УДК 535.313.6

Алгоритм управления адаптивной оптической системой на основе минимизации радиуса фокального пятна

Д.А. Ягнятинский, Д.М. Ляхов, А.Н. Боршевников, В.Н. Федосеев*

НИИ НПО «ЛУЧ» 142100, г. Подольск, ул. Железнодорожная, 24

Поступила в редакцию 15.07.2016 г.

Предложен алгоритм управления адаптивной оптической системой, работающий по фокальному пятну от светового пучка. Алгоритм основан на аналитической зависимости между радиусом пятна и изменением формы поверхности деформируемого зеркала. Показано, что алгоритм обеспечивает эффективное модальное управление при компенсации аберраций второго порядка. Расчетно-экспериментальное моделирование подтвердило работоспособность алгоритма.

Ключевые слова: алгоритм управления, адаптивная оптическая система, фокальное пятно, численное моделирование, волновой фронт, аберрации второго порядка; control algorithm, adaptive optics system, focal spot, numerical modeling, wave front, second order aberration.

Введение

Современные задачи компенсации фазовых искажений волнового фронта оптического излучения требуют разработки новых алгоритмов управления деформируемыми зеркалами. Основными критериями, которым должен отвечать алгоритм управления, являются порядок устраняемых аберраций, быстродействие, помехоустойчивость и простота реализации в реальных условиях.

1. Управление адаптивными оптическими системами

В адаптивной оптике изначально существовало два основных метода управления: фазового сопряжения и апертурного зондирования [1]. Последний иногда называют методом пробных возмущений. Обоим методам присущи свои достоинства и недостатки [1]. В настоящей статье рассматривается разновидность метода апертурного зондирования.

Обратная задача по восстановлению падающего волнового фронта по интенсивности в фокальном пятне, как известно [2–4], не имеет решения в общем случае. Поэтому применяются различные итеративные методы воздействия на систему, чтобы найти решение за определенное число итераций. При этом для расчетов используют различные численные методы: градиентного спуска [5], стохастические [6], симплекс [7, 8] и др. Основными недостатками такого подхода являются большое количество итераций, связанных с физическим воздействием на систему, и, как следствие, большое время работы.

Для определения результата работы адаптивной оптической системы необходимы определенные критерии. Как правило, в существующих алгоритмах по фокальному пятну рассматриваются два основных принципиальных параметра: максимальная пиковая интенсивность и эффективный размер (в нашем случае радиус) фокального пятна. Использование в качестве критерия каждого из двух указанных параметров в отдельности содержит в себе определенные преимущества и недостатки [5]. Критерий максимальной пиковой интенсивности может привести к локальному экстремуму, не отвечающему наилучшей коррекции. Недостатком же критерия по радиусу является слабая на фоне имеющихся помех чувствительность к возмущению, когда срабатывает один привод деформируемого зеркала. Однако при воздействии группы приводов чувствительность становится достаточно сильной для проведения измерений и расчетов. По этой причине авторами был выбран критерий минимального радиуса фокального пятна.

Исходная задача, для которой был разработан данный алгоритм, — корректировка световых аберраций второго порядка при работе с неяркими небесными объектами. Как известно, эти аберрации являются наиболее существенными при деформации зеркала вследствие его нагрева [9, 10], а также из-за атмосферной турбулентности и неоднородности [11–13]. Скорость работы коррекции волнового фронта, которая при этом необходима, соответствует частоте порядка 1–10 Гц [14].

Предложенный алгоритм позволяет менее чем за 10 физических воздействий на деформируемое

^{*} Дмитрий Александрович Ягнятинский (day@luch. podolsk.ru); Дмитрий Михайлович Ляхов (ldm@luch.podolsk.ru); Андрей Николаевич Боршевников (ab@luch.podolsk.ru); Виктор Николаевич Федосеев (fvn@luch.podolsk.ru).

[©] Ягнятинский Д.А., Ляхов Д.М., Боршевников А.Н., Федосеев В.Н., 2016

зеркало (ДЗ) скорректировать рассматриваемые аберрации. С учетом того что из физических свойств деформируемой поверхности [15] зеркала на каждое воздействие уходит ~ 0,015 с, возможность данного алгоритма соответствует предъявляемым на практике требованиям.

Оптические расчеты проводятся в приближении геометрической оптики, что возможно, когда фокальное пятно значительно больше дифракционного предела.

2. Математическая постановка задачи

Выразим с использованием матричной формы записи математическую постановку задачи. В приближении геометрической оптики алгоритм в процессе работы должен решить задачу о минимизации функционала, характеризующего невязку поверхности волнового фронта *Pol2* с аппроксимацией компонентами *T*, с коэффициентами **A**:

$$\left(\|\operatorname{Pol2'}\| - \left\| \frac{T'_x}{T'_y} \right\| \mathbf{A} \right)^T K \left(\|\operatorname{Pol2'}\| - \left\| \frac{T'_x}{T'_y} \right\| \mathbf{A} \right) \to \min, \quad (1)$$

где *К* — диагональная матрица весов в общем случае.

Из формулы (1) видно, что при использовании критерия минимизации радиуса задача оптимизации является моноэкстремальной.

Для описания формы деформируемых зеркал используются различные виды степенных и других функций. Для расчетов волнового фронта на круглой апертуре часто применяют полиномы Цернике. В данной работе используются эти полиномы, так как схема расположения приводов используемого ДЗ намного точнее позволяет отрабатывать моды Цернике, чем формы, соответствующие обыкновенным степенным одночленам. Не теряя общности, представим поверхность в виде суперпозиции компонент Цернике второго порядка:

$$Pol2(x, y) =$$

= $A_3 \cdot T^{(3)}(x, y) + A_4 \cdot T^{(4)}(x, y) + A_5 \cdot T^{(5)}(x, y), (2)$

где A_3 , A_4 , A_5 — коэффициенты, которые требуется определить.

На рабочей области ДЗ мы задаем регулярную сетку точек (x_m, y_m) ; обозначим их количество K, а значение отклонения поверхности в точке $F_m = Pol2(x_m, y_m)$.

По законам геометрической оптики для тонких линз, луч, отразившись от каждой точки ДЗ, пройдя линзу, попадет в точку фокальной плоскости с координатами

$$X_m = -foc \cdot F'_{x_m},$$

$$Y_m = -foc \cdot F'_{y_m},$$

где foc — фокусное расстояние линзы, а F'_{x_m} и F'_{y_m} — значения производных функции, описывающей форму поверхности в точке отражения. На рис. 1 приведена упрощенная схема фрагмента адаптивной оптической системы.



Рис. 1. Путь излучения от деформируемого зеркала до ПЗС-камеры

Квадрат эффективного радиуса фокального пятна вычисляется по классической формуле как момент второго порядка интенсивности и для дискретной набора точек имеет вид

$$R^{2} = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^{K} \left[(X_{m} - \bar{X})^{2} + (Y_{m} - \bar{Y})^{2} \right], \quad (3)$$
$$\bar{X} = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^{K} X_{m},$$
$$\bar{Y} = \frac{1}{K} \sum_{m=1}^{K} Y_{m}.$$

На практике при регистрации фокального пятна телекамерой его радиус на ПЗС-матрице рассчитывается с учетом яркости каждого пикселя, которая является весом $p_{i,j}$ при определении среднего значения:

$$VES = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} p_{i,j},$$

$$\bar{X} = \frac{1}{VES} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} X_{i} p_{i,j},$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{VES} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} Y_{j} p_{i,j},$$

$$R^{2} = \frac{1}{VES} \left(\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \left[(X_{i} - \bar{X})^{2} + (Y_{j} - \bar{Y})^{2} \right] p_{i,j} \right).$$
(4)

Здесь N и M — размеры прямоугольного кадра в пикселях.

3. Моделирование возмущений полиномами Цернике

Проанализируем изменение формы поверхности зеркала, вызванное добавлением базисных поверхностей — полиномов $T^{(3)}$, $T^{(4)}$, $T^{(5)}$ — к исходной. При возмущении одной из этих компонент результирующая поверхность имеет вид

$$F(x, y) = Pol2(x, y) - var \cdot T^{(j)}(x, y),$$

где var — коэффициент возмущения (вариации). Зависимость $R^2(var)$ есть квадратичная функция. В самом деле, частные производные результирующей поверхности равны

$$F'_{x} = Pol2'_{x}(x, y) - var \cdot T^{\prime(j)}_{x}(x, y),$$

$$F'_{y} = Pol2'_{y}(x, y) - var \cdot T^{\prime(j)}_{y}(x, y).$$

Значит, координаты каждой точки X_m и Y_m линейно зависят от *var*, что и доказывает выдвинутое положение. Если рассматривать сдвинутый график $R^2(var) - R_0^2$, где R_0 — начальный радиус пятна, то параболическая зависимость пройдет через точку (0, 0), и для ее определения нужно будет узнать значения в двух крайних точках. Спецификой компонент второго порядка является то, что координата вершины параболы x_0 в точности равна ее базисному коэффициенту при разложении исходной поверхности.

Приведем результаты численного эксперимента для произвольно выбранной поверхности второго порядка с заданными заранее базисными коэффициентами ($A_3 = 4,35$; $A_4 = -5,94$; $A_5 = 7,19$). На рис. 2 приведены соответствующие данные.

$$Defl(x,y) = \sum_{i=1}^{31} D_i \cdot fo_i(x,y),$$
 (5)

где $fo_i(x, y)$ — функция влияния *i*-го привода.

Определение коэффициентов разложения поверхности D_i по функциям влияния сводится к линейной задаче регрессии (рассматривается задача без учета аподизации светового пучка):

$$WD = P. (6)$$

Здесь W — матрица значений базисных функций; P — столбец значений поверхности Defl(x, y) во всех точках. Столбец искомых коэффициентов по методу наименьших квадратов выражается формулой

$$D = (W^T W)^{-1} W^T P.$$
 (7)

По этим значениям пропорционально определяются электрические напряжения на приводах.

Приведем результаты моделирования работы алгоритма с использованием имеющихся экспери-



Рис. 2. Возмущения компонентами $T^{(3)}(a), T^{(4)}(b), T^{(5)}(a)$

При аппроксимации точечного графика наблюдается идеальное совпадение с параболой. Коэффициент A_j определяется без ошибки. Данный результат свидетельствует об отсутствии так называемого взаимодействия компонент второго порядка при формировании радиуса пятна, и в этом случае возможно осуществлять модальную коррекцию волнового фронта.

4. Моделирование возмущений функциями влияния приводов

Деформируемое зеркало с ограниченным числом приводов не может отработать форму выбранных добавок к исходной поверхности без систематической погрешности [16, 17]. Однако известно, что она будет тем меньше, чем меньше порядок исправляемой аберрации [16]. Каждую компоненту нужно разложить по функциям влияния приводов (пьезоактюаторов), чтобы получить электрические напряжения, а затем отработать заданную поверхность на зеркале. Используемое в нашем случае ДЗ имеет 31 привод. В силу малой толщины пластины [18] изменение формы поверхности зеркала Defl(x, y) рассчитывается как суперпозиция функций влияния от каждого привода: ментальных функций влияния приводов. На рис. З приведены формы волнового фронта и точечные диаграммы лучей [19] для исходного и скорректированного излучения. Видно, что исходный волновой фронт скорректирован до плоского с незначительной погрешностью; на точечной диаграмме лучей представлена модель сжатия фокального пятна, координаты выражены в пикселях.

В итоге за шесть воздействий определяется поверхность волнового фронта второго порядка, и затем, седьмым воздействием, она может быть скорректирована. Таким образом, время работы алгоритма на практике составит ~ 0,1 с.

5. Радиус фокального пятна: сравнение моделирования и экспериментального кадра

При работе с телекамерой на ПЗС-матрице возникают помехи. Одним из способов устранения шума является фильтрация полученного кадра. По области снимка, не содержащей пятно, определяется порог фильтрации, затем обнуляется яркость всех пикселей, у которых она меньше порога. Оставшиеся отдельные пиксели также затемняются.

Алгоритм управления адаптивной оптической системой на основе минимизации радиуса фокального пятна 951



Рис. З. Корректировка поверхности (а); изменение точечной диаграммы лучей (б)



Рис. 4. Результаты сравнения теории и практики: *a* – поверхность волнового фронта; *б* – точечная диаграмма лучей; *в* – кадр телекамеры

Чтобы проверить, не влияет ли такая обработка кадра существенно на точность определения радиуса пятна, были проведены эксперименты, в которых сравнивались изображения фокальных пятен на телекамере для известных заранее форм поверхностей волнового фронта с соответственной точечной диаграммой лучей. Зная фокусное расстояние, диаметр зеркала и размер пикселя ПЗС-матрицы, можно сравнить теоретическое и экспериментальное значения радиусов. На рис. 4 представлены: поверхность волнового фронта как смещение по вертикальной оси во всех точках разбиения, точечная диаграмма лучей с указанием размеров в пикселях ПЗС-матрицы и реальный снимок с телекамеры. Радиусы по лучевой картинке и кадру телекамеры: 28,089 и 28,983 пкс соответственно. Один пиксель используемой телекамеры имеет длину и ширину 5,6 мкм.

Полученные результаты свидетельствуют, что отличие формы и радиуса экспериментального пятна от результатов моделирования не является существенным.

Заключение

Предложен алгоритм управления адаптивной оптической системой с критерием минимизации радиуса фокального пятна. Будучи основанным на па-

Ягнятинский Д.А., Ляхов Д.М., Боршевников А.Н., Федосеев В.Н.

раболической зависимости квадрата эффективного радиуса от коэффициента компоненты, возмущающей поверхность, алгоритм позволяет увеличить быстродействие адаптивной оптической системой. Полученные результаты моделирования демонстрируют возможность модального управления по данной методике.

Работа алгоритма продемонстрирована при моделировании коррекции поверхности второго порядка с учетом экспериментальных функций влияния приводов.

- 1. Воронцов М.А., Шмальгаузен В.И. Принципы адаптивной оптики. М.: Наука, 1985. 336 с.
- 2. Tyson R.K. Principles of Adaptive Optics. 3rd ed. London; New York: CRC Press, 2011. 314 p.
- 3. *Кузнецова Т.И.* О фазовой проблеме в оптике // Успехи физ. наук. 1988. Т. 154, вып. 4. С. 677–690.
- Воронцов М.А., Корябин А.В., Шмальгаузен В.И. Управляемые оптические системы. М.: Наука, 1988. 272 с.
- Александров А.А., Кудряшов А.В., Рукосуев А.Л., Черезова Т.Ю., Шелдакова Ю.В. Адаптивная оптическая система управления лазерным излучением // Оптич. ж. 2007. Т. 74, № 8. С. 50–55.
- 6. *Lundh* O. Control of laser focusing using a deformable mirror and a genetic algorithm // Lund Reports on Atomic Physics. 2003. 82 p.
- Малафеева И.В., Чесноков С.С. Симплексный поиск оптимальной фазы при адаптивной фокусировке световых пучков в нелинейной и турбулентной среде // VII Междунар. конф. «Оптика лазеров». Тезисы докл. С.-Петербург. 21–25 июня 1993. С. 414.
- 8. Малафеева И.В., Тельпуховский И.Е., Чесноков С.С. Динамическая коррекция нестационарной ветровой

рефракции на основе симплекс-метода // Оптика атмосф. и океана. 1992. Т. 5, № 4. С. 413–417.

- 9. Dainty J.C., Koryabin A.V., Kudryashov A.V. Low-order adaptive deformable mirror // Appl. Opt. 1998. V. 37, N 21. P. 4663–4668.
- Малашко Я.И., <u>Хабибуллин В.М.</u> Критерии для допустимых величин плавных аберраций для лазерных пучков недифракционного качества // Квант. электрон. 2014. Т. 44, № 4. С. 376–382.
- 11. Лукин И.П. Пространственные масштабы когерентности бездифракционных пучков в турбулентной атмосфере // Оптика атмосф. и океана. 2016. Т. 29, № 4. С. 300–310.
- Лавринова Л.Н., Лукин В.П. Адаптивная коррекция тепловых и турбулентных искажений лазерного излучения деформируемым зеркалом. Томск: Изд-во ИОА СО РАН, 2008. 152 с.
- Кандидов В.П., Криндач Д.П., Митрофанов О.А., Попов В.В., Соляник Ю.С. Эффективность модального управления фазой лазерного пучка // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4, № 12. С. 1254–1261.
- 14. Шанин О.И. Адаптивные оптические системы коррекции наклонов. Резонансная адаптивная оптика. М.: Техносфера, 2013. 296 с.
- Тимошенко С.П. Курс теории упругости. Киев: Наукова Думка, 1972. 508 с.
- 16. Черных А.В., Шанин О.И., Щипалкин В.И. Анализ структуры статической ошибки адаптивного зеркала // Автометрия. 2012. Т. 48, № 2. С. 38–43.
- 17. Ляхов Д.М. Оптимальное размещение приводов для квадратных зеркал со свободными краями // Автометрия. 2016. Т. 52, № 1. С. 70–78.
- Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1966. 636 с.
- Родионов С.А. Основы оптики. Конспект лекций. СПб.: ИТМО, 2000. 167 с.

D.A. Yagnyatinskiy, D.M. Lyakhov, A.N. Borshevnikov, V.N. Fedoseyev. The control algorithm for adaptive optics system based on the focal spot radius minimizing.

The control algorithm for adaptive optics system, which works using focal spot of the light beam, is proposed. Algorithm is based on the analytical relationship between spot-radius and the changing of the deformable mirror surface. A numerical modeling, which confirms this dependence and the opportunity of its usage for wave front correction, has been carried out. Some experimental results that point out the opportunity of using the algorithm in practice have been presented.