} = & t^{(1)} + 2t^{(2)} = t^{(1)} + 2 \frac{h^{(2)} - h^{(1)}}{A_1 + \kappa h^{(1)}} \end{aligned}$$

Подставим t , определенное из (2.19) в (2.17), и заменим интегрирование по t интегрированием по h_4

$$dt = -\frac{dh_4}{A_1 + \kappa h_4}, \quad t = t^{(3)} - \frac{1}{\kappa} \ln \frac{A_1 + \kappa h_4}{A_1 + \kappa h^{(1)}}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \varphi_5(t) = & -P_m \int \left\{ \frac{1}{(A_1 + \kappa h_4) h_4} \left(1 - \frac{t^{(3)}}{\theta} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{A_1 + \kappa h_4}{A_1 + \kappa h^{(1)}} \right) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{\kappa h_4^2} \left[\ln \frac{A_1 + \kappa h_4}{A_1} - \ln \frac{A_1 + \kappa h_4}{A_1} \right]^2 \right\} dh_4 + C \end{aligned}$$

Постоянная определяется из условия непрерывности скорости частиц на границе областей 3, 5.

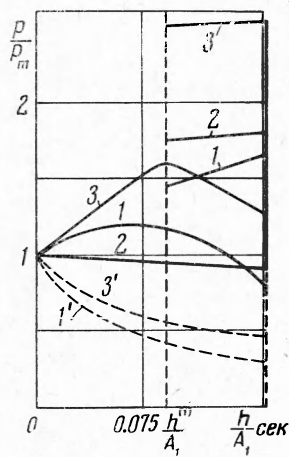
В области 6 скорость частиц равна нулю, а давление определяется из уравнений (2.18) и (2.19)

$$p_6 = p_5(h_4) - h_4 \dot{\varphi}_5 = p_5(h_4) + (A_1 + \kappa h_4) \dot{\varphi}_5$$

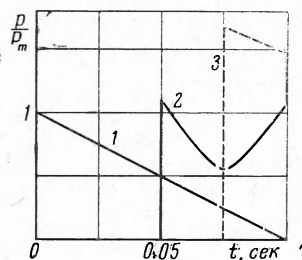
Таким образом, решение в областях 5 и 6 найдено. Однако интеграл, определяющий функцию $\varphi_5(t)$, не может быть выражен в элементарных функциях, поэтому определение течения в этих областях следует проводить численным методом.

3. Обсуждение результатов расчета. Физическая сущность процесса распространения и взаимодействия волн в неоднородных средах может быть выяснена, исходя из найденных выражений. Рассмотрим случай, когда давление в начальном сечении грунта соответствует уравнению (1.12), а изменение акустического сопротивления — (1.9). Сначала оценим возможные значения κ . Пусть, например, в слое, примыкающем

к начальному сечению $\rho = 1.6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, а скорость пластической волны $C = 80 \text{ м/сек}$. На расстоянии 20 м имеем $\rho = 2 \cdot 10^3 \text{ кг/см}^3$, а $c = 420 \text{ м/сек}$. Принимая линейный закон изменения плотности с расстоянием, найдем, что $\kappa = 20 \text{ сек}^{-1}$. Возрастание κ и ρ на отдельных участках в других плотных средах может происходить и более интенсивно.



Фиг. 4

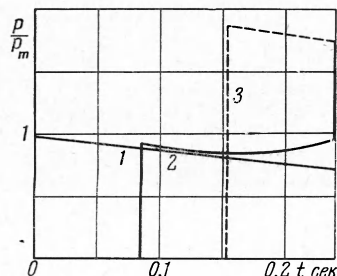


Фиг. 5

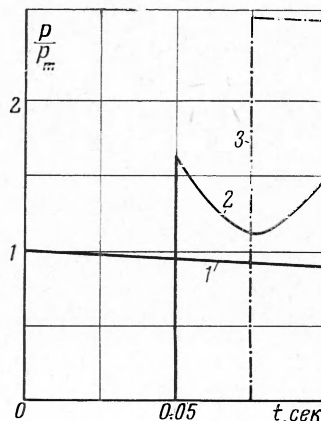
На фиг. 4 линии 1, 2, 3, соответствуют максимальному давлению на фронте падающей и отраженной волн. Принято, что, начиная с сечения $h^{(1)}$, свойства среды по глубине не меняются. При этом $h^{(1)} / A_1 = 0.0858 \text{ сек}$. В сечении $h^{(2)}$ расположена неподвижная преграда из несжимаемого материала $h^{(2)} / A_1 = 0.154 \text{ сек}$.

Линия 1 соответствует давлению при $\theta = 0.1 \text{ сек}$, $\kappa = 20 \text{ сек}^{-1}$, линия 2 — при $\theta = 1 \text{ сек}$, $\kappa = 0$ (однородная среда), линия 3 — при $\theta = 1 \text{ сек}$, $\kappa = 20 \text{ сек}^{-1}$. В неоднородных средах $t^{(1)} = 0.05 \text{ сек}$, $t^{(2)} = 0.075 \text{ сек}$, в однородной среде $t^{(1)} = 0.0858 \text{ сек}$, $t^{(2)} = 0.154 \text{ сек}$.

Из графиков следует, что с удалением от начального сечения при $\kappa > 0$ может происходить возрастание давления. С уменьшением θ величина нарастания уменьшается. С переходом в область $\kappa = 0$ давление на фронте с расстоянием начинает убывать. При подходе к преграде давление при $\theta = 1 \text{ сек}$ еще не успевает упасть до p_m , а при $\theta = 0.1 \text{ сек}$ оно уменьшается до $0.82 p_m$.



Фиг. 6



Фиг. 7

При отражении от преграды давление скачком возрастает в два раза. На фронте отраженной волны с приближением к начальному сечению давление убывает. При меньшем значении θ убывание происходит интенсивнее.

Линия 1' соответствует скорости частиц при $\theta = 0.1 \text{ сек}$, $\kappa = 20 \text{ сек}^{-1}$, линия 3' — при $\theta = 1 \text{ сек}$, $\kappa = 20 \text{ сек}^{-1}$. В однородной среде графики p / p_m и $A_1 u / p_m$ совпадают.

Скорость частиц во всех случаях убывает с расстоянием. В неоднородной среде скорость частиц с расстоянием уменьшается интенсивнее, чем в однородной. С увеличением θ интенсивность убывания скорости уменьшается. В отраженной волне скорость частиц равна нулю.

На фиг. 5, 6, 7 представлены графики зависимости $p(t) / p_m$ для некоторых сечений среды. Эти фигуры относятся соответственно к случаям $\theta = 0.1 \text{ сек}$, $\kappa = 20 \text{ сек}^{-1}$; $\theta = 1 \text{ сек}$, $\kappa = 0$; $\theta = 1 \text{ сек}$, $\kappa = 20 \text{ сек}^{-1}$. На всех фигурах кривая 1 — давление при $h = 0$ кривая 2 — при $h = h^{(1)}$, кривая 3 — при $h = h^{(2)}$.

Во всех сечениях за фронтом падающей волны происходит падение давления, сопровождающееся разгрузкой среды. Это падение продолжается и после $t = t^{(2)}$. Однако зона падения давления, входящая в область 3 (т. е. при $t > t^{(2)}$), во всех точках, кроме лежащих вблизи от сечения $h = 0$, быстро сменяется зоной нарастания давления, происходящего при $\partial V / \partial t = 0$. После скачка давления на фронте отраженной волны $h_3(t)$ давление снова падает.

Таким образом, в неоднородных средах при $\kappa > 0$ может происходить возрастание давления по мере распространения волны. С увеличением κ интенсивность возрастания давления увеличивается. Максимальная волновая нагрузка действующая на преграду, может существенно превосходить нагрузку, действующую в однородной среде, при том же законе изменения давления на свободной поверхности. Скорость частиц в неоднородных средах меньше, чем в однородных.

Решение проведено без учета вязких свойств среды, т. е. зависимости диаграммы $\sigma(\epsilon)$ от скорости деформации. Учет этого фактора приведет к возрастанию потерь энергии в волне и следовательно к ослаблению ее с расстоянием [5].

Поступила 26 II 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Л я х о в Г. М. Отражение и преломление ударных волн в многокомпонентных средах и в воде. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 3.
2. Д а в ы д о в С. С. Колебания разнородного грунта в упругопластической стадии от кратковременной нагрузки. В сб. «Динамика грунтов», М., Стройиздат, 1958.
3. P e r z y n a P. Propagation of elastic — plastic waves in a non-homogeneous medium. Arch. Mech. stos. Warsaw, 1959, No. 5.
4. O s i e c k i J. Propagation stress wave in a non-homogeneous solid. Proc. vibration problems. Warsaw, 1960, No. 2.
5. Л я х о в Г. М. Об учете неоднородности грунтов и их вязких свойств при решении волновых задач. В сб.: «Динамика оснований и фундаментов» (Тр. II Всес. конф.). М., 1969.
6. Л я х о в Г. М., П о л я к о в а Н. И. Волны в плотных средах и нагрузки на сооружения. М., «Недра», 1967.