

УДК 539.3

DOI: 10.15372/PMTF202315374

МОДЕЛЬ И МЕТОД РАСЧЕТА ЦИКЛИЧЕСКОЙ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ ПРИ ВЫСОКОЧАСТОТНОМ НАГРУЖЕНИИ КОРСЕТНЫХ ОБРАЗЦОВ

И. С. Никитин, А. Д. Никитин, Б. А. Стратула

Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, Россия

E-mails: i_nikitin@list.ru, nikitin_alex@bk.ru, stratula@matway.net

С использованием полученных ранее аналитических формул для собственных частот и форм колебаний неоднородных стержней с переменным сечением (корсетной формы) определены геометрические и упругие характеристики образцов, а также выполнены оценки амплитуд осевых напряжений, полученных при проведении экспериментальных исследований усталостной прочности металлических сплавов при высокочастотном циклическом нагружении. На основе трехрежимной модели усталостного разрушения предложен численный метод расчета кинетики повреждаемости при высокочастотном циклическом нагружении растяжением-сжатием образцов корсетной формы при различных значениях коэффициента асимметрии цикла. Проведено сравнение результатов расчетов по предложенной модели с результатами экспериментов на образцах корсетной формы из титанового сплава. Предложенные модель и метод расчета позволяют с достаточной точностью строить усталостные кривые для различных режимов циклического нагружения и коэффициентов асимметрии цикла. Для этого достаточно знать базовые точки бимодальной усталостной кривой для реверсивного цикла.

Ключевые слова: сверхмногоцикловая усталость, колебания стержней переменного сечения, теория возмущений, высокочастотные испытания на растяжение-сжатие, циклическая повреждаемость

Введение. Ранее [1] под усталостью материалов понималась их реакция на циклические процессы нагружения, приводящие к разрушению после $10^5 \div 10^6$ циклов, что в современной литературе называется многоцикловой усталостью (МнЦУ). Было введено понятие предела усталости как уровня амплитуд циклического нагружения, ниже которого усталостного разрушения не происходит. Понятие циклического неупругого деформирования материалов было введено при исследовании циклического разрушения при значительных внешних нагрузках, приводящих к макроскопическим пластическим деформациям. Характерная долговечность материалов при таком нагружении находится в диапазоне $10^3 \div 10^5$ циклов, что соответствует современным представлениям о малоцикловой усталости (МЦУ). В течение длительного времени считалось, что указанные два диапазона определяют полную кривую усталости. Однако с развитием экспериментальных методов и средств управления нагружающими машинами появилась возможность проводить усталостные испытания при существенно большей величине долговечности (порядка $10^8 \div 10^{10}$ циклов) [2]. Оказалось, что в этом случае материалы могут разрушаться при значениях амплитуды напряжений, значительно меньших классического предела усталости [3]. Исследование поверхностей излома металлических материалов показало, что при большой

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 23-19-00640).

© Никитин И. С., Никитин А. Д., Стратула Б. А., 2024

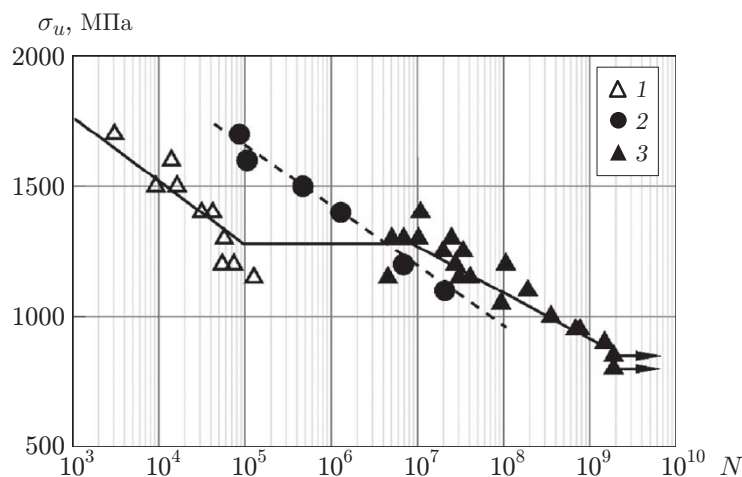


Рис. 1. Результаты испытаний образцов из конструкционной стали марки SUJ2 на усталостное разрушение:

1 — область зарождения трещины на поверхности образца без поверхностной обработки, 2, 3 — области зарождения трещины под поверхностью образца (2 — с поверхностной обработкой, 3 — без поверхностной обработки); стрелки — результаты испытаний без разрушения

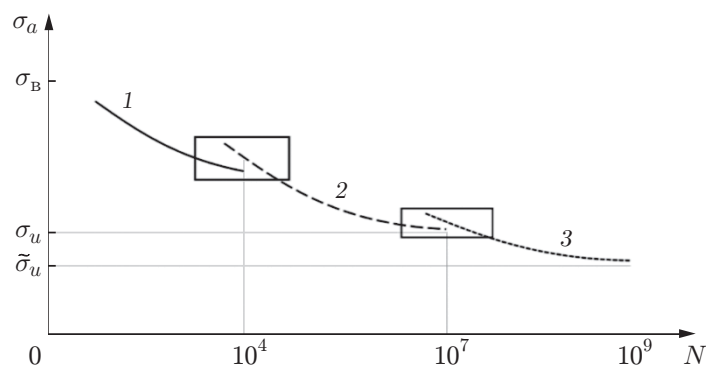


Рис. 2. Трехмодальная кривая усталостной долговечности для металлических материалов:

1 — режим МЦУ, 2 — режим МнЦУ, 3 — режим СвМУ; выделенные области — области бифуркации

долговечности механизм зарождения усталостных трещин существенно меняется. Установлено, что при таких условиях нагружения область зарождения трещины располагается под поверхностью образца или изделия. Зарождение трещины в этом режиме обусловлено микроскопическими особенностями структуры материала или наличием внутренних дефектов. Выявленные особенности разрушения материалов при таких условиях циклического нагружения позволили выделить новый режим — сверхмногоцикловую усталость (СвМУ) ($10^8 \div 10^{10}$ циклов). На рис. 1 представлены характерные результаты экспериментов на усталостное разрушение для образцов из конструкционной стали SUJ2 [4], а на рис. 2 — полная (трехмодальная) кривая усталостной долговечности для металлических материалов. Следует отметить, что четко выраженная граница между областями МЦУ, МнЦУ и СвМУ отсутствует. Переход от одного усталостного режима к другому происходит в некоторой области, называемой областью бифуркации [5]. Смена механизма раз-

рушения имеет вероятностный характер. В настоящее время не существуют стандарты, регламентирующие границы области бифуркации. Обычно кривые МЦУ и МнЦУ объединяются в единую “классическую” усталостную кривую Веллера. При уменьшении внешней нагрузки появляется еще одна область бифуркации, что обусловлено сменой механизмов разрушения от МнЦУ к СвМУ. В областях бифуркации возможен значительный разброс экспериментальных данных.

1. Трехрежимная модель усталостного разрушения. Для описания полной кривой усталости целесообразно использовать соотношение Баскина [6], устанавливающее связь между напряжениями и количеством циклов до разрушения:

$$\sigma_a = \sigma_u + \sigma_c N^{-\beta}. \quad (1)$$

Здесь σ_a — амплитуда циклической нагрузки; N — количество циклов до разрушения; σ_u — предел усталости; σ_c — коэффициент степенной зависимости; β — коэффициент наклона кривой усталости. Анализ экспериментальных кривых усталости показывает, что скорость уменьшения циклической прочности при увеличении количества циклов нагружения оказывается одинаковой для левой (МЦУ, МнЦУ) и правой (СвМУ) ветвей, что позволяет сформулировать гипотезу о подобии их математического описания [7]. В рамках предлагаемой модели предполагается, что левая и правая ветви полной кривой усталости описываются соотношением типа соотношения Баскина (1):

$$\sigma_{eq} = \sigma_u + \sigma_L N^{-\beta_L}, \quad \sigma_{eq} = \tilde{\sigma}_u + \sigma_V N^{-\beta_V}. \quad (2)$$

Здесь σ_u — классический предел усталости; $\tilde{\sigma}_u$ — предел усталости в области СвМУ; σ_{eq} — эквивалентное напряжение, которое совпадает с амплитудой циклической нагрузки в случае одноосного нагружения; индекс L соответствует параметрам левой ветви полной кривой усталости, индекс V — параметрам правой ветви.

Параметры для левой и правой ветвей можно определить по результатам анализа полных кривых усталости, полученных при испытаниях на одноосное нагружение [7]. При больших значениях внешней нагрузки, когда амплитуда циклического нагружения может превышать предел текучести материала, усталостная прочность незначительно отличается от предела прочности материала σ_b . Эта тенденция сохраняется в течение первых $10^2 \div 10^3$ циклов нагружения в зависимости от материала. Таким образом, одним из граничных условий для левой ветви полной усталостной кривой является достижение предела прочности материала на заданном числе испытаний (для определенности примем его равным 10^3 циклов). Вторым граничным условием является выход на значение предела усталости после 10^7 циклов нагружения. Подставляя вместо амплитуды циклической нагрузки предел прочности, можно получить выражение для σ_L . Проводя аналогичные рассуждения для правой ветви полной кривой усталости, заметим, что она приобретает ниспадающий характер при значении внешней нагрузки, приближенно равном классическому пределу усталости, определенному после $10^7 \div 10^8$ циклов, а затем выходит на новый “предел усталости СвМУ”. Принимая количество испытаний, при котором правая ветвь имеет ниспадающий характер, равным 10^8 циклам, получаем выражение для параметра σ_V . Таким образом, параметры обобщенных соотношений (2) определяются квазистатическими и усталостными характеристиками прочности материала:

$$\sigma_L = 10^{3\beta_L}(\sigma_b - \sigma_u), \quad \sigma_V = 10^{8\beta_V}(\sigma_u - \tilde{\sigma}_u).$$

Показатель степени определяется на основе анализа одноосных ветвей усталостных кривых при симметричном цикле нагружения.

В общем случае сложного напряженно-деформированного состояния эквивалентное напряжение может быть определено в соответствии с экспериментально обоснованными критериями многоосного усталостного разрушения. Кроме того, эквивалентные напряжения

могут быть использованы для описания различных механизмов раскрытия микротрещин (нормального отрыва или сдвига). В зависимости от выбранного критерия количество циклов до разрушения, вычисленное по формуле (2), различается. Таким образом, если одновременно использовать несколько критериев, описывающих усталостную прочность нормального и сдвигового раскрытия трещины, то модель позволяет определить тип раскрытия в области ее зарождения. В работе [8] выбраны два критерия: Смита — Ватсона — Топпера (механизм микротрещин нормального отрыва) [9] в форме [10] и Карпинтери — Спагноли — Вантандори (механизм сдвиговых микротрещин) [11]. Поскольку в данной работе моделируются процессы усталостного разрушения при циклическом растяжении-сжатии, ограничимся критерием Смита — Ватсона — Топпера.

1.1. *Критерий для микротрещин нормального отрыва и уравнение повреждаемости.* Разрушение по механизмам отрыва связано с растягивающими компонентами напряжений. На процесс формирования трещины нормального отрыва при усталостном нагружении может оказывать влияние не только амплитуда циклического напряжения, но и растягивающее среднее статическое напряжение. В критерии Смита — Ватсона — Топпера [10] эти компоненты напряжений учтены следующим образом:

$$\sigma_{eq} = \sigma^n = \sqrt{\langle \sigma_{1\max} \rangle \Delta\sigma_1/2}.$$

Здесь $\langle \sigma_{1\max} \rangle = \sigma_1 H(\sigma_{1\max})$ — максимальное главное растягивающее напряжение; $H(f)$ — функция Хевисайда; $\Delta\sigma_1/2$ — амплитуда главного циклического напряжения.

Предлагаемая модель допускает применение других критериев для описания процесса разрушения по механизму нормального отрыва или сдвига.

Критерии многоосного разрушения подразумевают неизменность напряженно-деформированного состояния в процессе циклического нагружения с момента зарождения микроповреждений до момента макроразрушения. Однако при циклическом нагружении происходит постепенная деградация свойств материала, а также образование и рост микротрещин, что приводит к изменению напряженно-деформированного состояния. Для корректного описания и моделирования процесса усталостного разрушения необходимо учитывать кинетику этих процессов.

В настоящей работе рассматривается процесс постепенного уменьшения локальных механических характеристик материала (модулей упругости), подвергаемого циклическому нагружению. Для описания циклической деградации свойств материала используется распределенная функция повреждаемости ψ , введенная в работах Ю. Н. Работнова и Л. М. Качанова [12, 13], принимающая значения в диапазоне от 0 до 1 и полагаемая равной относительной плотности микродефектов в малом объеме деформируемого образца [14, 15]. Для неповрежденной материальной частицы $\psi = 0$, а для полностью разрушенной $\psi = 1$. Современное состояние теории повреждаемости для описания процессов длительного разрушения изложено в работе [16].

Процесс циклической повреждаемости в режиме малоциклового усталости исследовался в работе [17].

Для рассматриваемых режимов МнЦУ и СвМУ изменение функции повреждаемости с увеличением числа циклов нагружения описывается кинетическим уравнением [18]

$$\frac{\partial \psi}{\partial N} = B(\sigma, \Delta\sigma) \frac{\psi^\gamma}{1 - \psi^{1-\gamma}}, \quad (3)$$

где $B(\sigma, \Delta\sigma)$ — коэффициент, зависящий от напряженно-деформированного состояния материала в цикле нагружения; $\Delta\sigma$ — разность амплитуд циклической нагрузки; γ — параметр, характеризующий скорость накопления повреждаемости и определяемый экспериментально. Выражения для коэффициентов $B(\sigma, \Delta\sigma)$ можно получить путем сравнения

соотношений (2) для одноосных усталостных кривых с решением кинетического уравнения для функции повреждаемости при однородном напряженном состоянии [18]. В результате для левой и правой ветвей усталостной кривой аналитические выражения для коэффициента B имеют вид

$$\begin{aligned} B_L &= \frac{[\langle \sigma_{eq} - \sigma_u \rangle / (\sigma_B - \sigma_u)]^{1/\beta_L}}{2(1 - \gamma) \cdot 10^3}, & \sigma_u + \Delta\sigma_u < \sigma_{eq} < \sigma_B, \\ B_V &= \frac{[\langle \sigma_{eq} - \tilde{\sigma}_u \rangle / (\sigma_u - \tilde{\sigma}_u)]^{1/\beta_V}}{2(1 - \gamma) \cdot 10^8}, & \tilde{\sigma}_u < \sigma_{eq} \leq \sigma_u + \Delta\sigma_u, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\Delta\sigma_u = 10^{-5\beta_L}(\sigma_B - \sigma_u)$ — ширина области бифуркации. Выражения в угловых скобках соответствуют ветви усталостной кривой и определяются по формуле $\langle f \rangle = fH(f)$. Значение величины γ находится в диапазоне $0 < \gamma < 1$. В результате получаем связанную задачу; в процессе циклического нагружения формируются поля напряжений, оказывающие влияние на коэффициенты кинетического уравнения повреждаемости, с увеличением повреждаемости происходит деградация механических характеристик материала, влияющих на напряженно-деформированное состояние в последующих циклах.

Развитие повреждаемости в материальной частице приводит к уменьшению модулей упругости: в общем случае — по нелинейному закону, а в предложенном варианте модели — по кусочно-линейному закону

$$\lambda(\psi) = \begin{cases} \lambda_0(1 - \kappa\psi), & \psi < \psi_*, \\ 0, & \psi_* \leq \psi \leq 1, \end{cases} \quad \mu(\psi) = \begin{cases} \mu_0(1 - \kappa\psi), & \psi < \psi_*, \\ 0, & \psi_* \leq \psi \leq 1, \end{cases}$$

где $\psi_* < 1$ — критическое значение повреждаемости, при котором происходит полное разрушение. Анализ кинетических кривых роста усталостных трещин показывает, что неконтролируемый, лавинообразный рост трещин начинается прежде, чем трещина достигает критической длины, при которой происходит полное разрушение элемента конструкции. Поэтому в данной модели введено критическое значение функции повреждаемости ψ , при котором процессы деградации принимают лавинообразный характер. Критическое значение функции повреждаемости $\psi_* \leq 1$.

1.2. Численный метод решения уравнения повреждаемости. Численный метод расчета зон повреждаемости заключается в пошаговом (по циклам нагружения) определении упругого напряженно-деформированного состояния образца материала или элемента конструкции совместно с численным решением нелинейного уравнения повреждаемости (3) и корректировкой модулей упругости среды в областях, где функция повреждаемости отлична от нуля. Такие области становятся дополнительными развивающимися концентраторами напряжений. Узкие протяженные зоны полного разрушения будем называть квазитрещинами.

Особенности предложенной модели, в частности универсальность описания правой и левой ветвей полной кривой усталости, использование единого кинетического уравнения для функции повреждаемости для различных механизмов (нормального отрыва и сдвигового) накопления усталостной повреждаемости, позволили унифицировать алгоритм численного решения. Кинетическое уравнение для функции повреждаемости (3) не позволяет использовать аппроксимацию явной схемы решения вследствие наличия особенности в знаменателе, в результате чего система уравнений становится жесткой. Однако разностная аппроксимация уравнения (3) может быть выполнена путем непосредственного интегрирования на интервале между номерами циклов N^n и N^{n+1} , что позволяет получить ана-

литическое решение для значений функции повреждаемости в каждом пространственном узле сетки с заданным шагом по времени (количеству циклов):

$$\psi_k^{n+1} = \left(1 - \sqrt{(1 - (\psi_k^n)^{1-\gamma})^2 - 2(1 - \gamma)B^n \Delta N^n}\right)^{1/(1-\gamma)}. \quad (5)$$

Здесь ψ_k^{n+1} — значение функции повреждаемости в пространственном узле k и временном слое $n + 1$; $\Delta N^n = N^{n+1} - N^n$.

Для определения глобального шага расчета по числу циклов для всего образца путем перебора узлов сетки выбирается тот, в котором в текущем напряженном состоянии локальный шаг для достижения критического значения функции повреждаемости является минимальным. Искомая величина шага считается равной половине величины минимального локального шага [18]:

$$\Delta N^n = \frac{1}{2} \min_k \Delta \tilde{N}_k^n, \quad \Delta \tilde{N}_k^n = \frac{1}{B^n} \left(\frac{\psi^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \frac{\psi^{2(1-\gamma)}}{2(1-\gamma)} \right) \Big|_{\psi_k^n}^1.$$

Зависимость между значениями характеристик упругости и функций повреждаемости принята в виде [16]

$$E_k^{n+1} = E_0(1 - \varkappa \psi_k^{n+1})[H(\psi_* - \psi_k^{n+1}) + 0,001], \quad (6)$$

где E_k^{n+1} — значение модуля упругости на следующем шаге; E_0 — модуль упругости неповрежденного материала; \varkappa — коэффициент деградации модуля упругости, определяемый в ходе вычислительных экспериментов. Коэффициент Пуассона для материала полагаем неизменным.

В численном методе для реализации алгоритма сквозного счета принято, что в состоянии полного разрушения материал обладает минимальными остаточными модулями упругости, приближенно равными 0,001 начального значения. Это позволяет проводить расчет на фиксированной сетке, решая сильнонеоднородную задачу упругости на каждом шаге по циклам нагружения.

Для расчета кинетики повреждаемости в корсетных образцах, подвергаемых высокочастотным циклическим нагружениям вплоть до усталостного разрушения, необходимо знать распределение напряжений при резонансных режимах нагружения с фиксированной амплитудой смещений и неоднородным распределением модуля Юнга.

2. Определение собственных частот и форм колебаний неоднородного стержня с переменным сечением. Стержни корсетной формы с переменным сечением используются при проведении экспериментальных исследований усталостной прочности металлических сплавов при высокочастотном циклическом нагружении образцов на растяжение-сжатие [19].

Уравнение продольных колебаний неоднородного стержня с переменным сечением имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(I(x) \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \rho S(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0,$$

где $I(x) = E(x)S(x)$; E — модуль Юнга стержня; S — переменная площадь сечения; параметры зависят от продольной координаты.

Рассматриваются стационарные гармонические колебания

$$w(x, t) = u(x) e^{i\omega t}.$$

Уравнение для амплитуды колебаний имеет вид

$$\frac{d}{dx} \left(I \frac{du}{dx} \right) + \rho S \omega^2 u = 0. \quad (7)$$

Граничные условия для собственных колебаний записываются в виде

$$\frac{du}{dx} = 0 \quad \text{при} \quad x = \pm l. \quad (8)$$

В работе [20] построено решение задачи (7), (8) методом разложения по малому параметру и рассмотрен случай малого изменения параметров стержня по длине:

$$I = I_0 + \varepsilon I_1(x) + \dots, \quad S = S_0 + \varepsilon S_1(x) + \dots, \quad \varepsilon \ll 1.$$

Решение для функции смещений и собственной частоты также было записано в виде разложения по степеням малого параметра ε :

$$u = u_0 + \varepsilon u_1(x) + \dots, \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon \omega_1 + \dots$$

После подстановки этих разложений в уравнение (7) для u и в граничные условия (8) и приравнивания членов при одинаковых степенях малого параметра ε были сформулированы и решены задачи нулевого и первого порядков для определения собственных частот и форм колебаний.

Антисимметричное решение задачи нулевого приближения имеет простой вид

$$u_{0n} = U_n \sin k_n x, \quad \cos k_n l = 0.$$

Тогда значения параметра k , который является нулевым приближением собственных частот, равны

$$k_n l = \pi/2 + \pi n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \\ k_n = \omega_{0n}/c_0, \quad c_0 = \sqrt{E_0/\rho}.$$

Наименьшее значение k_n есть $k_0 = \pi/(2l)$.

Полученные в [20] решение для первого приближения смещений и поправка к собственной частоте равны

$$u_{1x}(x) = U_n [A(\xi) \cos k_n x - B(\xi) \sin k_n x], \quad (9)$$

где

$$A(\xi) = \int_{-l}^x (\bar{I}'_1 \cos k_n \xi \sin k_n \xi - k_n \bar{E}_1 \sin^2 k_n \xi) d\xi + \bar{\omega}_{1n} k_n (x + l), \\ B(\xi) = \int_{-l}^x (\bar{I}'_1 \cos^2 k_n \xi - k_n \bar{E}_1 \sin k_n \xi \cos k_n \xi) d\xi, \\ \bar{\omega}_{1n} = \frac{\omega_{1n}}{\omega_{0n}} = -\frac{1}{2k_n l} \int_{-l}^l (\bar{I}'_1 \cos k_n \xi - k_n \bar{E}_1 \sin k_n \xi) \sin k_n \xi d\xi,$$

полная амплитуда колебаний U_n на концах стержня считается известной; $\bar{I}_1 = I_1/I_0$, $\bar{S}_1 = S_1/S_0$, $\bar{E}_1 = E_1/E_0$ — безразмерные геометрические и упругие параметры стержня.

Следует отметить, что в результате интегрирования по частям в формулах (9) исчезают производные распределенных геометрических и упругих характеристик стержня. Вследствие громоздкости соответствующие формулы не приводятся.

Если переменные по длине стержня площадь сечения и модуль Юнга являются четными функциями пространственной координаты, то поправка к собственной частоте колебаний равна

$$\bar{\omega}_{1n} = \frac{1}{l} \left(\int_0^l \left(\bar{I}_1 - \frac{\bar{E}_1}{2} \right) \cos 2k_n \xi \, d\xi + \frac{1}{2} \int_0^l \bar{E}_1 \, d\xi \right).$$

Если выбрать тригонометрическое представление переменного радиуса осесимметричного однородного стержня в виде

$$r(x) = r_0(1 - \varepsilon \cos(\pi x/l)), \quad r_1(x) = -r_0 \cos(\pi x/l),$$

то первая собственная частота с точностью до $O(\varepsilon^2)$ будет определяться формулой

$$\omega = \omega_0(1 - \varepsilon + \dots), \quad \omega_0 = \frac{\pi}{2l} \sqrt{\frac{E_0}{\rho}}.$$

Первая антисимметричная собственная форма колебаний с той же точностью равна

$$u(x) = U \left(\sin\left(\frac{\pi x}{2l}\right) + \frac{\varepsilon}{2} \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{2l}\right) + \dots \right). \quad (10)$$

В работе [20] путем сравнения полученных приближенных формул с некоторыми точными решениями показано, что эти формулы справедливы при $\varepsilon \leq 0,5$. Далее будем использовать формулы (9) для оценки осевых напряжений в стержне, учитывая приближенность этих оценок при немалых значениях параметра ε . Соответствующее распределение осевых напряжений определяется формулой

$$\sigma(x) = E(x) \frac{du}{dx}.$$

Для стержней корсетной формы с узкой центральной частью максимум напряжений в цикле, равный амплитуде в случае реверсивного нагружения, достигается при $x = 0$. В общем случае циклическое нагружение характеризуется коэффициентом асимметрии цикла $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$. Реверсивному циклу с нулевым средним напряжением соответствует значение $R = -1$. Испытания с ненулевым средним напряжением в цикле проводятся путем наложения высокочастотных колебаний на стержень, статически растянутый усилием P . В этом случае статические осевые напряжения в образце равны

$$\sigma_{st} = P/S(x).$$

Коэффициент асимметрии цикла определяется по центральному сечению образца, в котором зарождается и развивается поврежденность вплоть до полного разрушения:

$$R = \frac{\sigma_{st}(0) - \sigma(0)}{\sigma_{st}(0) + \sigma(0)}.$$

3. Материалы и методы проведения исследований. Для определения параметров модели и проверки эффективности ее работы проведены испытания на СвМУ при различных режимах растяжения-сжатия.

Пьезоэлектрические установки для проведения высокочастотных испытаний на СвМУ осуществляют циклическое нагружение на растяжение-сжатие и кручение [19, 21]. Для реализации осевых нагружений используется конвертер, обеспечивающий продольные смещения малой амплитуды ($20 \div 60$ мкм). Базовой корсетной формой осесимметричного стержня являются “песочные часы”, что позволяет создать квазиоднородное напряженное состояние с высоким уровнем напряжений в центральной, узкой части образца.



Рис. 3. Пьезоэлектрическая установка для проведения испытаний на СвМУ при одноосном нагружении

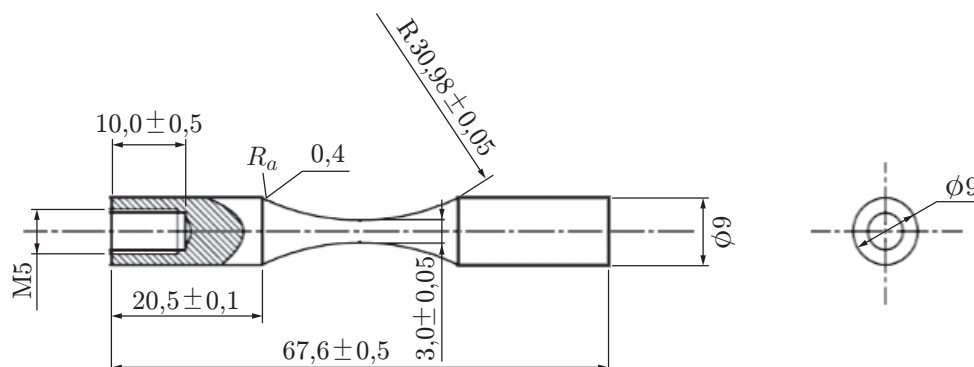


Рис. 4. Геометрия образцов для испытаний на СвМУ при одноосном нагружении

На рис. 3 представлена установка для проведения испытаний на СвМУ при растяжении-сжатии, состоящая из компьютера, контрольного устройства, генератора, конвертера и волновода. Принцип работы установки основан на резонансном нагружении с частотой порядка 20 кГц.

Для проведения испытаний на СвМУ при одноосном растяжении-сжатии были изготовлены образцы из титанового сплава ВТ3-1 (рис. 4). В качестве заготовки для образцов использовался диск первой ступени компрессора низкого давления авиационного двигателя Д30-КУ, устанавливаемого на самолеты Ту-154. Диск компрессора находился в эксплуатации на воздушном судне в течение 8000 ч, после чего был заменен согласно регламенту. Выведенный из эксплуатации диск был проверен неразрушающими методами контроля на наличие следов пластической деформации и микротрещин. В результате проверки указанных выше нарушений не выявлено.

Испытания на гладких образцах были проведены на воздухе при постоянной амплитуде нагружения с непрерывным обдувом сухим сжатым воздухом. Параметры нагружения, такие как частота и амплитуда, контролировались в течение всего времени проведения эксперимента.

4. Результаты испытаний на СвМУ титанового сплава ВТ3-1. Результаты испытаний титанового сплава в области СвМУ при осевом нагружении представлены на рис. 5.

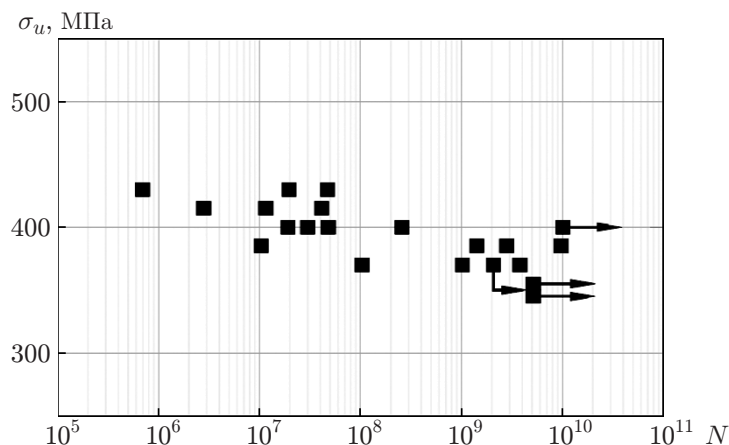


Рис. 5. Результаты испытаний на СвМУ образцов из титанового сплава ВТЗ-1 в случае симметричного одноосного нагружения при $R = -1$ (стрелки — результаты испытаний без разрушения)

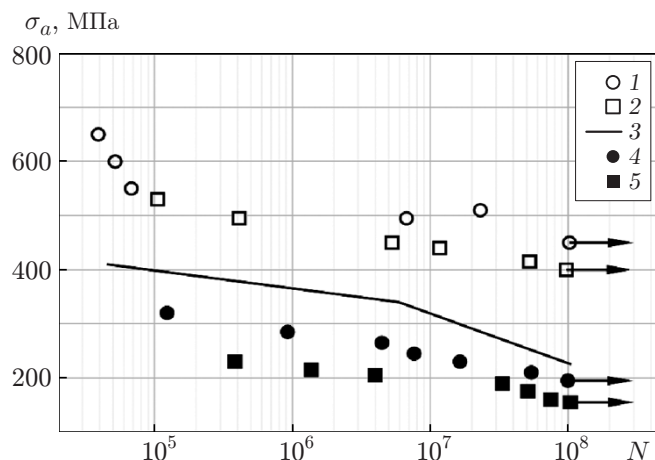


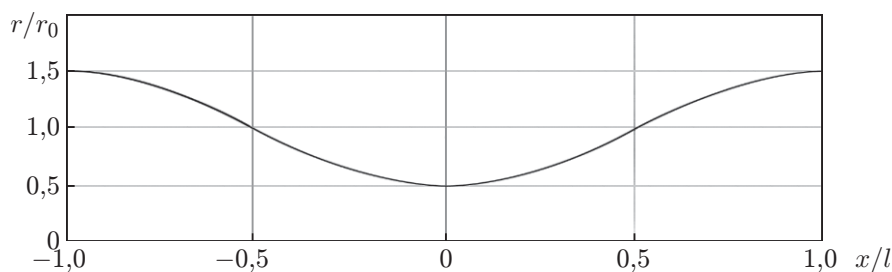
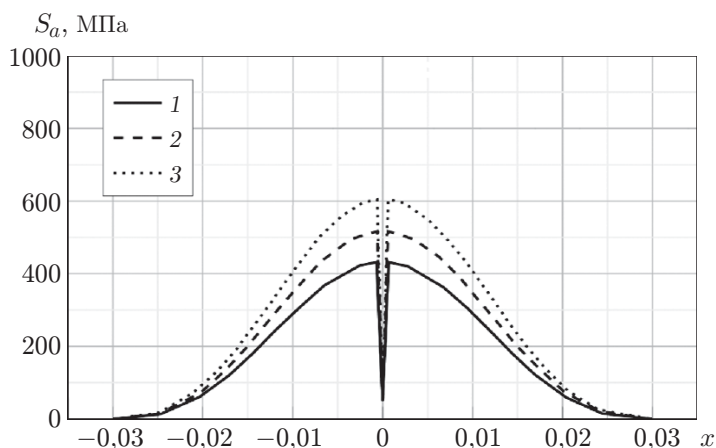
Рис. 6. Результаты испытаний на МнЦУ образцов из титанового сплава ВТЗ-1 в случае одноосного нагружения при различных значениях коэффициента асимметрии цикла:

1 — $R = -1$, 2 — $R = -0,5$, 3 — $R = 0,1$, 4 — $R = 0,3$, 5 — $R = 0,5$; стрелки — результаты испытаний без разрушения

Из полученных результатов следует, что по мере увеличения числа циклов нагружения усталостная прочность уменьшается. Результаты осевых испытаний были использованы для определения параметров модели для правой ветви полной усталостной кривой.

Для левой ветви полной кривой усталостной долговечности (см. рис. 2) результаты были получены при испытаниях образцов титанового сплава ВТЗ-1 (Ti-6Al-4V) на МнЦУ [22] (рис. 6).

5. Результаты расчетов усталостного разрушения корсетных образцов из титанового сплава. Описанная выше схема расчета резонансных колебаний стержня корсетной формы (рис. 7) по формулам (9), (10) при заданных первой собственной частоте (20 кГц) и амплитуде граничных смещений с использованием модели и метода расчета циклической повреждаемости (3)–(6) была применена для моделирования усталостного разрушения образцов из титанового сплава при различных режимах циклического нагружения.

Рис. 7. Форма корсетного образца ($\varepsilon = 0,5$)Рис. 8. Распределение амплитуды напряжений S_a по оси x в момент разрушения при $R = -1$:

1 — $U = 50$ мкм, $N = 2,0 \cdot 10^8$, 2 — $U = 60$ мкм, $N = 1,3 \cdot 10^6$, 3 — $U = 70$ мкм, $N = 9,8 \cdot 10^4$

Расчеты проводились при следующих значениях параметров модели циклической повреждаемости, которые в среднем соответствуют характеристикам левой и правой ветвей бимодальной усталостной кривой титанового сплава ВТЗ-1 при $R = -1$ (реверсивный цикл) в режимах СвМУ (см. рис. 5) и МнЦУ (см. рис. 6): $\rho = 4500$ кг/м³, $E_0 = 115$ ГПа, $\sigma_B = 1100$ МПа, $\sigma_u = 450$ МПа, $\tilde{\sigma}_u = 350$ МПа, $\beta_L = 0,31$, $\beta_V = 0,25$, $\psi_* = 0,98$, $\varkappa = 0,1$. Геометрические характеристики образца имели следующие значения: $r_{\min} = 3$ мм, $r_{\max} = 9$ мм, $l = 30$ мм.

На рис. 8 показано распределение амплитуды осевых напряжений S_a по оси x в момент разрушения для реверсивного цикла ($R = -1$) при значениях амплитуды граничных смещений $U = 50, 60, 70$ мкм. Расчетное число циклов до полного разрушения равно соответственно $N = 2,0 \cdot 10^8$ (режим СвМУ), $N = 1,3 \cdot 10^6$ (режим МнЦУ), $N = 9,8 \cdot 10^4$ (переходный режим МЦУ–МнЦУ).

На рис. 9 приведены распределения функции повреждаемости $\psi(x)$ в момент полного разрушения для $R = -1$ при тех же режимах нагружения и разрушения, что и для рис. 8.

На рис. 10,а показано распределение модуля Юнга в момент полного разрушения, которому соответствует резкое уменьшение модуля упругости в узкой зоне в центральном сечении образца. Увеличение повреждаемости с ростом числа циклов нагружения в режиме СвМУ до полного разрушения при $N = 2,0 \cdot 10^8$, $R = -1$, $U = 50$ мкм показано на рис. 10,б.

Таким образом, предложенные трехрежимная модель усталостного разрушения и метод расчета кинетики циклической повреждаемости позволяют эффективно моделировать резонансные высокочастотные колебания корсетных образцов вплоть до полного разрушения.

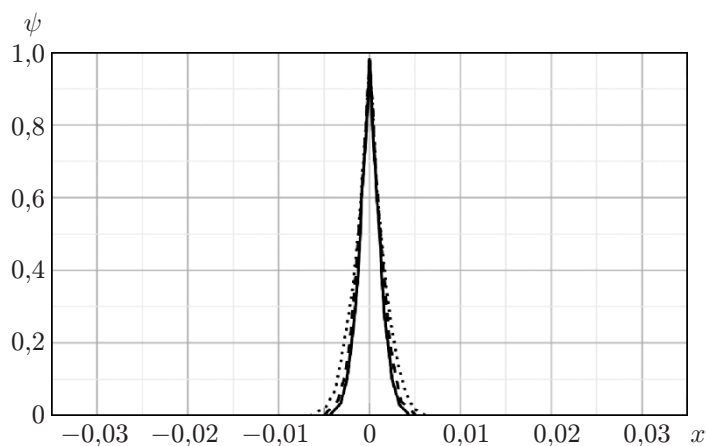


Рис. 9. Распределение функции повреждаемости в момент полного разрушения в случае $R = -1$ (обозначения те же, что на рис. 8)

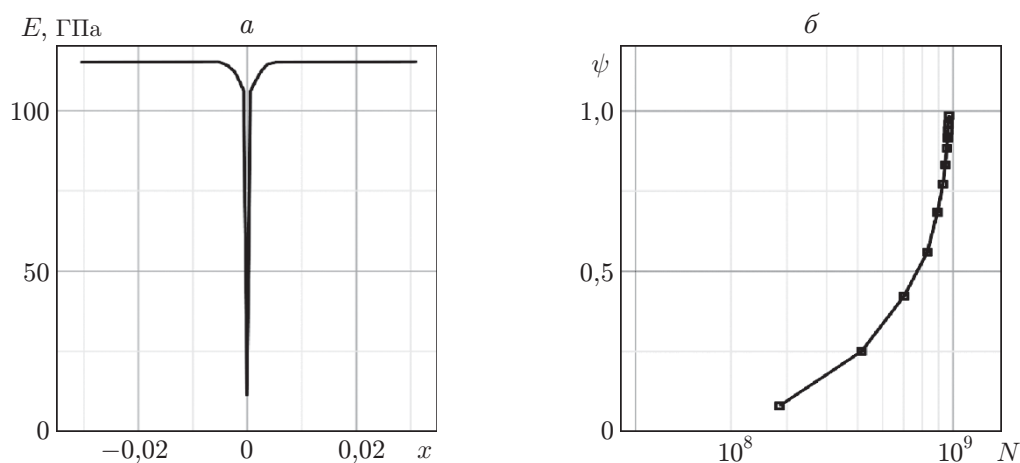


Рис. 10. Распределение модуля Юнга E по оси x в момент полного разрушения (а) и увеличение повреждаемости (б) при $R = -1$, $U = 50$ мкм, $N = 2,0 \cdot 10^8$

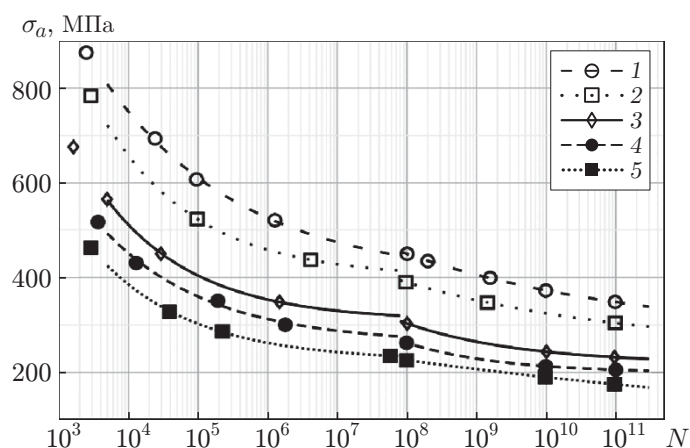


Рис. 11. Бимодальные усталостные кривые, полученные с использованием модели циклической повреждаемости, при различных значениях коэффициента асимметрии цикла:

1 — $R = -1$, 2 — $R = -0,5$, 3 — $R = 0,1$, 4 — $R = 0,3$, 5 — $R = 0,5$

С использованием предложенной численной схемы проведены расчеты усталостных кривых для титанового сплава ВТЗ-1 при различных значениях коэффициента асимметрии цикла и амплитуды резонансных граничных смещений, соответствующих условиям усталостных испытаний, результаты которых представлены на рис. 5, 6. Результаты расчетов бимодальных усталостных кривых приведены на рис. 11. Использовано минимальное количество параметров, характеризующих рассчитанные точки усталостной кривой при реверсивном цикле, а также оценочные значения степенных показателей для этой кривой.

С учетом разброса результатов усталостных испытаний, особенно в зонах перехода от одного усталостного режима к другому, можно утверждать, что расчетные усталостные кривые достаточно точно описывают характер изменения соотношения амплитуд нагружения и числа циклов до полного разрушения в широком диапазоне значений коэффициента асимметрии цикла для различных циклических режимов.

Заключение. С использованием полученных ранее аналитических формул для собственных частот и форм колебаний неоднородных стержней переменного сечения (корсетной формы) определены геометрические и упругие характеристики образцов, а также выполнены оценки амплитуд осевых напряжений, полученных при проведении экспериментальных исследований усталостной прочности металлических сплавов при высокочастотном циклическом нагружении.

На основе трехрежимной модели усталостного разрушения представлен численный метод расчета кинетики повреждаемости при высокочастотном циклическом нагружении растяжением-сжатием образцов корсетной формы при различных значениях коэффициента асимметрии цикла.

Предложенные модель и метод расчета позволяют с достаточной точностью строить усталостные кривые для различных режимов МнЦУ или СвМУ и коэффициентов асимметрии цикла. Для этого достаточно знать базовые точки бимодальной усталостной кривой в реверсивном цикле ($R = -1$). Проведено сравнение результатов расчетов по предложенной модели с результатами экспериментов на образцах корсетной формы из титанового сплава ВТЗ-1.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Schütz W.** A history of fatigue // *Engng Fracture Mech.* 1996. V. 54, N 2. P. 263–300. DOI: 10.1016/0013-7944(95)00178-6.
2. **Bathias C.** Gigacycle fatigue in mechanical practice / C. Bathias, P. Paris. N. Y.: Dekker, 2004. DOI: 10.1201/9780203020609.
3. **Bathias C., Drouillac L., Le François P.** How and why the fatigue S–N curve does not approach a horizontal asymptote // *Intern. J. Fatigue.* 2001. V. 23, N 1. P. 143–151. DOI: 10.1016/S0142-1123(01)00123-2.
4. **Nakajima N., Ramiya N., Itoga H., et al.** Experimental examination of crack initiation lives and fatigue limit in subsurface fracture of high carbon chromium steel // *Proc. of the 3rd Intern. conf. on very high cycle fatigue (VHCF-3)*, Kusatsu (Japan), Sept. 16–19, 2004. Kyoto: Ritsumeikan Univ., 2004. P. 169–176.
5. **Shanyavskiy A. A., Soldatenkov A. P.** The fatigue limit of metals as a characteristic of the multimodal fatigue life distribution for structural materials // *Procedia Structur. Integrity.* 2011. V. 23. P. 63–68. DOI: 10.1016/j.prostr.2020.11.027.
6. **Basquin O. H.** The exponential law of endurance tests // *Proc. Amer. Soc. Test. Material.* 1910. V. 10. P. 625–630.

7. **Burago N. G., Zhuravlev A. B., Nikitin I. S., Yakushev V. L.** A study of different modes of fatigue fracture and durability estimation for compressor disks of gas-turbine engine // *Math. Models Comput. Simulat.* 2016. V. 8, N 5. P. 523–532. DOI: 10.1134/S2070048216050070.
8. **Никитин И. С., Бурого Н. Г., Никитин А. Д.** Повреждаемость и усталостное разрушение элементов конструкций в различных режимах циклического нагружения // *Прикл. математика и механика.* 2022. Т. 86, № 2. С. 276–290.
9. **Smith R. N., Watson P., Topper T. H.** A stress-strain parameter for the fatigue of metals // *J. Materials.* 1970. V. 5. P. 767–778.
10. **Gates N., Fatemi A.** Multiaxial variable amplitude fatigue life analysis including notch effects // *Intern. J. Fatigue.* 2016. V. 91. P. 337–351. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2015.12.011.
11. **Carpinteri A., Spagnoli A., Vantadori S.** Multiaxial assessment using a simplified critical plane based criterion // *Intern. J. Fatigue.* 2011. V. 33. P. 969–976. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2011.01.004.
12. **Работнов Ю. Н.** О механизме длительного разрушения // *Вопросы прочности материалов и конструкций.* М.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 5–7.
13. **Качанов Л. М.** О времени разрушения в условиях ползучести // *Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук.* 1958. № 8. С. 26–31.
14. **Lemaitre J.** *Mechanics of solid materials* / J. Lemaitre, J. L. Chaboche. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1994.
15. **Murakami S.** *Continuum damage mechanics. A continuum mechanics approach to the analysis of damage and fracture.* Dordrecht: Springer, 2012. DOI: 10.1007/978-94-007-2666-6.
16. **Степанова Л. В., Игонин С. А.** Параметр поврежденности Ю. Н. Работнова и описание длительного разрушения: результаты, современное состояние, приложение к механике трещин и перспективы // *ПМТФ.* 2015. Т. 56, № 2. С. 133–145.
17. **Волков И. А., Егунов В. В., Игумнов Л. А. и др.** Оценка ресурсных характеристик конструкционных сталей с использованием моделей деградации, учитывающих усталость и ползучесть материала // *ПМТФ.* 2015. Т. 56, № 6. С. 70–83.
18. **Никитин И. С., Бурого Н. Г., Журавлев А. Б., Никитин А. Д.** Мультирежимная модель развития усталостных повреждений // *Прикл. математика и механика.* 2020. Т. 84, № 5. С. 687–698.
19. **Nikitin A., Palin-Luc T., Shanyavskiy A.** Crack initiation in VHCF regime on forged titanium alloy under tensile and torsion loading modes // *Intern. J. Fatigue.* 2016. V. 93. P. 318–325. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2016.05.030.
20. **Никитин И. С., Бурого Н. Г., Никитин А. Д.** Собственные частоты и формы продольных и крутильных колебаний стержней переменного поперечного сечения // *Прикл. математика и механика.* 2023. Т. 87, № 2. С. 326–335.
21. **Nikitin A., Palin-Luc T., Shanyavskiy A., Bathias C.** Comparison of crack paths in a forged and extruded aeronautical titanium alloy loaded in torsion in the gigacycle fatigue regime // *Engng Fracture Mech.* 2016. V. 167. P. 259–272. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2016.05.013.
22. **Nacamura T., Oguma H., Yokoyama S., Noguchi T.** Characteristics of initial crack propagation process of Ti–6Al–4V very high cycle fatigue // *Proc. of the 3rd Intern. conf. on very high cycle fatigue (VHCF-3), Kusatsu (Japan), Sept. 16–19, 2004.* Kyoto: Ritsumeikan Univ., 2004. P. 201–208.

*Поступила в редакцию 4/IX 2023 г.,
после доработки — 4/IX 2023 г.
Принята к публикации 25/IX 2023 г.*