

ПЕРИОДИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ДИСЛОКАЦИЙ В РЕЛАКСИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

В. И. Белявский, Б. М. Даринский

(Воронеж)

Рассматривается периодическое движение винтовой дислокации в параупругой среде под действием переменных внешних напряжений. Параупругие свойства среды определяются параметрами ближнего порядка между атомами различных компонентов сплава. Решение нелинейного уравнения движения дислокации получено внутри четырех различных областей амплитудно-частотной зависимости. Указаны условия, при которых движение дислокации является вязким и имеет характер отрыва от атмосферы поляризации.

1. При перемещении нерасщепленных винтовых дислокаций в изотропной упругой среде возникает внутреннее трение, связанное с параупругой релаксацией [1]. Движение дислокации определяется уравнением

$$\mathbf{f} + \mathbf{f}^{(e)} + \mathbf{f}^{(a)} = 0 \quad (f_i^{(e)} = -\kappa \xi_i, \quad f_i = \varepsilon_{ijk} s_j b_l \sigma_{kl}) \quad (1.1)$$

Здесь f_i — сила, действующая со стороны внешних напряжений σ_{kl} на прямолинейную дислокацию единичной длины, направленную вдоль s_j , с вектором Бюргерса b_l ; $f_i^{(e)}$ — сила линейного натяжения дислокационного сегмента длины L , определяемая смещением ξ_i из положения равновесия в отсутствие внешних напряжений. Квазиупругий коэффициент κ дается выражением

$$\kappa = \frac{\mu b^2}{4\pi L^2} \ln \frac{L}{r_0} \quad (1.2)$$

в котором μ — модуль сдвига, а $r_0 \sim b$ — радиус дислокационного ядра. Сила взаимодействия дислокации с атмосферой поляризации $f_i^{(a)}$ далее будет найдена из выражения для энергии этого взаимодействия

$$U^{(a)} = \int \sigma_{ik}^{(a)} u_{ik}^{(d)} dS \quad (1.3)$$

где $\sigma_{ik}^{(a)}$ — поле напряжений, создаваемое атмосферой; $u_{ik}^{(d)}$ — дислокационная деформация. Интегрирование в (1.3) проводится по плоскости, перпендикулярной линии дислокации, исключая область размера r_0 дислокационного ядра. В случае винтовой дислокации, направленной вдоль третьей оси, ненулевые компоненты $u_{ik}^{(d)}$ равны

$$u_{13}^{(d)} = -\frac{b}{4\pi} \frac{y}{x^2 + y^2}, \quad u_{23}^{(d)} = \frac{b}{4\pi} \frac{x}{x^2 + y^2} \quad (1.4)$$

Рассматривая кристалл с атмосферами поляризации вокруг дислокаций как параупругую среду, поле напряжений, создаваемое атмосферой, в приближении стандартного линейного тела можно записать

$$\sigma_{ik}^{(a)} = \Delta \lambda_{iklm} \int_0^\infty e^{-t'/\tau} u_{lm}^{(d)*}(t - t') dt' \quad (1.5)$$

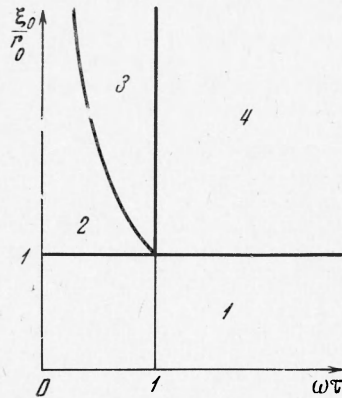
Здесь $\Delta \lambda_{iklm}$ — тензорный дефект модулей среды, а τ — время релаксации. Например, для сплавов замещения на основе ОЦК решетки

выражение для $\Delta\lambda_{iklm}$ в случае релаксации ближнего порядка имеет следующий вид:

$$\Delta\lambda_{iklm} = \Delta\mu \left[\delta_{ik}\delta_{lm} + \delta_{il}\delta_{km} + \delta_{im}\delta_{kl} - 2 \sum_{j=1}^3 \delta_{ij}\delta_{kj}\delta_{lj}\delta_{mj} \right] \quad (1.6)$$

Величина $\Delta\mu$ определяется параметрами межатомного взаимодействия в сплаве.

Обозначим через $\xi(t)$ смещение дислокации вдоль оси x под действием внешних напряжений. Тогда, используя (1.4) и (1.5) и производя в (1.3) интегрирование по пространственным координатам, придем к выражению для энергии взаимодействия дислокации с атмосферой, зависящей от предыстории движения дислокации



Фиг. 1

$$U^{(a)} = \frac{\Delta\mu b^2}{6\pi} \int_0^\infty e^{-t'/\tau} \frac{\Delta\xi \Delta\xi'}{\Delta\xi^2 + r_0^2} dt' \quad (1.7)$$

($\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t-t')$)

где $\Delta\xi'$ — производная от $\Delta\xi$ по аргументу t' . Подставляя в (1.1) явные выражения для сил, получаем интегральное уравнение движения дислокации

$$\beta \int_0^\infty e^{-t'/\tau} \frac{r_0^2 - \Delta\xi^2}{(\Delta\xi^2 + r_0^2)^2} \Delta\xi' dt' + \kappa\xi = \sigma b \quad (1.8)$$

$$(\beta = \Delta\mu b^2 / 6\pi)$$

Далее рассмотрим периодические решения уравнения (1.8) для случая гармонических внешних напряжений $\sigma = \sigma_0 \sin \omega t$.

На фиг. 1 показаны области амплитудно-частотной зависимости, внутри которых, используя возможные упрощения (1.8), ниже найдены различные режимы периодического движения дислокаций и получены выражения для внутреннего трения.

2. При малых смещениях дислокации $\xi \ll r_0$ вместо (1.8) получаем линейное интегральное уравнение

$$\frac{-\beta}{r_0^2} \int_0^\infty e^{-t'/\tau} \xi' dt' + \kappa\xi = \sigma b \quad (2.1)$$

Таким образом, в этом случае имеет место релаксационное не зависящее от амплитуды внутреннее трение

$$Q^{-1} = \frac{NLb^2\mu\beta}{2\kappa^2 r_0^2 (1 + \beta/\kappa r_0^2)} \frac{\omega\tau_1}{1 + \omega^2\tau_1^2} \quad (2.2)$$

Здесь N — число дислокаций в единице объема, а время релаксации

$$\tau_1 = \tau (1 + \beta/\kappa r_0^2) \quad (2.3)$$

Выражения (2.2) и (2.3) показывают, что высота релаксационного пика и время релаксации зависят от степени закрепления дислокации атмосферой. Для слабозакрепляющих атмосфер ($\beta/\kappa r_0^2 \ll 1$) время релаксации $\tau_1 \approx \tau$, а высота пика повышается с увеличением степени закрепления дислокаций атмосферой. В случае сильного закрепления ($\beta/\kappa r_0^2 \gg 1$) высота пика определяется только плотностью подвижных дислокаций,

а время релаксации τ_1 может значительно превышать время релаксации среды τ .

3. Рассмотрим случай колебаний дислокационного сегмента с большой амплитудой $\xi_0 \gg r_0$ и низкой частотой $\omega \ll r_0 / \tau \xi_0$ (область 2 на фиг. 1). В этих условиях облако поляризации перемещается вместе с дислокацией, что соответствует вязко-упругому движению дислокации. Уравнение (1.8) представится в виде

$$\kappa \xi + \eta \dot{\xi} = \sigma b \quad (\eta = \beta \tau / r_0^2) \quad (3.1)$$

где η — коэффициент вязкости. Внутреннее трение имеет релаксационный характер.

$$Q^{-1} = \frac{NLb^2\mu}{2\kappa} \frac{\omega\tau_2}{1 + \omega^2\tau_2^2} \quad \left(\tau_2 = \frac{\beta\tau}{\kappa r_0^2} \right) \quad (3.2)$$

Здесь τ_2 — время релаксации.

Из условия $\omega \ll r_0 / \tau \xi_0$ и условия достижения релаксационного максимума $\omega\tau_2 = 1$ следует, что релаксационный максимум (3.2) может достигаться для сильнозакрепляющих атмосфер ($\kappa \xi_0 \ll \beta / r_0$).

Отметим, что анализ экспериментальных данных по зинеровской релаксации должен проводиться с учетом дислокационного вклада во внутреннее трение. Это, в частности, относится к ориентационной зависимости внутреннего трения в монокристаллических твердых растворах замещения, так как ориентационные зависимости зинеровской и дислокационной релаксации существенно различны.

4. Рассмотрим движение дислокационного сегмента с частотой $\omega < 1/\tau$ и $r_0 \ll \xi_0$ (области 2, 3 на фиг. 1). С хорошим приближением можно полагать, что сила, действующая на дислокацию, движущуюся с мгновенной скоростью $\dot{\xi}(t)$, совпадает с силой, которая действует на равномерно движущуюся дислокацию с той же скоростью. Подстановка в интеграл (1.8) $\Delta \xi = \dot{\xi} t$ и интегрирование дают

$$f^{(a)}(\dot{\xi}) = -\beta / \tau \dot{\xi} \left[\text{ci} \left(r_0 / \tau \dot{\xi} \right) \cos \left(r_0 / \tau \dot{\xi} \right) + \text{si} \left(r_0 / \tau \dot{\xi} \right) \sin \left(r_0 / \tau \dot{\xi} \right) \right] \quad (4.1)$$

Кривая $f^{(a)}(\dot{\xi})$ выходит из начала координат и имеет максимум $\approx \beta / 5r_0$ при $\dot{\xi}_m \approx 4r_0 / \tau$.

Исследование асимптотического поведения (4.1) показывает, что

$$f^{(a)} \sim \dot{\xi}^* \quad \text{при} \quad \dot{\xi} \ll r_0 / \tau, \quad f^{(a)} \sim \ln \dot{\xi} / \dot{\xi}^* \quad \text{при} \quad \dot{\xi} \gg r_0 / \tau$$

что согласуется с результатами работы [2]. Ниже удобно воспользоваться выражением для силы $f^{(a)}(\dot{\xi})$, полученным в [2], из-за его простоты по сравнению с (4.1).

Уравнение движения дислокации принимает вид

$$\sigma b = \kappa \xi + \frac{\beta}{\dot{\xi} \tau} \ln \left| 1 + \left(\frac{\xi \tau}{r_0} \right)^2 \right| \quad (4.2)$$

Точное решение этого уравнения получить не удастся. Поэтому сначала рассмотрим случай слабо взаимодействующих с дислокацией атмосфер. В линейном приближении по малому безразмерному параметру $\beta / \kappa \xi_0^2 \ll 1$ получаем решение уравнения (4.2)

$$\xi(t) = \xi_0 \sin \omega t - \frac{\beta}{\kappa \xi_0 \omega \tau \cos \omega t} \ln \left| 1 + \left(\frac{\omega \tau \xi_0}{r_0} \right)^2 \cos^2 \omega t \right| \quad (4.3)$$

Из (4.3) определяем внутреннее трение

$$Q^{-1} = \frac{8\pi N L b^2}{\kappa \xi_0^2 \omega \tau} \ln \left| \frac{1}{2} \left(1 + \left(\frac{\omega \tau \xi_0}{r_0} \right)^2 \right)^{1/2} \right| \quad (4.4)$$

Частотная зависимость внутреннего трения (4.4) имеет вид кривой с максимумом. Частота максимума

$$\omega_m = r_0 z_1 / \tau \xi_0 \quad (4.5)$$

уменьшается с ростом амплитуды колебаний. В выражении (4.5) безразмерный коэффициент $z_1 \sim 1$ есть ненулевое решение уравнения

$$2z - (1 + z + \sqrt{1+z}) \ln |^{1/2}(1 + \sqrt{1+z})| = 0 \quad (4.6)$$

Максимальное значение внутреннего трения

$$Q_m^{-1} = \frac{8\pi N L \beta}{\kappa r_0 \xi_0} \ln \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \quad (4.7)$$

уменьшается при увеличении амплитуды колебаний и слабо зависит от температуры образца.

Отметим, что полученные результаты качественно согласуются с численными расчетами [3].

В случае атмосферы, сильно закрепляющей дислокацию ($\beta / \kappa \xi_0^2 > 1$), параупругое поведение среды сильно влияет на движение дислокационного сегмента. При достаточно больших амплитуде σ_0 и частоте ω возникает режим периодического движения дислокационного сегмента с отрывом от движущейся атмосферы упругой поляризации среды. Для расчета внутреннего трения и условий возникновения такого режима колебаний воспользуемся простой аппроксимацией зависимости силы от скорости

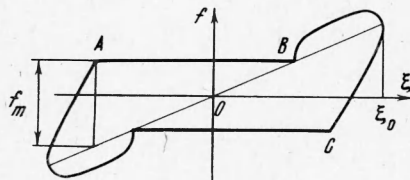
$$f^{(a)}(\xi) = \begin{cases} \eta \xi, & |\xi| \leq r_0 / 5\tau = \xi_m \\ 0, & |\xi| > \xi_m \end{cases} \quad (4.8)$$

Коэффициент вязкости η , как и в (3.1), определяется выражением $\eta = \beta \tau / r_0^2$. Граничное значение скорости ξ_m , определяющее интервал линейного изменения $f^{(a)}(\xi)$, находится из условия равенства силы (4.8) при этом значении скорости максимальной силе, определяемой формулой (4.1).

Момент отрыва дислокации от атмосферы определяется из условия, что сила, действующая на дислокацию со стороны внешних напряжений и натяжения, начинает превышать максимальную силу закрепления атмосферой; имеем

$$\sigma b = \kappa \xi + f_m \quad (f_m = \beta / 5r_0) \quad (4.9)$$

Для нахождения момента отрыва t_0 рассмотрим движение дислокации согласно фиг. 2, на которой представлена зависимость от смещения ξ силы f , действующей на дислокацию при ее движении с одним отрывом от подвижной атмосферы. В момент t_0 дислокация отрывается от точки A и достигает положения, определяемого квазиупругим натяжением B . Координаты точки B на плоскости $f \xi$ равны



Фиг. 2

$$f_B = \sigma_0 b \sin \omega t_0,$$

$$\xi_B = \sigma_0 b \kappa^{-1} \sin \omega t_0 \quad (4.10)$$

За время τ дислокацию, движущуюся вблизи точки B , окружает атмосфера поляризации, и дальнейшее движение дислокации снова лимитируется релаксационными свойствами атмосферы поляризации и подчиняется уравнению (4.2).

Пренебрегая малым по сравнению с временем перемещения дислокации до следующего отрыва промежуток времени $\sim \tau$, найдем зависимость $\xi(t)$ из решения уравнения (1.1) с аппроксимацией (4.8)

$$\xi(t) = Ce^{-t/\tau_2} + \frac{\xi_0}{1 + \omega^2 \tau_2^2} (\sin \omega t - \omega \tau_2 \cos \omega t) \quad (4.11)$$

где C определяется начальным условием (4.10)

$$Ce^{-t_0/\tau_2} = \frac{\xi_0 \omega \tau_2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} (\cos \omega t_0 + \omega \tau_2 \sin \omega t_0) \quad (4.12)$$

Легко проверить из (4.11) и (4.12), что $\dot{\xi}(t_0) = 0$. Это соответствует тому, что после перемещения в новое положение дислокация начинает дальнейшее движение с нулевой скоростью, а касательная к кривой BC в точке B параллельна оси f . Приравняв силу, действующую со стороны внешних напряжений и линейного натяжения на дислокацию, максимальной силе f_m , получаем условие отрыва в момент $t_0 + \pi/\omega$ в следующем виде:

$$\xi_0 \sin \omega t_0 + C \exp\left(-\frac{t_0}{\tau_2} - \frac{\pi}{\omega \tau_2}\right) = \frac{\xi_0}{1 + \omega^2 \tau_2^2} (\sin \omega t_0 - \omega \tau_2 \cos \omega t_0) + \xi_m$$

$$(\xi_m = f_m/\kappa) \quad (4.13)$$

Решение уравнения (4.13)

$$t_0 = 2\omega^{-1} \arctg \theta$$

$$\theta = \left(1 + \frac{\xi_m v}{\xi_0 \omega \tau_2 \chi}\right)^{-1} \left\{ \omega \tau_2 + \left[v \left(1 - \frac{\xi_m^2 v}{\xi_0^2 \omega^2 \tau_2^2 \chi^2}\right) \right]^{1/2} \right\} \quad (4.14)$$

$$(v = 1 + \omega^2 \tau_2^2, \quad \chi = 1 + e^{-\pi/\omega \tau_2})$$

Из условия положительности подкоренного выражения находится нижняя граница амплитуды внешних напряжений σ_* , при которых возможен такой режим колебаний дислокационного сегмента

$$\sigma_* = \frac{\sigma_m v^{1/2}}{\omega \tau_2 \chi}, \quad \sigma_m = f_m/b \quad (4.15)$$

Величина σ_* является функцией частоты. При низких частотах $\omega \tau_2 \ll 1$ амплитуда $\sigma_* \sim \sigma_m / \omega \tau_2$ в случае высоких, однако не превышающих $1/\tau_2$ частот, $\sigma_* > \sigma_m/2$.

Верхняя граница напряжений, при которых имеет место режим с одним отрывом (за полупериод) дислокации от атмосферы, определяется из условия, что сумма силы упругости и натяжения лишь один раз за полупериод будет превышать величину f_m . В противном случае при увеличении напряжения произойдет второй отрыв дислокации от атмосферы. Внутреннее трение определяется как

$$Q^{-1} = \frac{1NLb^2\mu}{\kappa} \left[\frac{\pi \omega \tau_2}{v} + \frac{2\xi_m^2}{\xi_0^2} - \frac{2\xi_m}{\xi_0 v} (\sin \omega t_0 + \omega \tau_2 \cos \omega t_0) \right] \quad (4.16)$$

Если внешние напряжения $\sigma_0 < \sigma_*$, то

$$Q^{-1} = \frac{2\pi NLb^2\mu \omega \tau_2}{\kappa v} \quad (4.17)$$

При переходе σ_0 через точку σ_* внутреннее трение меняется скачком на величину

$$\Delta Q^{-1} = \frac{4NLb^2\mu \omega^2 \tau_2^2 \chi^2}{\kappa v} (1 - 2/v\chi) \quad (4.18)$$

Из выражения видно, что если $\omega < 1/\tau_2$, то $\Delta Q^{-1} < 0$, а при $\omega > 1/\tau_2$ величина скачка положительна, при возрастании частоты $\Delta Q^{-1} \rightarrow 16NLb^2\mu\kappa^{-1}$. Таким образом, при достаточно больших частотах внутреннее трение определяется силой отрыва от подвижной атмосферы поляризации.

5. Рассмотрим высокочастотный режим колебаний дислокации в области 4 на фиг. 1. Разлагая в подынтегральном выражении (1.8) экспоненту в ряд по степеням $1/\omega\tau$ и ограничиваясь двумя членами разложения, получаем

$$\sigma b = \kappa\xi - \frac{\beta}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\Delta\xi dx'}{\Delta\xi^2 + r_0^2} + \frac{\beta}{2\pi\omega\tau} \int_0^{2\pi} \frac{\omega\xi x' dx'}{\Delta\xi^2 + r_0^2} \quad (5.1)$$

$$(x' = \omega t)$$

Второе слагаемое в выражении (5.1) представляет собой силу, действующую на дислокационный сегмент со стороны стационарного облака поляризации, устанавливающегося в результате периодического движения дислокации. Последнее слагаемое, которое гораздо меньше, чем второе, определяет величину вязкой силы, действующей на движущуюся дислокацию.

В случае слабой атмосферы основную роль во внутреннем трении играет вязкая составляющая. Рассматривая ее как малое возмущение, найдем добавку к нулевому приближению

$$\xi_1(t) = \frac{\beta\xi_0}{2\pi\omega\tau} \int_0^{2\pi} \frac{[\sin x - \sin(x-x')] x' dx'}{\xi_0^2 [\sin x - \sin(x-x')]^2 + r_0^2} \quad (5.2)$$

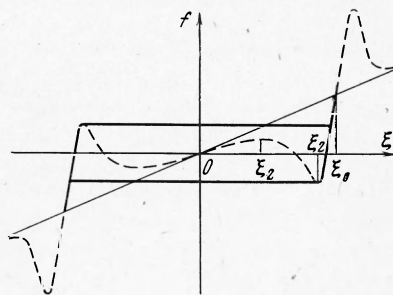
При этом не учтено второе слагаемое в уравнении (5.1), так как в принятом приближении оно не дает вклада в диссипацию энергии. Используя (5.2), найдем поглощенную за период энергию колебаний и внутреннее трение

$$Q^{-1} = \frac{8\pi NLb^2\mu\beta}{\kappa^2\xi_0^2\omega\tau} \ln \frac{\xi_0}{r_0} \quad (5.3)$$

Если закрепление дислокации атмосферой важно, то существенное влияние на характер движения дислокации оказывает стационарно распределенная атмосфера поляризации; так как дислокация относительно большую долю времени проводит вблизи крайних положений, плотность атмосферы в их окрестностях будет максимальной. Может сложиться ситуация, когда периодическое движение дислокации в потенциальном поле распределенной атмосферы будет иметь характер отрыва от крайних положений, в которых сила, удерживающая дислокацию атмосферой поляризации, максимальна.

Рассмотрим частный случай такого движения, в котором дислокация, отрываясь от облака в одном из крайних положений, быстро перемещается к противоположному. Условия существования такого режима колебаний дислокации найдем приближенно, полагая, что атмосфера поляризации образуется подвижной дислокацией, которая основное свое время находится в окрестностях крайних положений. Уравнение (5.1) тогда запишется в виде

$$\sigma b = \kappa\xi + \frac{\beta}{2} \left[\frac{\xi_0 + \xi}{(\xi_0 + \xi)^2 + r_0^2} - \frac{\xi_0 - \xi}{(\xi_0 - \xi)^2 + r_0^2} \right] \quad (5.4)$$



Фиг. 3

Рельеф силового поля, действующего на дислокацию, и петля гистерезиса, образованная зависимостью силы f от смещения дислокации ξ в высокочастотном режиме колебаний, представлены на фиг. 3. Уровень внешних напряжений, при котором возможно движение дислокации с отрывом, определяется соотношением между экстремальными значениями f_1 и f_2 функции $f(\xi)$

$$f_2 \leq f_1 \leq \sigma_0 b \quad (5.5)$$

Учитывая, что $\xi_1 \approx \xi_0 - r_0$, $\xi_2 \approx \xi_0 - (\beta/2\kappa)^{1/2}$, после вычисления f_1 и f_2 условие (5.5) можно представить в виде

$$\beta / 8b^2 \leq \sigma_0 \leq \beta / 8b^2 + (\beta\kappa / 2b^2)^{1/2} \quad (5.6)$$

Для напряжений σ_0 , меньших $\sigma_1 = \beta / 8b^2$, гистерезисная петля рассматриваемой формы не реализуется. При превышении уровня σ_1 движутся с отрывом в точках $\pm \xi_1$ все дислокационные петли, исключая самые маленькие, которые прогибаются под действием напряжений $\sim \sigma_1$ на расстояния $\sim r_0$. Дальнейшее увеличение σ_0 приводит к тому, что наиболее длинные дислокационные отрезки перестают двигаться с отрывом, так как для них атмосфера поляризации становится более однородной, а силовое поле становится более гладким. Поэтому величина внутреннего трения должна уменьшаться с ростом σ_0 , причем скорость уменьшения определяется функцией распределения дислокационных сегментов по длинам.

Поступила 15 III 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. К р е н е р Э. Общая континуальная теория дислокаций и собственных напряжений. М., «Мир», 1965.
2. К о с е в и ч А. М., Н а ц и к В. Д. Торможение дислокации в среде, обладающей дисперсией упругих модулей. Физика твердого тела, 1966, т. 8, вып. 4.
3. Т у р к о в С. К., Ш е р м е р г о р Т. Д. Влияние винтовых дислокаций на внутреннее трение параупругих тел. Физика твердого тела, 1966, т. 8, вып. 6.