УДК 533.951

ПЫЛЕ-ИОННО-ЗВУКОВОЙ ПРЕДВЕСТНИК УДАРНОЙ ВОЛНЫ

В. А. Павлов

Научно-исследовательский институт радиофизики
Санкт-Петербургского государственного университета, 198904 Санкт-Петербург

Исследовано влияние заряженных частиц пыли на структуру плазменного предвестника сильной ударной волны. Найдены условия формирования фронта слабого разрыва. Показано, что существует возможность реализации резонансных режимов, в которых увеличивается концентрация частиц пыли в окрестности фронта. В случае положительно заряженных частиц пыли возможно образование локализованной области уплотнения в виде солитонного “сгустка”, при этом зависимость амплитуды солитона от скорости ударной волны немонотонная. В случае отрицательно заряженных частиц пыли формируется волна разрежения. Отмеченные эффекты могут сильно влиять на концентрацию нейтрального компонента в слабоионизованной плазме.

Введение. В последнее время возрос интерес к нелинейным процессам в многокомпонентной частично и слабоионизованной плазме [1–9]. Это обусловлено изучением структуры планетных колец и хвостов комет, обтекания Земли солнечным ветром, образования звезд, природы шаровой молнии, формирования плазменно-пылевых кристаллов, эволюции и формирования ударно-волновых структур в пылевой плазме, аномального влияния плазменного компонента на обтекание тел слабоионизованной плазмой, структуры предвестника ударной волны в плазме и т. д. Многокомпонентность плазмы может обеспечиваться как наличием различных сортов ионов, так и присутствием заряженных макроскопических частиц (пыли, аэрозолей, кластеров и т. д.). Обычно плазменно-пылевая система открыта, она существует при наличии стороннего источника. При этом заряженные частицы пыли могут приближенно рассматриваться как дополнительная тяжелая плазменная составляющая, для которой выполняется условие квазинейтральности относительно пыли [6]

$$(4/3)\pi n_d D_d^3 \gg 1 \tag{1}$$

или

$$n_d^{1/2} Z_d^3 \ll (4 \cdot 10^8) T_d^{3/2},$$

где n_d — концентрация, см$^{-3}$; D_d — радиус Дебая; T_d — температура, эВ; Z_d — зарядовое число (заряд частицы пыли в единицах электронного заряда); индекс d соответствует частице пыли.

Неравенство (1) соответствует состоянию пылевой системы с “малой” концентрацией и “малым” зарядом. В случае нарушения условия (1) пылевой компонент становится “особым” [6]: он не описывается приближением сплошной среды, поэтому в данном случае необходим учет кинетических эффектов. Такая ситуация типична для задач формирования плазменно-пылевых кристаллов, капель и облаков. Существует ряд явлений, связанных с приобретением частицами пыли электрического заряда [5].

В невозмущенном состоянии плазма обычно электронейтральна:

$$n_{i0} = n_{e0} + Z_d n_{d0}.$$

Здесь и ниже индексы i, e соответствуют ионам и электронам; индекс 0 характеризует невозмущенное состояние; $Z_d > 0$ для отрицательно заряженных пылинок, $Z_d < 0$ для положительно заряженных частиц.

В ряде случаев плазма в невозмущенном состоянии является слабоионизованной (см., например, [6, 10–12]): $\delta_0 \equiv n_{i0}n_{n0}^{-1} = 10^{-5} \div 10^{-7}$ (индекс n соответствует нейтральным частицам). Это обстоятельство позволяет упростить описание процесса взаимодействия ударной волны с плазменными компонентами на начальной стадии формирования областей повышенной концентрации зарядов, при этом пренебрегается воздействием зарядов на нейтральный компонент. Поле нейтрального компонента на этой стадии считается заданным: оно является источником возмущений в плазме. При обтекании тел слабоионизованной пылевой плазмой в лабораторных условиях в большинстве случаев условие (1) выполняется и $Z_d \approx \mathrm{const}$ [11, 12].

В условиях совместного действия сильной нелинейности и дисперсии могут формироваться локализованные области повышенной степени ионизации [12–14]. В этом случае нельзя пренебрегать влиянием зарядов на нейтральные частицы. Упругие соударения и другие механизмы взаимодействия в этих областях могут привести к сильному воздействию заряженных частиц на нейтральный компонент. Кроме того, в них возможно нарушение условия (1): пыль начинает “рассасывать” ударную волну за счет потока “горячих” нейтральных частиц ($T_n > T_d$) на тяжелые частицы пыли. В этих условиях возможно значительное ослабление интенсивности ударной волны и даже ее разрушение.

1. Постановка задачи аналогична приведенной в работах [13, 14]. Новым моментом является учет дополнительного заряженного пылевого компонента, для которого выполняется условие квазинейтральности (1). Исследуется одномерное стационарное возмущение в слабоионизованной неизотермической плазме ($T_e \gg T_i \approx T_n > T_d$), создаваемое сильной ударной волной нейтрального компонента. Эту ударную волну зададим в виде

$$V_n = V_{n1}\eta(-\xi), \quad \xi = x - ct, \quad \eta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases} \qquad \rho_n = \rho_{n0} + (\rho_{n1} - \rho_{n0})\eta(-\xi),$$

где x, t — координата и время; $c = \mathrm{const}$ — скорость перемещения ударной волны; V_n, ρ_n — скорость и плотность нейтрального компонента; индексы 0 и 1 соответствуют состояниям перед фронтом и за ним.

Учитывая слабую ионизацию плазмы, пренебрежем влиянием заряженных частиц на нейтральный компонент. Процессы в плазме описываются системой уравнений (условие (1) считается выполненным)

$$\begin{gathered}
\frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_j V_j) = 0, \qquad j = \{i, e, d\}, \\
\Big(\frac{\partial}{\partial t} + V_i \frac{\partial}{\partial x}\Big) V_i = |e| m_i^{-1} E - \nu_i (V_i - V_n), \\
0 = -n_e |e| E - kT_e \frac{\partial n_e}{\partial x}, \\
\Big(\frac{\partial}{\partial t} + V_d \frac{\partial}{\partial x}\Big) V_d = -Z_d |e| m_d^{-1} E - \nu_d (V_d - V_n), \\
\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial x} = |e|(n_i - n_e - Z_d n_d), \qquad n_{i0} - n_{e0} - Z_d n_{d0} = 0.
\end{gathered} \tag{2}$$

Здесь $T_e \gg T_i$; $T_e \gg T_d$; $T_e = \mathrm{const}$; $Z_d = \mathrm{const}$; V_j, T_j — скорость и температура соответствующего компонента плазмы; m — масса; $-|e|$ — заряд электрона; E — электрическое поле; ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума; k — постоянная Больцмана.

При $Z_d = 0$ система уравнений (2) описывает ионно-звуковые волны, возбуждаемые сторонним источником (V_n). Ситуация $Z_d \neq 0$ соответствует случаю заряженных частиц пыли. Поля, описываемые системой (2), назовем пыле-ионно-звуковыми (термин не является общепринятым). С учетом стационарности процесса (поля параметров зависят от одной переменной ξ) уравнения в частных производных приводятся к системе трех связанных обыкновенных дифференциальных уравнений для функций V_i, n_d, Ψ:

$$\frac{d}{d\xi}\Big[\frac{1}{2}\Big(\frac{V_i-c}{c}\Big)^2+\frac{\Psi}{\mathrm{M}_i^2}\Big]=-\frac{\nu_i}{c^2}\,(V_i-V_n); \tag{3}$$

$$\frac{d}{d\xi}\Big[\frac{1}{2}\Big(\frac{n_{d0}}{n_d}\Big)^2-\frac{\beta\Psi}{\mathrm{M}_i^2}\Big]=-\frac{\nu_d}{c}\Big(1-\frac{n_{d0}}{n_d}-\frac{V_n}{c}\Big); \tag{4}$$

$$V_i/c=1-(1+\alpha)/(F(\Psi)+\alpha n_d n_{d0}^{-1}). \tag{5}$$

Здесь $F(\Psi)=\exp\Psi-2D_e^2\,(d^2\Psi/d\xi^2)$; $D_e^2=\varepsilon_0 kT_e/(2n_{e0}e^2)$; $V_s^2=kT_e/m_i$; $\alpha=Z_d n_{d0}/n_{e0}$; $\beta=Z_d m_i/m_d$; $\mathrm{M}_i=c/V_s$ — ионное число Маха. При выводе уравнения (5) использовались граничные условия, предполагающие существование невозмущенного состояния в лабораторной системе координат:

$$\xi=\infty:\qquad V_i=0,\quad n_d=n_{d0},\quad n_i=n_{i0},\quad \Psi=0.$$

Поля параметров E, n_e, n_i, V_d связаны с решениями системы (3)–(5) соотношениями

$$E=-m_iV_s^2|e|^{-1}\,\frac{d\Psi}{d\xi},\quad n_e=n_{e0}\exp\Psi,\quad n_i(V_i-c)=-n_{i0}c,\quad n_d(V_d-c)=-n_{d0}c.$$

Невозмущенное состояние на бесконечности имеет вид

$$E_j(\infty)=0,\qquad n_j(\infty)=n_{j0},\quad j=\{i,e,d\}.$$

Рассмотрим вначале предельный случай (длинноволновое приближение) $D_e=0$, что соответствует описанию медленно изменяющихся полей в пренебрежении старшими производными. В окрестности фронтов имеют место большие градиенты полей, здесь роль старших производных существенна, поэтому необходимо сделать соответствующее уточнение.

2. В случае $Z_d=0$ (отсутствие заряженных частиц пыли) в длинноволновом приближении ($D_e=0$) при возрастании ионного числа Маха M_i до единицы увеличиваются градиенты параметров в предвестнике. При $\mathrm{M}_i=1$ первые производные терпят разрыв (слабый) в некоторой точке $\xi=\xi_*$ [14], что обусловлено отсутствием непрерывного решения, удовлетворяющего граничному условию при $\xi=\infty$. Покажем, что при наличии пыли также может существовать слабый разрыв. Это условие реализуется в длинноволновом приближении при $\mathrm{M}_i=\mathrm{M}_h\equiv\sqrt{1+\alpha(1+\beta)}$. Предположим, что такой разрыв существует, и обозначим его координату $\xi=\xi_h$. Тогда при $\xi>\xi_h$ состояние полей должно быть невозмущенным, а при $\xi<\xi_h$ (за фронтом) в окрестности $\xi\approx\xi_h$ поле будем искать в виде разложения

$$V_i=V_h'(\xi-\xi_h)+0{,}5V_h''(\xi-\xi_h)^2+\ldots,$$

$$\Psi=\Psi_h'(\xi-\xi_h)+0{,}5\Psi_h''(\xi-\xi_h)^2+\ldots,\qquad n_d=n_{d0}+n_h'(\xi-\xi_h)+0{,}5n_h''(\xi-\xi_h)^2+\ldots,$$

где поля, отмеченные индексом h, — постоянные величины; штрихами обозначены производные. Применяя эти разложения для членов нулевого порядка в (3), (4) и членов первого порядка в (5), получаем замкнутую систему уравнений в области $\xi<\xi_h$

$$c^{-1}V_h'-\mathrm{M}_h^{-2}\,\Psi'=0,\quad n_{d0}^{-1}n_h'+\beta\,\mathrm{M}_h^{-2}\,\Psi_h'=0,\quad \Psi_h'+\alpha n_{d0}^{-1}n_h'-(1+\alpha)V_h'=0. \tag{6}$$

Из условия разрешимости однородной системы (6) следует

$$\mathrm{M}_h^2 = 1 + \alpha(1+\beta).$$

(Ниже показано, что значение M_h совпадает с представлением для нижней границы M_i существования стационарных решений для бесстолкновительной плазмы ($\nu_i = \nu_d = 0$, $D_e \neq 0$).)

Члены первого порядка в (3), (4) и члены второго порядка в (5) образуют систему

$$-c^{-2}[cV_h'' - (V_h')^2] + \mathrm{M}_h^{-2}\,\Psi_h'' = -c^{-2}\nu_i V_h', \quad -3n_{d0}^{-2}(n_h')^2 + n_{d0}^{-1}n_h'' + \beta\,\mathrm{M}_h^{-2}\,\Psi_h'' = c^{-1}\nu_d n_{d0}^{-1}n_h',$$
$$\Psi_h'' + (\Psi_h')^2 + \alpha n_{d0}^{-1}n_h'' - c^{-1}(1+\alpha)V_h'' - 2(1+\alpha)c^{-2}(V_h')^2 = 0. \tag{7}$$

Из уравнений (6), (7) находятся выражения для первых производных полей за фронтом слабого разрыва при $\xi < \xi_h$

$$V_h' = -[\nu_i(1+\alpha) + \alpha\beta\nu_d][(1+\beta)(\alpha - \alpha_1(\beta))(\alpha - \alpha_2(\beta))]^{-1}, \quad \Psi_h' = c^{-1}\,\mathrm{M}_h^2\,V_h';$$
$$n_h' = -\beta n_{d0}c^{-1}V_h', \tag{8}$$

где $\alpha_{1,2} \equiv [2(1+\beta)]^{-1}[1 - 2\beta - 3\beta^2 \pm \sqrt{(1-2\beta-3\beta^2)^2 + 8(1-\beta^2)}\,]$. Как отмечено выше, перед фронтом слабого разрыва ($\xi > \xi_h$) существует невозмущенное состояние $V_i = 0$, $\Psi = 0$, $n_d = n_{d0}$.

В отсутствие пылевых частиц ($Z_d = 0$) получаем известный результат [14]: $\mathrm{M}_h = 1$, $V_h' = -\nu_i/2$. Для положительно заряженной пыли $\mathrm{M}_h < 1$ при $-1 < \beta < 0$. Если $\beta < -1$, то $\mathrm{M}_h > 1$. Следует отметить, что в большинстве реализуемых ситуаций $|\beta| \ll 1$, однако возможно и создание условий, когда $|\beta| > 1$. При $\alpha = -1$ возникает редкая ситуация: ион-нейтральные столкновения в первом приближении не влияют на структуру поля в окрестности фронта (параметры V_h', Ψ_h', n_h' не зависят от ν_i). Согласно (8) производные V_h', n_h' при $\beta < 0$ имеют одинаковый знак, а для отрицательно заряженной пыли $\mathrm{M}_h > 1$ и $\operatorname{sign} V_h' = -\operatorname{sign} n_h'$. Последнее соотношение указывает на существование волны разрежения в пылевом компоненте в случае отрицательно заряженной пыли: $n_d < n_{d0}$. Интересным обстоятельством является наличие “резонансных” свойств пылевой плазмы. В рассматриваемой постановке задачи в режиме $\mathrm{M}_i \to \mathrm{M}_h$ возможно обращение параметров V_h', Ψ_h', n_h' в бесконечность при $\alpha \to \alpha_{1,2}(\beta)$. Создание пылевой плазмы с параметрами, удовлетворяющими соотношению $\alpha = \alpha_{1,2}(\beta)$, представляет особый интерес, так как в режиме $\mathrm{M}_i \to \mathrm{M}_h$ должна формироваться область повышенной концентрации пылевых частиц.

3. Исследуем структуру полей малой амплитуды при $\mathrm{M}_i \neq \mathrm{M}_h$ вдали от фронта $\xi = 0$, ограничившись линейным приближением уравнений (3)–(5):

$$c^{-1}\,\frac{dV_i}{d\xi} - \mathrm{M}_i^{-2}\,\frac{d\Psi}{d\xi} = \nu_i c^{-2}V_i, \quad n_{d0}^{-1}\,\frac{dn_d}{d\xi} + \beta\,\mathrm{M}_i^{-2}\,\frac{d\Psi}{d\xi} = \nu_d c^{-1}n_{d0}^{-1}(n_d - n_{d0}),$$
$$\Psi = -\alpha n_{d0}^{-1}(n_d - n_{d0}) + (1+\alpha)c^{-1}V_i.$$

Выясним, при каких условиях наличие потерь приводит к экспоненциальному убыванию полей в области $\xi \to \infty$:

$$V_i \sim \Psi \sim (n_d - n_{d0}) \sim \exp(-\xi/\xi_0), \qquad \xi_0 > 0,$$

где ξ_0 удовлетворяет уравнению $\xi_0^2 A_1 + \xi_0 A_2 + A_3 = 0$, $A_1 = \nu_i\nu_d\,\mathrm{M}_i^2\,c^{-2}$, $A_2 = \nu_i c^{-1}(\mathrm{M}_i^2 - \alpha\beta) + \nu_d c^{-1}(\mathrm{M}_i^2 - \mathrm{M}_h^2 + \alpha\beta)$, $A_3 = \mathrm{M}_i^2 - \mathrm{M}_h^2$.

Коэффициенты A_n обладают следующими свойствами: $A_1 > 0$, $A_{2,3} > 0$ при $\mathrm{M}_i > \mathrm{M}_h$ и $A_3 < 0$ при $\mathrm{M}_i < \mathrm{M}_h$. При выполнении условия $\mathrm{M}_i < \mathrm{M}_h$ параметр ξ_0 положительный, т. е. вдали от фронта ударной волны предвестник переходит в невозмущенное состояние по экспоненциальному закону. В случае $\mathrm{M}_i > \mathrm{M}_h$ параметр ξ_0 отрицательный, т. е.

не существует непрерывного предвестника, переходящего при $\xi \to +\infty$ в невозмущенное состояние. Непрерывное решение системы (3)–(5) при $\mathrm{M}_i > \mathrm{M}_h$ становится неоднозначным (ср. случай $Z_d = 0$ в [14]) и таким, что невозмущенное состояние существует не при $\xi = +\infty$, а при $\xi = -\infty$: $V_i(-\infty) = 0$, $\Psi(-\infty) = 0$, $n_d(-\infty) = n_{d0}$. Для обеспечения выполнения граничного условия на бесконечности $\xi = +\infty$ необходимо вводить разрыв.

4. Прежде чем ввести разрыв при $\mathrm{M}_i > \mathrm{M}_h$, исследуем свойства непрерывного неоднозначного решения системы (3)–(5) при $\mathrm{M}_i > \mathrm{M}_h$ в окрестности точки $\xi = \xi_m$, где первые производные полей обращаются в бесконечность. При выполнении условия $\xi \leqslant \xi_m$ поля будем искать в виде разложений

$$V_i = V_m + c\sum_{n=0}^{\infty}(\xi_m - \xi)^{(n+1)/2} f_n,$$

$$n_d = n_m + n_{d0}\sum_{n=0}^{\infty}(\xi_m - \xi)^{(n+1)/2}\varphi_n, \qquad \Psi = \Psi_m + \sum_{n=0}^{\infty}(\xi_m - \xi)^{(n+1)/2}\Phi_n.$$

Главные члены разложения имеют вид

$$f_0 = \pm\sqrt{2\nu_i V_m c^{-2}},$$

$$\varphi_0 = \pm n_m n_{d0}\sqrt{2\nu_d (3c)^{-1}(1 - n_{d0} n_m^{-1})}, \qquad \Phi_0 = \pm\,\mathrm{M}_i^2(1 - V_m c^{-1})\sqrt{2\nu_i V_m c^{-2}},$$

безразмерные параметры $y = n_m/n_{d0}$, $z = 1 - V_m/c$ удовлетворяют нелинейной системе уравнений

$$\frac{\sqrt{y(y-1)}}{z\sqrt{1-z}} = -\beta\sqrt{3\nu_i\nu_d^{-1}}, \qquad \frac{\beta + \mathrm{M}_i^2\, y}{y} = \frac{(1+\alpha)(1 - \mathrm{M}_i^2\, z^2)}{\alpha z^3},$$

а Ψ_m находится из соотношения

$$\exp\Psi_m = -\alpha n_m n_{d0}^{-1} + (1+\alpha)(1 - V_m c^{-1})^{-1}.$$

В частном случае отсутствия частиц пыли получаем известный результат [14] $1 - V_m c^{-1} = \mathrm{M}_i^{-1}$, $\Psi_m = \mathrm{M}_i$.

В случае положительно заряженной пыли коэффициенты f_0, φ_0, Φ_0 вещественные, и выражение для предвестника ударной волны неоднозначное непрерывное. Это выражение стандартной процедурой (см., например, [14]) преобразуется в разрывное решение, описывающее ударную пыле-ионно-звуковую волну. Для этого используются соотношения на разрыве, вытекающие из законов сохранения массы и импульса ионов и пыли, в интегральной форме

$$-u[n_j] + [n_j V_j] = 0, \qquad j = \{i, e, d\},$$

$$[V_s^2 n_i V_i + n_i V_i(V_i - u)] = 0, \qquad [-\beta V_s^2 n_d + n_d V_d(V_d - u)] = 0.$$

Здесь u — скорость перемещения разрыва; квадратные скобки обозначают скачок соответствующей функции на фронте пыле-ионно-звуковой волны.

Из стационарности задачи следует равенство $u = c$. В отличие от задач динамики сплошной нейтральной среды в рассматриваемой постановке разрывное поле формируется в диссипативной среде: $\nu_i \neq 0$, $\nu_d \neq 0$, $D_e = 0$.

В случае отрицательно заряженной пыли коэффициенты f_0, φ_0, Φ_0 становятся чисто мнимыми, так как $y > 1$. Это указывает на то, что отрицательно заряженная пыль препятствует формированию разрывного поля и служит косвенным признаком нарушения стационарности. Следовательно, необходимо уточнение модели описания отрицательно заряженной пылевой плазмы в режиме $\mathrm{M}_i \geqslant \mathrm{M}_h$ (учет многопотокового движения, турбулентности, вязкости и т. д.).

Для положительно заряженной пыли в окрестности пыле-ионно-звукового фронта становятся существенными старшие производные в системе (3)–(5), значительна роль дисперсии ($D_e \neq 0$). Описание плазмы с отрицательно заряженными пылевыми частицами при $\mathrm{M}_i > \mathrm{M}_h$ в рамках модели (2) недопустимо, так как отсутствует вещественное решение задачи.

5. Исследуем стационарные решения системы (3)–(5) в предельном случае бесстолкновительной плазмы ($\nu_i = \nu_d = 0$). Аналогичная задача рассматривалась в работах [7–9]. Система (3)–(5) приводится к уравнению второго порядка для потенциала электрического поля

$$2D_e^2\Psi'' = \exp\Psi - n_{i0}n_{e0}^{-1}(1 - 2\,\mathrm{M}_i^{-2}\,\Psi)^{-1/2} + \alpha(1 + 2\beta\,\mathrm{M}_i^{-2}\,\Psi)^{-1/2}. \tag{9}$$

Уравнение (9) является обобщением уравнения Сагдеева (78) в [15] на случай учета влияния третьего заряженного компонента при произвольных значениях безразмерных параметров α, β. Интегрируя (9), получаем уравнение первого порядка

$$D\Psi' = \pm\sqrt{\Phi^{(0)} - \Phi(\Psi)}, \qquad \Phi^{(0)} = \mathrm{const},$$
$$\Phi(\Psi) = 1 - \exp\Psi + \mathrm{M}_i^2(1+\alpha)\left(1 - \sqrt{1 - 2\,\mathrm{M}_i^{-2}\,\Psi}\right) + \mathrm{M}_i^2\,\alpha\beta^{-1}\left(1 - \sqrt{1 + 2\beta\,\mathrm{M}_i^{-2}\,\Psi}\right), \quad \Phi(0) = 0. \tag{10}$$

Стационарные волны, описываемые уравнениями (9), (10), существуют при условии, что функция $\Phi(\Psi)$ имеет минимум, а не максимум: $\Phi'(\Psi) < 0$, $\Psi \ll 1$, $\Psi > 0$. Отсюда следует ограничение снизу на ионное число Маха

$$\mathrm{M}_i > \sqrt{1 + \alpha(1+\beta)} \equiv \mathrm{M}_h\,.$$

(Представление M_i, обеспечивающее создание слабого разрыва при условиях $D_e = 0$, $\nu_i \neq 0$, $\nu_d \neq 0$, приведено в п. **2**.)

В предельном случае ионно-звуковых волн получается известное условие $\mathrm{M}_i > 1$. Значение $\mathrm{M}_h = 0$ дает ограничение снизу на концентрацию положительно заряженных частиц пыли $|\alpha|(1 - |\beta|) > 1$. В случае нарушения последнего неравенства M_h становится мнимой величиной, следовательно, необходимо уточнение расчетной модели.

Поля E, n_j, V_j связаны с Ψ соотношениями

$$E = -m_iV_s^2|e|^{-1}\Psi', \qquad n_en_{e0}^{-1} = \exp\Psi,$$
$$n_in_{i0}^{-1} = c(c - V_i)^{-1} = (1 - 2\,\mathrm{M}_i^{-2}\,\Psi)^{-1/2}, \qquad n_dn_{d0}^{-1} = c(c - V_d)^{-1} = (1 + 2\,\mathrm{M}_i^{-2}\,\Psi\beta)^{-1/2}.$$

При $\beta > 0$ концентрация частиц пыли уменьшается: $n_d < n_{d0}$ (появляется волна разрежения для отрицательно заряженной пыли), а при $\beta < 0$ $n_d > n_{d0}$ (возникает волна сжатия для положительно заряженной пыли).

Так как физически реализуемые поля описываются вещественными функциями, в рамках данной постановки задачи должны выполняться условия

$$\Psi \leqslant \Psi_* \equiv 2^{-1}\,\mathrm{M}_i^2, \qquad \beta > -1$$

или

$$\Psi \leqslant \Psi_{**} \equiv -2^{-1}\beta^{-1}\,\mathrm{M}_i^2, \qquad \beta < -1.$$

Решения уравнения (10) обладают свойствами, характерными для решений уравнений Сагдеева [15]:

— при $\Phi^{(0)} < 0$ имеются только периодические решения;

— при $\Phi^{(0)} = 0$ имеются решения в виде уединенной волны (солитона);

— существует солитон с максимальной амплитудой.

Наличие частиц пыли приводит к возможности существования двух представлений для максимальной амплитуды солитона: Ψ_* либо Ψ_{**} ($\Psi_* = 2^{-1}\,\mathrm{M}_*^2$ при $\beta > -1$; $\Psi_{**} = -2^{-1}|\beta|^{-1}\,\mathrm{M}_{**}^2$ при $\beta < -1$).

В случае $\beta > -1$ солитон максимальной амплитуды Ψ_* описывается уравнением $\Phi(\Psi_*) = 0$, которое приводится к виду

$$\exp\,(2^{-1}\,\mathrm{M}_*^2) = 1 + A\,\mathrm{M}_*^2,$$

где $A(\alpha,\beta) = 1 + \alpha + \alpha\beta^{-1}(1 - \sqrt{1+\beta}\,)$.

В случае $\beta < -1$ солитон с максимальной амплитудой Ψ_{**} описывается уравнением $\Phi(\Psi_{**}) = 0$, которое приводится к виду

$$\exp\,(2^{-1}|\beta|^{-1}\,\mathrm{M}_{**}) = 1 + B\,\mathrm{M}_{**},$$

где $B(\alpha,\beta) = (1 - |\alpha|)(1 - \sqrt{1 - |\beta|^{-1}}\,) + \alpha\beta^{-1}$.

В общем случае критические значения M_*, M_{**}, Ψ_*, Ψ_{**} зависят как от относительной концентрации (параметра α), так и от отношения масс (параметра β). В частном случае $|\beta| \ll 1 \quad \max\Psi \approx \Psi_*(\alpha)$.

6. Перечислим основные свойства пыле-ионно-звукового предвестника ударной волны. В ситуациях, описанных в пп. **2, 4**, возможно формирование слабого и сильного разрывов, существенна роль старших производных в системе (3)–(5), поэтому необходим учет влияния пространственной дисперсии. На переднем фронте формируется солитонный "сгусток" плазмы (ср. случай $Z_d = 0$ в [14]). Возникновение такого солитонного образования обусловлено сглаживанием ударного скачка за счет одновременного действия дисперсии и нелинейности. В случае положительно заряженной пыли амплитуда солитона увеличивается при возрастании ионного числа Маха с M_h до M_* при $\beta > -1$ и до $\mathrm{M}_i = \mathrm{M}_{**}$ при $\beta < -1$. При $\mathrm{M}_i > \mathrm{M}_*$ (или $\mathrm{M}_i > \mathrm{M}_{**}$) происходит разрушение солитонного "сгустка". Следовательно, необходимо дальнейшее уточнение модели плазмы. Если знак заряда пыли отрицательный, то солитонный "сгусток" не образуется, так как при $\mathrm{M}_i > \mathrm{M}_h$ нарушается условие стационарности (см. п. **2**) и ударная волна не формируется. Напомним, что при $\mathrm{M}_i > \mathrm{M}_h$ в режиме $\nu_i = \nu_d = 0$, $D_e \neq 0$ в отрицательно заряженной пыли формируется солитон разрежения: $n_d < n_{d0}$. Условия стационарности нарушаются также при $\alpha < \alpha_{\min}$ или $\alpha > \alpha_{\max}$ ($\alpha_{\min}$, $\alpha_{\max}$ — корни уравнения $\mathrm{M}_h(\alpha,\beta) = \mathrm{M}_*(\alpha,\beta)$ при $\beta > -1$ или корни уравнения $\mathrm{M}_h(\alpha,\beta) = \mathrm{M}_{**}(\alpha,\beta)$ при $\beta < -1$). Особая "резонансная" ситуация возникает в случае, если $\alpha = \alpha_{1,2}(\beta)$ (см. п. **2**); при $\mathrm{M}_i \to \mathrm{M}_h$ формируется область повышенной концентрации частиц пыли.

7. Получим критерий сильного воздействия заряженных компонентов слабоионизованной пылевой плазмы на нейтральный компонент. Решение замкнутой задачи на данном этапе представляет значительные трудности. Здесь исследуется один из механизмов этого процесса — взаимодействие заряженных частиц с нейтральными посредством упругих соударений. Получим необходимое условие реализации такого воздействия для стационарного случая. При этом ограничимся одномерными полями.

Процессы в слабоионизованной неизотермической пылевой плазме опишем системой уравнений газовой динамики (2), дополнив их уравнением неразрывности и уравнением движения нейтрального компонента, учитывающими воздействие заряженных частиц на нейтральные:

$$\frac{\partial n_n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\,(n_n V_n) = 0,$$

$$n_n\Big(\frac{\partial}{\partial t}+V_n\,\frac{\partial}{\partial x}\Big)V_n=-a^2\,\frac{\partial n_n}{\partial x}-\nu_{ni}n_n(V_n-V_i)-\nu_{nd}n_n(V_n-V_d), \tag{11}$$
$$\nu_{ni}n_n=\nu_i n_i,\qquad \nu_{nd}n_n=\nu_d n_d,$$

где a — скорость звука; V_n — неизвестная функция.

Для стационарного режима имеется соотношение

$$\frac{d}{d\xi}\,[V_n-a_0^2(c-V_n)^{-1}+n_{i0}n_{n0}^{-1}V_i+n_{d0}n_{n0}^{-1}V_d]-V_s\,\mathrm{M}_i^{-1}\,n_{n0}^{-1}(n_i-\beta n_d)n_e^{-1}\,\frac{dn_e}{d\xi}=0. \tag{12}$$

В случае формирования областей с повышенной концентрацией заряженных частиц, приводящих к сильному влиянию на нейтральный компонент, первые два члена в соотношении (12) должны быть одного порядка с его последним членом. Сопоставим порядки величин первого и последнего членов в (12):

$$(n_e-n_{e0})n_{e0}^{-1}\sim\delta_1^{-1}\delta_2\delta_3\delta_4,$$
$$\delta_1=n_{e0}n_{n0}^{-1}\ll 1,\quad \delta_2=n_e|n_i-\beta n_d|^{-1},\quad \delta_3=aV_s^{-1}\approx(T_nT_e^{-1})^{1/2}<1,\quad \delta_4=V_na^{-1}.$$

В отсутствие сильнонелинейного процесса в нейтральном компоненте справедлива оценка $\delta_4\leqslant 1$. Наиболее простая ситуация создания плазменных сгустков возникает при преимущественном влиянии пылевого компонента, когда $\delta_2\approx n_e|\beta n_d|^{-1}\ll 1$.

Сильное влияние частиц пыли на нейтральный компонент может быть обусловлено нарушением условия квазинейтральности (1), при этом заряженная пыль “рассасывает” уплотнения нейтральных частиц. Однако описание этого процесса выходит за рамки рассмотренной модели (1), (2), (11).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Shukla P. K., Silin V. P.** Dustion-acoustic wave // Physica Scripta. 1992. V. 45. P. 508, 509.
2. **Shukla P. K., Rosenberg M.** Acceleration of dust grains by the ponderomotive force of dust ion-acoustic waves // Phys. Plasmas. 1999. V. 6, N 4. P. 1371–1373.
3. **Barkan A., Merlin R. I., D’Angelo N.** Confinement of dust particles in double layer // Phys. Plasmas. 1995. V. 2, N 9. P. 3261–3265.
4. **Bernhardt P. A., Ganguli G., Kelly M. C., Swartz W. E.** Enhanced radar bekscatter from space shuttle exhaust in the ionosphere // J. Geophys. Res. 1995. V. 100, N A12. P. 23.811–23.818.
5. **Попель С. И., Голубь А. П., Лосева А. П. и др.** Формирование ударно-волновых структур в пылевой плазме // Физика плазмы. 2001. Т. 27, № 6. С. 483–490.
6. **Цытович В. Н.** Плазменно-пылевые кристаллы, капли и облака // Успехи физ. наук. 1997. Т. 167, № 1. С. 57–99.
7. **Березин Ю. А., Сагдеев Р. З.** К теории нелинейных волн в плазме // ПМТФ. 1966. № 2. С. 3–6.
8. **Березин Ю. А., Дудникова Г. И., Федорук М. П.** К динамике формирования и распространения ионно-звуковых волн в многокомпонентной плазме // Физика плазмы. 1966. Т. 22, № 6. С. 564–571.
9. **Popel S. I., Yu M. Y.** Modulational interaction of short-wavelength ion-acoustic oscillations in impurity-containing plasmas // Phys. Rev. E. 1994. V. 50, N 4. P. 3060–3067.
10. **Мишин Г. И., Серов Ю. Л., Явор И. П.** Обтекание сферы при сверхзвуковом движении в газоразрядной плазме // Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17, № 11. С. 65–71.
11. **Serov Yu.** Experemental investigation of supersonic motion in a plasma of ballistic apparaturs // Proc. of the 2nd Weakly ionized gases workshop, Norfolk, USA, 24–25 Apr., 1998. S. l., 1998. P. 33–44.

12. **Pavlov V., Serov Yu.** Ion-acoustic model of streaming over body by weakly ionized plasma (pure and dusty) // Proc. of the 2nd Workshop on magneto-plasma-aerodynamics in aerospace applications, Moscow, 5–7 Apr., 2000. M.: Inst. of High Temperature of RAS, 2000. P. 125–127.
13. **Павлов В. А.** О структуре ионно-звуковой ударной волны в слабоионизованной плазме // Физика плазмы. 1996. Т. 22, вып. 2. С. 182–187.
14. **Павлов В. А.** Ионно-звуковой эффект лошади Хьюстона // Физика плазмы. 2000. Т. 26, № 6. С. 543–547.
15. **Сагдеев Р. З.** Коллективные процессы и ударные волны в разреженной плазме // Вопросы теории плазмы: Сб. ст. М.: Атомиздат, 1964. Вып. 4. С. 20–80.

Поступила в редакцию 24/X 2001 г.