

УДК 523.593

МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДОМ СГЛАЖЕННЫХ ЧАСТИЦ СТРУКТУРЫ ПОДВОДНОЙ ЛОДКИ, ПОДВЕРГНУТОЙ КОНТАКТНОМУ ПОДВОДНОМУ ВЗРЫВУ

Ч.-Ф. Чжан, Л.-Ц. Сунь, Л.-С. Яо, С.-Я. Цао

Харбинский инженерный университет, 150001 Харбин, Китай, heuzhangzhifan@gmail.com

В методе сглаженных частиц модифицирована формула для расчета параметров на границах раздела сред с большим отношением плотностей. Построены упрощенные модели для расчета воздействия контактного подводного взрыва на однокорпусную и двухкорпусную структуры подводной лодки. Проведен анализ их разрушения. Результаты расчетов воздействия взрыва на однокорпусную модель методом сглаженных частиц верифицированы расчетами на основе пакета AUTODYN. Анализ разрушения показал, что однокорпусная модель разрушается сильнее, чем двухкорпусная. Промежуточный слой воды в двухкорпусной модели предохраняет ее внутреннюю оболочку от разрушения.

Ключевые слова: характеристики разрушения, контактный подводный взрыв, цилиндрическая оболочка, метод сглаженных частиц, промежуточный слой воды.

DOI 10.15372/FGV20150416

ВВЕДЕНИЕ

Подводный взрыв — отдельный раздел в области взрывных процессов, включающий исследование детонации и механики взрыва. В работах [1–7] представлены результаты изучения подводного взрыва экспериментальными и теоретическими методами, а также путем численного моделирования. В [8, 9] проведены испытания масштабных моделей для определения влияния глубины погружения на разрушения при подводном взрыве. В [10] выполнены опыты в воздухе со стальными круглыми пластинами по определению доли энергии ВВ, передаваемой пластинам. В экспериментах [11] изучали разрушение тонких пластин. В [12] исследовали характер повреждений конструкции военного корабля, полученных в результате подводного контактного взрыва. Однако возможности экспериментальных исследований ограничены их высокой стоимостью и требованиями безопасности. Поэтому в настоящее время для исследования подводного взрыва обычно используется теоретический анализ в сочетании с численным моделированием. Подобным образом изучался процесс разрушения прямоугольных и круглых пластин в [13, 14]. Числен-

ное моделирование на основе ALE (Arbitrary Eulerian Lagrangian) метода уязвимости бака подводной лодки, наполненного жидким кислородом, под действием подводного взрыва проведено в [15]. Все эти работы выполнены на основе традиционного сеточного метода решения нелинейных проблем, возникающих при моделировании подводного взрыва. Искажения сетки могут привести к определенным вычислительным трудностям, поэтому в данной работе использован бессеточный метод сглаженных частиц (SPH), который имеет преимущества при моделировании больших деформаций [16]. Проверка осуществимости и преимуществ этого метода при численном моделировании подводного взрыва реализована в работах [17–20].

Далее в статье модели структуры подводной лодки с одной и двумя оболочками обозначены соответственно как однокорпусная и двухкорпусная модели. Построена SPH-модель подводного взрыва в безграничной жидкости, и результаты расчета сопоставлены с эмпирической формулой для проверки применимости и работоспособности метода SPH. Исследовано распространение ударной волны в многослойном материале. Сравнение результатов расчета распространения ударной волны для однокорпусной модели с расчетами на основе коммерческого программного пакета AUTODYN подтвердили устойчивость и высокую точ-

ность метода SPH при решении нелинейных задач. Проведен анализ разрушения однокорпусной и двухкорпусной моделей, включая отказы, упругопластическое расслоение, трещинообразование и прогибы. Рассмотрено также влияние объема промежуточного слоя воды на противодействие взрыву.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ

1.1. Метод сглаженных частиц при больших отношениях плотностей материалов

Особенности метода SPH делают его эффективным для моделирования границ раздела различных материалов. Точность при использовании стандартной SPH-формулы может быть гарантирована, если плотности материалов мало различаются. По мере роста разницы плотностей точность этой формулы перестает быть гарантированной, и в этом случае необходима ее модификация.

Модификация приближенного SPH-выражения проводилась следующим образом. Пусть i и j — пара контактирующих частиц. Аппроксимирующая функция [21] частицы i дается выражением

$$\Gamma(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \Gamma(\mathbf{x}_j) W_{ij}, \quad (1)$$

где m — масса частицы, ρ — плотность, W_{ij} — кусочно-линейный сглаживающий кубический сплайн [21]. На основании равенства объемов V находящихся рядом частиц и приближенной аппроксимирующей функции плотность может быть определена по формуле

$$\begin{aligned} \rho_i &= \frac{1}{V_i} \sum_{j=1}^N m_j V_j W_{ij} = \\ &= \sum_{j=1}^N m_i \frac{V_j}{V_i} W_{ij} = \sum_{j=1}^N m_i W_{ij}. \end{aligned} \quad (2)$$

Закон сохранения массы принимает вид [21]

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_i}{dt} &= -\rho_i \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \mathbf{v}_j^b \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^b} = \\ &= -m_i \sum_{j=1}^N \mathbf{v}_j^b \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^b}, \end{aligned} \quad (3)$$

где \mathbf{v} — скорость частиц, \mathbf{x} — смещение частиц, индексами a и b указаны различные координатные направления. Полагая в (1) $\Gamma(\mathbf{x}_i) = 1$, получаем

$$\frac{m_i}{\rho_i} \sum_{j=1}^N \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^b} = \sum_{j=1}^N \frac{m_i}{\rho_i} \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^b} = \text{grad} 1 = 0. \quad (4)$$

Перепишем уравнение (4), умножив обе его части на $\rho_i \mathbf{v}_i^b$:

$$m_i \sum_{j=1}^N \mathbf{v}_j^b \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^b} = m_i \mathbf{v}_i^b \sum_{j=1}^N \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^b} = 0. \quad (5)$$

С учетом уравнений (3) и (5) уравнение неразрывности можно записать в виде

$$\frac{d\rho_i}{dt} = m_i \sum_{j=1}^N \mathbf{v}_{ij}^b \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^b}. \quad (6)$$

Затем, как следует из [21], в дискретной форме можно записать уравнения сохранения импульса и энергии:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}_i^a}{dt} &= - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \left(\frac{p_i + p_j}{\rho_i} + \Pi_{ij} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^a} + \\ &+ \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \frac{S_i^{ab} + S_j^{ab}}{\rho_i} \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^b}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{de_i}{dt} &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \left(\frac{p_i + p_j}{\rho_i} + \Pi_{ij} \right) \mathbf{v}_{ij}^b \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^b} + \\ &+ \frac{1}{\rho_i} S_i^{ab} \varepsilon_i^{ab}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь p — давление, e — внутренняя энергия, t — время, ε — скорость сдвиговой деформации, S — вязкое касательное напряжение.

1.2. Основополагающее уравнение

Для твердых тел напряжение σ состоит из изотропного давления p и тензора касательных напряжений S , в то время как для жидкости — из изотропного давления p и вязкого касательного напряжения τ [21]:

$$\sigma^{ab} = -p\delta^{ab} + S^{ab}, \quad (9)$$

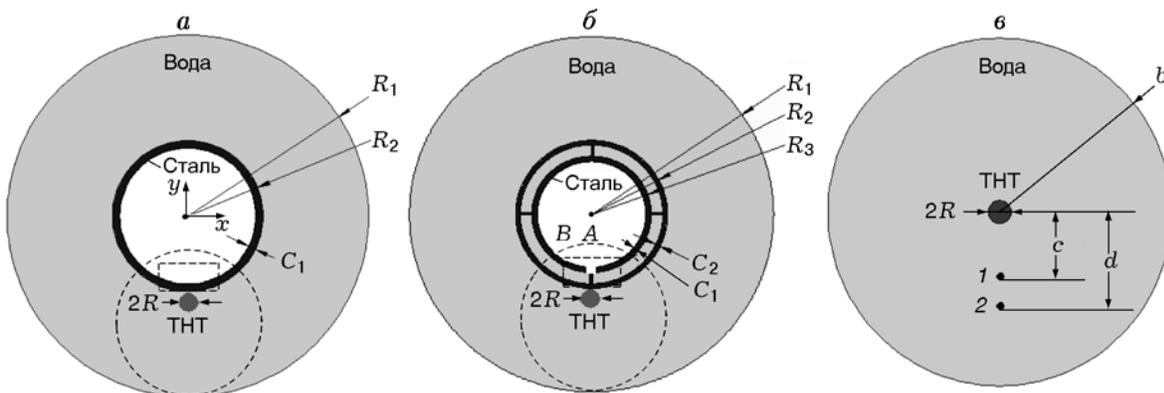


Рис. 1. Схема взрыва для однокорпусной (а) и двухкорпусной (б) моделей подлодки и схема тестового взрыва (в) в пространстве, заполненном водой:

кольцевой и прямоугольный контуры — области, в которых рассчитывались давление и эквивалентная пластическая деформация соответственно, 1, 2 — точки измерения

$$\sigma^{ab} = -p\delta^{ab} + \tau^{ab}, \quad (10)$$

где δ^{ab} — символ Кронекера. Для продуктов детонации давление p может быть получено из уравнения состояния Джонса — Уилкинса — Ли (JWL)[22], для воды — из уравнения Ми — Грюнайзена [23], для стали — из уравнения Ми — Грюнайзена [24].

Для твердого тела касательное напряжение S можно рассчитать из скорости его изменения \dot{S} , определяемой с помощью производной Яумана [21]. Предел текучести можно определить по модели Джонсона — Кука [25]. При необходимости применяют процедуру корректировки предела текучести в критерии пластического течения Мизеса, при этом касательное напряжение S следует заменить согласно [26]:

$$S^{ab} = S^{ab} \frac{Y}{\sigma_{\text{Mises}}}, \quad (11)$$

где Y — предел прочности.

1.3. Отражение и прохождение ударной волны

При переходе ударной волны из одного материала в другой значения таких переменных, как плотность ρ , давление p , массовая скорость u и скорость ударной волны D изменяются. Обозначим эти переменные до и после прохождения ударной волны индексами 1 и 2 соответственно ($\rho_1 D_1$ и $\rho_2 D_2$ — ударные импедансы двух материалов). В соответствии с теорией согласования импедансов распространение ударной волны в различных материалах

делится на два случая [27]: при $\rho_1 D_1 < \rho_2 D_2$ отраженная волна — это волна сжатия, при $\rho_1 D_1 > \rho_2 D_2$ — волна разрежения. Если рассмотреть в качестве примера однокорпусную модель, то при выходе ударной волны из воды в сталь в стали распространяется прошедшая волна, а в воду отражается волна сжатия.

2. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ КОРПУС, ПОДВЕРГНУТЫЙ ДЕЙСТВИЮ ПОДВОДНОГО ВЗРЫВА

2.1. Модели и параметры

Когда торпеда атакует подводную лодку, внешний корпус оказывается в прямом контакте с ней. Торпеда моделируется зарядом ТНТ. Для всех моделей взята единая система координат, начало которой помещено в центр пространства, заполненного водой. Структуры однокорпусной и двухкорпусной моделей подлодки упрощенно рассматриваются как цилиндрические стальные оболочки (рис. 1). Области, в которых рассчитывались давление и эквивалентная пластическая деформация, на рис. 1 выделены кольцевым и прямоугольным контурами соответственно.

В качестве объекта исследования выбрана половина модели, при этом частицы распределены однородно, расстояние между ними составляет $5 \cdot 10^{-3}$ м. Для однокорпусной модели используется 689 119 частиц, для двухкорпусной без промежуточного слоя воды — 603 247, для двухкорпусной, полностью заполненной во-

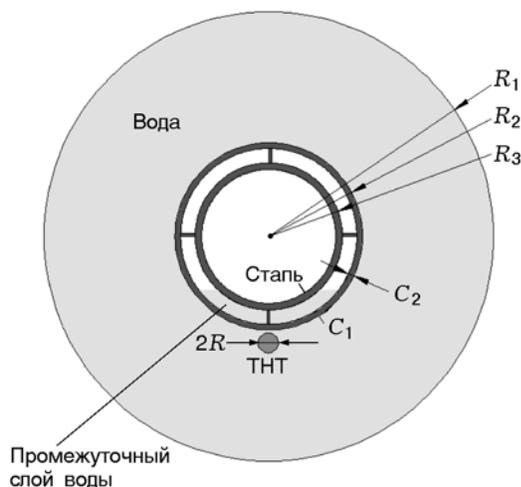


Рис. 2. Двухкорпусная модель с промежуточным слоем, заполненным водой на 25 %

дой, — 698 725. Для того чтобы выяснить влияние промежуточного слоя воды, проведено моделирование двухкорпусной модели с заполнением промежуточного слоя водой на 100, 75, 50 и 25 % (рис. 2), а также варианта без слоя воды. На рис. 1 показаны контрольные точки *A* (координаты 0, -3.527) и *B* (-3.285, -3.504); параметры моделей представлены в таблице.

2.2. Численная верификация

Модель, использованная для проверки эффективности метода SPH, приведена на рис. 1, в, ее параметры следующие: радиус заряда $R = 0.1$ м, радиус заполненной водой области $b = 3.0$ м, расстояние от центра взрыва до контрольной точки 1 $c = 1.5$ м, расстояние от центра взрыва до контрольной точки 2 $d = 2.0$ м, расстояние между частицами воды и стали $dx = 0.01$ м. Центр взрыва расположен в центре заряда TNT массой 51.2 кг.

Для верификации результатов расчета методом SPH использовано аналитическое выражение из работы [28], а также расчеты по про-

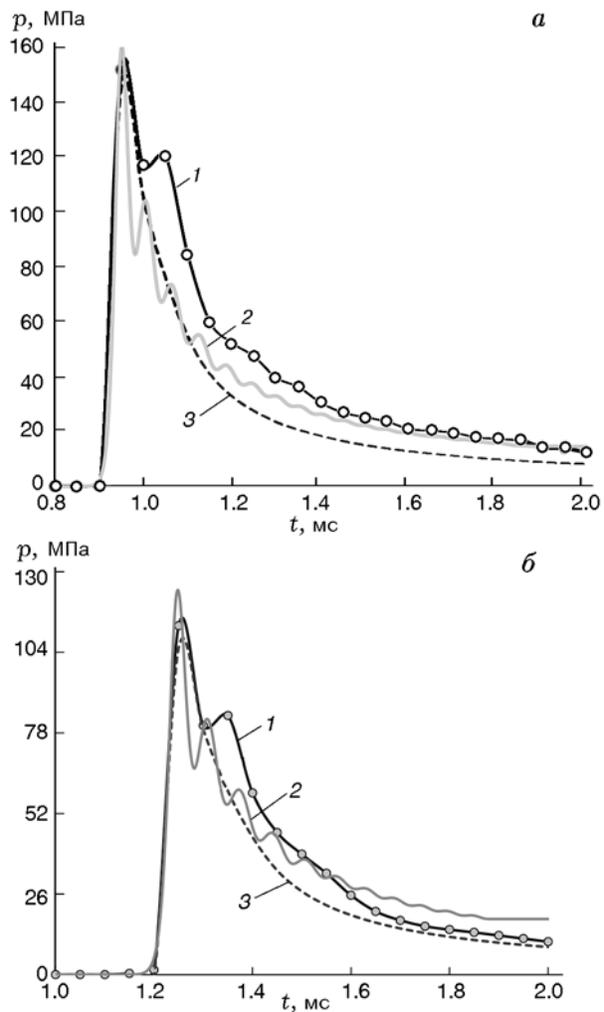


Рис. 3. Профили давления в тестовых точках 1 (а) и 2 (б):

1 — метод SPH, 2 — AUTODYN, 3 — расчет по [28]

грамме AUTODYN. Различие между этими результатами (рис. 3) не превышает 10 %. Возмущения, наблюдаемые в численных результатах, по-видимому, вызваны ошибками расчета. Кроме того, видно, что давление, рассчитан-

Параметры оболочек моделей

Модель	Вода		Внешний радиус оболочек, м		Толщина оболочек, м		Радиус заряда TNT, м
	внешний радиус, м	наружный радиус, м	внутренней	наружной	внутренней	наружной	
Однокорпусная	7.5	3.528	3.528	—	0.028	—	0.1
Двухкорпусная	7.5	4.318	3.528	4.318	0.028	0.018	0.1

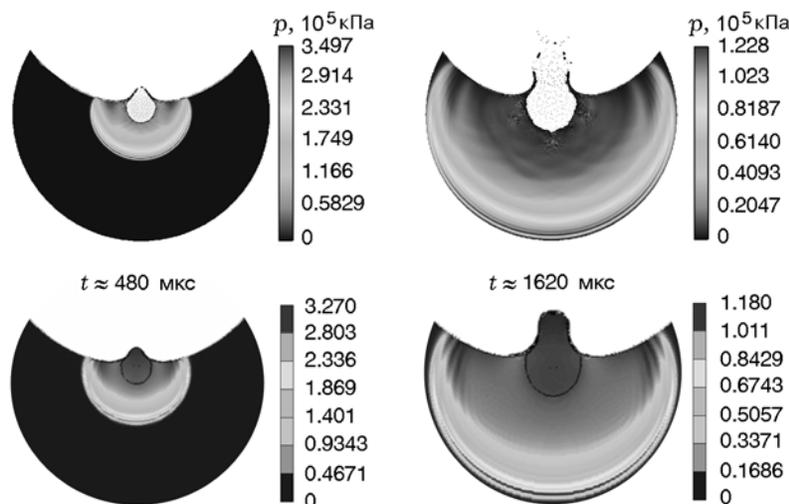


Рис. 4. Поле давления в однокорпусной модели (кольцевая область на рис. 1) в различные моменты времени, рассчитанные методом SPH (сверху) и по программе AUTODYN (снизу)

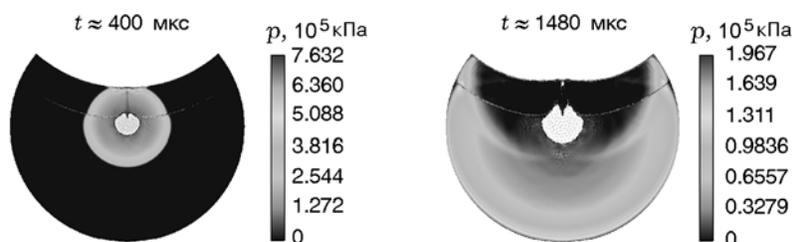


Рис. 5. Поле давления (кольцевая область на рис. 1) в двухкорпусной модели с полностью заполненным водой промежуточным слоем в различные моменты времени

ное по [28], падает несколько быстрее, чем в численном расчете. Это может быть вызвано вязкостью текучей среды, а также численной ошибкой. Все вышесказанное показывает применимость метода SPH.

2.3. Распространение ударной волны

Однокорпусная цилиндрическая оболочка. Поле давления в исследуемой области движения ударной волны показано на рис. 4. Как только происходит взрыв, давление мгновенно достигает нескольких гигапаскалей. В это время генерируются отраженная и прошедшая волны. Значение давления в нормальном направлении выше, чем в других. Возможная причина этого заключается в том, что ударный импеданс взрывчатого вещества (ВВ) больше, чем у стали. В результате генерируется не только прошедшая волна в стали, но и волна сжатия в ВВ. Между тем волна сжатия генерирует второй ударный скачок в воде. Как видно из рис. 4,

скорость распространения волны в стали выше, чем в воде ($t \approx 480$ мкс). В целом результаты моделирования методом SPH и по программе AUTODYN близки.

Двухкорпусная цилиндрическая оболочка. Поле давления в различные моменты времени в двухкорпусной модели, содержащей промежуточный слой воды, показано на рис. 5. После взрыва давление мгновенно достигает нескольких гигапаскалей. Затем ударная волна неоднократно отражается от нижней поверхности внутренней оболочки и верхней поверхности наружной оболочки. В момент времени $t \approx 400$ мкс ударная волна подходит к нижней поверхности внутренней оболочки и в промежуточном слое воды возникает волна сжатия. К моменту времени $t \approx 1480$ мкс параметры в этой области обусловлены суперпозицией волн сжатия и разрежения, что и приводит к неоднородности ударного нагружения.

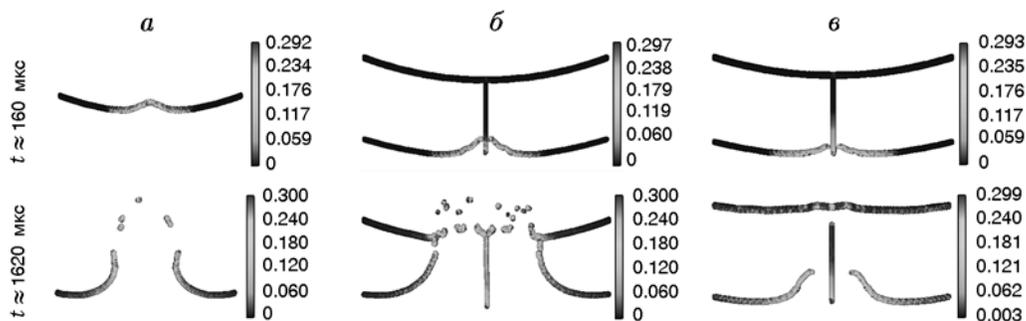


Рис. 6. Эквивалентная пластическая деформация (прямоугольная область на рис. 1) в различные моменты времени:

a — однокорпусная модель, *б* — двухкорпусная без промежуточного слоя воды, *в* — двухкорпусная с полностью заполненным водой промежуточным слоем

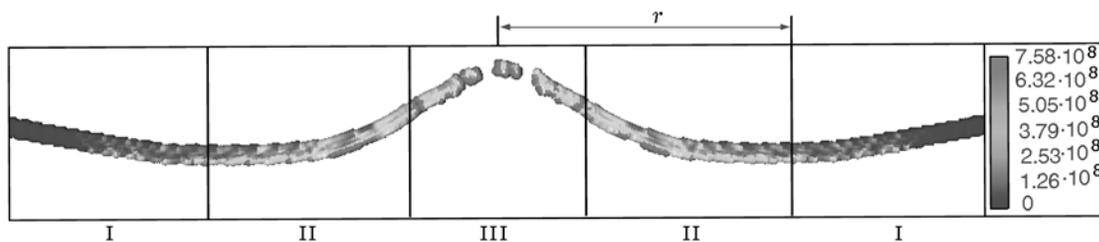


Рис. 7. Уругопластическое расслоение оболочки

2.4. Анализ повреждений

Разрушения. Как показано на рис. 6, *a*, в момент времени $t \approx 160$ мкс однокорпусная модель серьезно деформируется, что ведет к тому, что оболочка становится более тонкой и хрупкой. Когда она становится намного тоньше из-за сильной пластической деформации, появляется трещина. Трещина постепенно распространяется, и к моменту времени $t \approx 1620$ мкс оболочка уже искривлена и разбросана. Результат показывает, что однокорпусная конструкция разрушается в основном детонационной волной и продуктами детонации и режим разрушения оболочки сходен с тем, что происходит со стальной пластиной при ее нагружении контактным взрывом под водой [10, 11]. В дополнение заметим, что разрушение внешней оболочки двухкорпусной модели, подобно однокорпусной, проходит ряд стадий, показанных на рис. 6.

Анализ разрушения внутренней оболочки проводился в двух вариантах: при наличии промежуточного слоя воды и без него. В отсутствие промежуточного слоя воды (рис. 6, *б*) внутренняя оболочка разрушается многочисленными фрагментами поврежденной внешней

оболочки, движущимися с высокой скоростью. Наличие промежуточного слоя воды (рис. 6, *в*) предохраняет внутреннюю оболочку от этих элементов и уменьшает степень разрушения.

Уругопластическое расслоение. Тонкая оболочка, подвергнутая взрывному нагружению, может быть разделена на три области: $0 \leq p_H \leq \sigma_A$, где упругость и деформация линейно зависят от давления; $0 \leq p_H \leq \sigma_B$ — область пластической деформации; $p_H \geq \sigma_B$ — твердое тело может рассматриваться как изотропная уругопластическая текучая среда [29]. Здесь p_H — давление детонации, σ_A — предел упругости материала, σ_B — предел прочности материала, $\sigma_A = 355$ МПа, $\sigma_B = 600$ МПа.

На рис. 7 показано, каким образом оболочка делится на части: область упругости — сегмент I — находится далеко от места контакта корпуса с ВВ; область пластичности — сегмент II — расположен ближе к месту взрыва и отчасти подвержен воздействию взрыва; область изотропного уругопластического течения [30] — сегмент III — непосредственно контактирует с местом взрыва.

Введем безразмерную величину $H = r/R$. Здесь R — радиус заряда, r — радиус области пластической деформации, указанный на

рис. 7. При $x/R \geq H$ влиянием пластической деформации можно пренебречь.

На рис. 8 представлена диаграмма значений H . Рост этой величины свидетельствует об увеличении зоны пластической деформации по мере заполнения двухкорпусной оболочки водой. Причина, возможно, в том, что большее число высокоскоростных фрагментов, разлетающихся от внешней оболочки, разрушает внутреннюю оболочку. Видно, что радиус области пластической деформации очень мал по сравнению с размером исследуемой структуры. Это значит, что нагружение ударной волной пространственно неоднородно и исследуемая структура разрушена только частично. Размер области пластической деформации для однокорпусной модели находится между подобными значениями, полученными для оболочки, полностью заполненной водой, и оболочки без промежуточного слоя воды.

Анализ прогибов и трещинообразования. Зависимости безразмерной длины (K) трещин от времени для однокорпусной модели и внутренней оболочки двухкорпусной модели показаны на рис. 9. В качестве масштаба выбрано значение радиуса заряда ВВ. Видно, что при $t \approx 1.6$ мс длина трещины примерно в восемь раз больше радиуса заряда ВВ. Скорость роста трещины в двухкорпусной модели больше, чем в однокорпусной. Для двухкорпусной модели на зависимости явно выражены точки изменения скорости роста трещины. Отсюда следует, что однокорпусная оболочка разрушается в основном детонационной волной, в то время как внутренняя оболочка двухкорпусной модели — главным образом действием большого

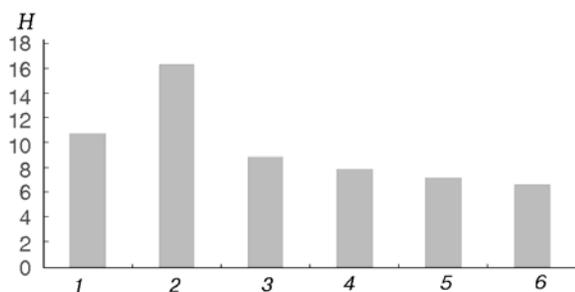


Рис. 8. Диаграмма значений безразмерного прогиба:

1 — однокорпусная модель, 2–5 — двухкорпусные модели с промежуточным слоем, заполненным водой: 2 — полностью, 3 — на 75 %, 4 — на 50 %, 5 — на 25 %, 6 — двухкорпусная без воды

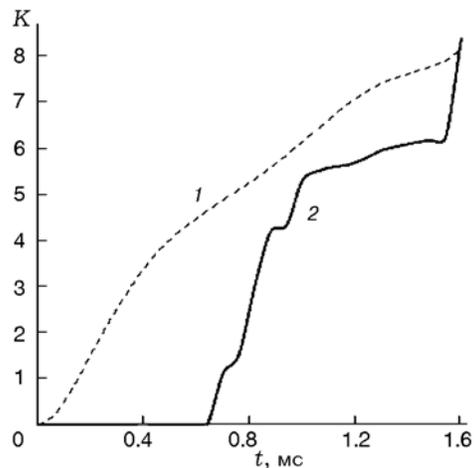


Рис. 9. Зависимость размера трещин во внутренней оболочке от времени:

1 — однокорпусная модель, 2 — двухкорпусная без воды

числа высокоскоростных фрагментов.

Зависимость роста трещин от времени во внешней оболочке при различных объемах воды в промежуточном слое показана на рис. 10. Видно, что чем больше объем воды между оболочками, тем меньше значение K , т. е. промежуточный слой воды оказывает защитное влияние на внешнюю оболочку. Численное моделирование показывает, что при $t < 1.6$ мс тре-

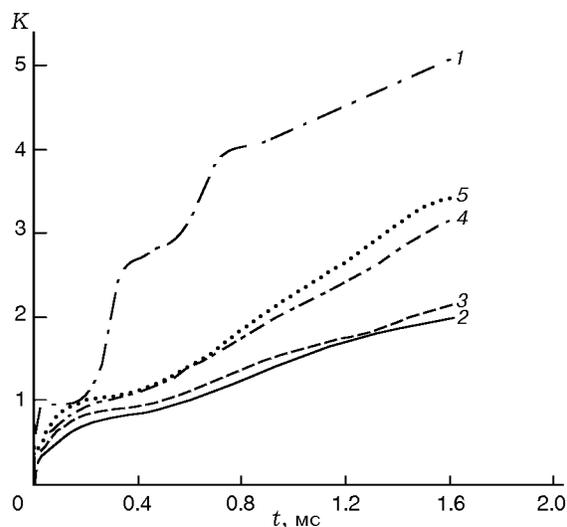


Рис. 10. Зависимость размера трещин во внешней оболочке от времени при различном объеме воды в промежуточном слое:

1 — без воды, 2 — полностью заполненные водой, 3 — на 75 %, 4 — на 50 %, 5 — на 25 %

щина во внутренней оболочке не возникает, она подвергается только пластической деформации.

Влияние промежуточного слоя воды на прогиб N (в двух контрольных точках — центральной A и боковой B) показано на рис. 11. В качестве масштаба прогиба выбран радиус заряда ВВ. Как видно на рис. 11, при $t \approx 1.6$ мс, когда промежуточный слой полностью заполнен водой, прогиб достигает максимального значения: $N = 2.5$ в точке A и $N = 2.0$ в

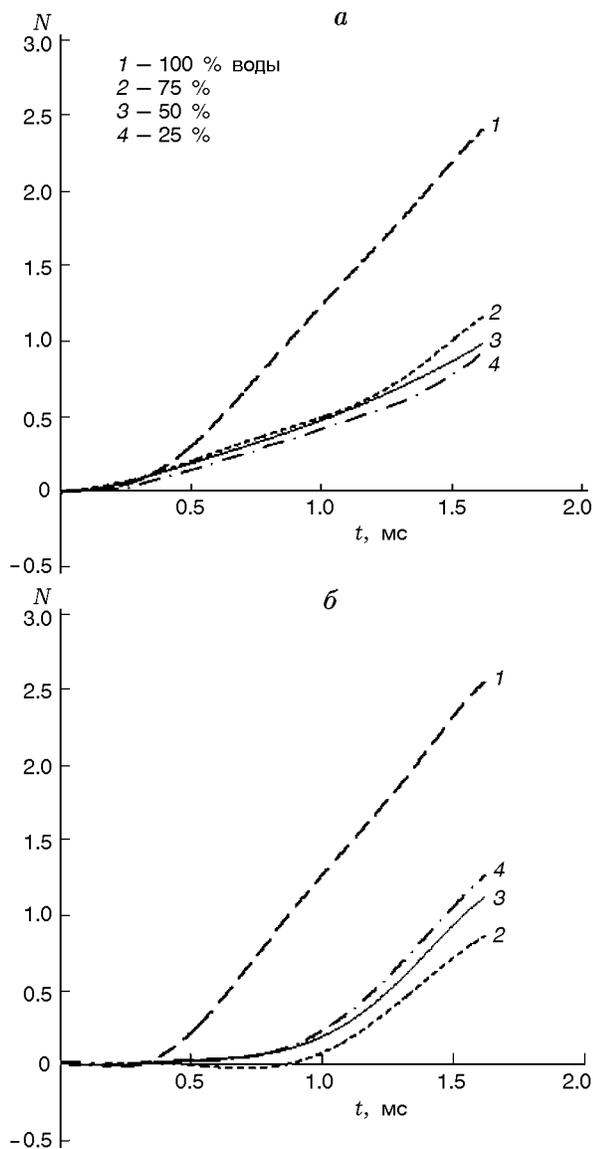


Рис. 11. Кривые прогиба внутренней оболочки двухкорпусной модели при различном объеме воды в промежуточном слое в контрольных точках A (a) и B (b)

точке B . В точке A по мере увеличения промежуточного слоя воды прогиб растет, а в точке B он имеет минимальное значение при объеме заполнения промежуточного слоя водой, равном 75 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Неравномерность распределения давления связана с суперпозицией волн, которая приводит к неоднородности ударной нагрузки.

2. У однокорпусной модели разрушение оболочки происходит главным образом из-за воздействия детонационной волны и продуктов детонации, а у двухкорпусной модели, не заполненной водой, внутренняя оболочка разрушается большим количеством высокоскоростных фрагментов после разрушения внешней оболочки. Наличие в двухкорпусной модели промежуточного слоя воды уменьшает разрушения, вызванные летящими фрагментами.

3. Структура стенки подводной лодки, подвергнутой подводному взрыву, разделена на три зоны в зависимости от давления и скорости деформации. В каждом случае можно определить радиус зоны пластической деформации. Результаты показывают, что чем больше промежуточный слой воды, тем больше пластическая деформация, а ударная нагрузка неравномерно распределена в пространстве.

4. Из анализа трещинообразования в однокорпусной и двухкорпусной моделях следует, что сильнее разрушается однокорпусная. Анализ кривых трещинообразования указывает на то, что однокорпусная и двухкорпусная модели разрушаются в различных режимах.

Работа поддержана Фондом поддержки молодых ученых (51222904) и Программой основных исследований по национальной безопасности Китая (613157). Авторы выражают благодарность Zhang Aman и Ming Furen за значительную помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zhang A. M., Zeng L. Y., Cheng X. D., et al. The evaluation method of total damage to ship in underwater explosion // Appl. Ocean Res. — 2011. — V. 33, N 4. — P. 240–251.
2. Deshpande V. S., Fleck N. A. One-dimensional response of sandwich plates to underwater shock loading // J. Mech. Phys. Solids. — 2005. — V. 53, N 11. — P. 2347–2383.
3. Wang Y., Zhang W., Hua H. X., et al. Dynamic response of a submarine foam sandwich

- structure subjected to under water explosion // J. Vibration and Shock. — 2010. — V. 29, N 4. — P. 64–68. — (in Chinese).
4. **Zhang A. M., Zhou W. X., Wang S. P., et al.** Dynamic response of the non-contact underwater explosion on naval equipment // Marine Struct. — 2011. — V. 24, N 4. — P. 396–411.
 5. **Hans U. M.** Review: hydrocodes for structure response to underwater explosion // Shock and Vibration. — 1999. — V. 6, N 2. — P. 81–96.
 6. **Swegle J. W., Attaway S. W.** On the feasibility of using smoothed particle hydrodynamics for underwater explosion calculations // Comput. Mech. — 1995. — V. 17, N 3. — P. 151–168.
 7. **Zhang A. M., Wang S. P., Huang C., et al.** Influences of initial and boundary conditions on underwater explosion bubble dynamics // Eur. J. Mech. B: Fluid. — 2013. — V. 42. — P. 69–91.
 8. **Keil A. H.** Introduction to Underwater Explosion Research. — Portsmouth, Virginia: UERD, Norfolk Naval Ship Yard, 1956.
 9. **Keil A. H.** The response of ships to underwater explosions // Trans. Soc. of Naval Architecture and Marine Eng. — 1961. — V. 69. — P. 366–410.
 10. **Rajendran R., Narasimhan K.** Damage prediction of clamped circular plates subjected to contact underwater explosion // Intern. J. Impact Eng. — 2001. — V. 25, N 4. — P. 373–386.
 11. **Nurick G. N., Radford A. M.** Deformation and tearing of clamped circular plates subjected to localized central blast loads // Recent developments in computational and applied mechanics: A volume in honour of John B. Martin. — International Centre for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), Barcelona, Spain, 1997.
 12. **Liu R. Q., Bai X. F., Zhu X.** Breach experiment research of vessel element structure models subjected to underwater contact explosion // J. Naval Univ. Eng. — 2001. — V. 13, N 5. — P. 41–46. — (in Chinese).
 13. **Lee Y. W., Wierzbicki T.** Fracture prediction of thin plates under localized impulsive loading. Part I: Dishing // Intern. J. Impact Eng. — 2005. — V. 31, N 10. — P. 1253–1276.
 14. **Lee Y. W., Wierzbicki T.** Fracture prediction of thin plates under localized impulsive loading. Part II: Discing and petaling // Ibid. — 2005. — V. 31, N 10. — P. 1277–1308.
 15. **Kim J. H., Shin H. C.** Application of the ALE technique for underwater explosion analysis of a submarine liquefied oxygen tank // Ocean Eng. — 2008. — V. 35, N 8–9. — P. 812–822.
 16. **Liu M. B., Liu G. R., Zong Z., Lam K. Y.** Computer simulation of high explosive explosion using smoothed particle hydrodynamics methodology // Comput. Fluids. — 2003. — V. 32, N 3. — P. 305–322.
 17. **Zhang A. M., Yang W. S., Yao X. L.** Numerical simulation of underwater contact explosion // Appl. Ocean Res. — 2012. — V. 34. — P. 10–20.
 18. **Zhang A. M., Yang W. S., Huang C., Ming F. R.** Numerical simulation of column charge underwater explosion based on SPH and BEM combination // Comput. Fluids. — 2013. — V. 1. — P. 169–178.
 19. **Zhang A. M., Ming F. R., Wang S. P.** Coupled SPHS-BEM method for transient fluid-structure interaction and applications in underwater impacts // Appl. Ocean Res. — 2013. — V. 43. — P. 223–233.
 20. **Ming F. R., Zhang A. M., Yang W. S., et al.** SPH algorithm to deal with the problem of underwater contact explosion of warship // J. Vibration and Shock. — 2011. — V. 31, N 10. — P. 147–151. — (in Chinese).
 21. **Liu G. R., Liu M. B.** Smoothed Particle Hydrodynamics — A Meshfree Particle Method. — Singapore: World Scient. Publ. Co. Pte. Ltd, 2003.
 22. **Dobratz B. M.** LLNL Explosives Handbook: Properties of Chemical Explosives and Explosives and Explosive Simulants. — Livermore, CA: Lawrence Livermore Nat. Lab., 1981. — <http://www.osti.gov/scitech/biblio/6530310>.
 23. **Steinberg D. J.** Spherical Explosions and the Equation of State of Water. — Livermore, CA: Lawrence Livermore Nat. Lab., 1987. — <http://www.osti.gov/scitech/biblio/6766676>.
 24. **Libersky L. D., Petscheck A. G., Carney T. C., et al.** High strain Lagrangian hydrodynamics a three-dimensional SPH code for dynamic material response // J. Comput. Phys. — 1993. — V. 109, N 1. — P. 67–75.
 25. **Johnson G. R., Cook W. H.** A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures // Proc. 7th Intern. Symp. on Ballistics, USA, 1983.
 26. **Mises R. V.** Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand // Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse. — 1913. — S. 582–592.
 27. **Zhang S. Z.** Explosion and Shock Dynamics. — Beijing, China: Weapon Industry Press, 1993. — (in Chinese).
 28. **Zamyshlyayev B. V.** Dynamic loads in Underwater Explosion. — Washington DC: Naval Intelligence Support Center, 1973. — AD-757183.
 29. **Yang G. T.** Introduction to Elasticity and Plasticity. — Beijing, China: Tsinghua Univ. Press, 2004. — (in Chinese).
 30. **Gai J. B., Wang S., Tang P.** Damage of thin plate subjected to contact explosion loading // J. Harbin Eng. Univ. — 2006. — V. 27, N 4. — P. 523–525. — (in Chinese).

*Поступила в редакцию 23/1 2014 г.,
в окончательном варианте — 6/XI 2014 г.*