УДК 550.834

НЕКОТОРЫЕ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ СЛОИСТЫХ СРЕД СО СКОРОСТНЫМИ АНОМАЛИЯМИ В ПОКРЫВАЮЩЕЙ ТОЛЩЕ

Э.А. Бляс

75-100 Signature Way, SW, Calgary, Alberta, Canada, T3H 2X9

Рассматриваются прямые и обратные кинематические задачи для двумерных сред с латеральнонеоднородными слоями, криволинейными границами и с неоднородностями в верхней части разреза. Получены аналитические приближенные связи между скоростными аномалиями ВЧР и скоростями ОГТ. На основе этих зависимостей разработаны подходы к аналитическому приближенному решению обратных задач, которые используются при построении скоростной модели среды как начальное приближение. На реальных данных показано применение разработанных методов решения обратных кинематических задач в условиях сложного строения ВЧР.

Отраженные волны, эффективные скорости ОГТ, обратная кинематическая задача, скоростные аномалии, обобщение формулы Дикса.

SOME KINEMATIC PROBLEMS FOR LAYERED MEDIA WITH SHALLOW VELOCITY ANOMALIES

E.A. Blias

The paper addresses traveltime processing for 2D models with laterally inhomogeneous layers and curved interfaces in shallow subsurface. Analytical equations are derived to approximate the relation between shallow velocity anomalies and NMO velocity as a basis for traveltime inversion to obtain an initial-approximation velocity model. The new approach is applied to real field data from regions with shallow velocity anomalies.

Reflections, NMO velocity, traveltime inversion, shallow velocity anomalies, Dix-type inversion

ВВЕДЕНИЕ

Построение скоростной модели является существенной частью сейсмической разведки. Для восстановления пластовых скоростей в условиях спокойного залегания границ и небольших латеральных изменений скоростей используется формула Дикса. При неучтенных влияниях верхней части разреза, она дает большие погрешности. Для сред с локально-однородными слоями разработаны ее обобщения для двух- и трехмерной сред [1—3]. Представляет интерес получение аналогов формулы Дикса в случае латерально неоднородных слоев. Кроме того, обобщения формул Дикса получены в численной форме, т.е. в виде рекуррентных формул, в которые входят параметры нормального луча. Эти формулы не позволяют аналитически проанализировать влияние различных факторов на погрешности оценок пластовых скоростей.

В работе рассматриваются обобщения формулы Дикса на случай среды с горизонтальными изменениями пластовых скоростей. Кроме того, аналитически изучается влияние латеральных изменений скоростей на скорости ОГТ и на времена пробега вдоль нормальных лучей. Эти формулы имеют простой физический смысл и связывают параметры реальных сред (пластовые скорости и границы слоев) с эффективными параметрами, используемыми при обработке данных метода отраженных волн. Для большей наглядности и очевидности, формулы немного упрощены на основе соотношений, полученных автором [4, 5], где, к сожалению, не был выполнен их анализ с соответствующими расчетами, что существенно затруднило их понимание и применение. Полученные выводы проверяются и иллюстрируются численными расчетами.

СВЯЗЬ МЕЖДУ ПЛАСТОВЫМИ СКОРОСТЯМИ В СРЕДЕ И СКОРОСТЬЮ ОГТ

В работах [4, 5] получены явные приближенные формулы, связывающие скорость ОГТ и пластовые скорости и границы слоев. Формулы получены для произвольного числа криволинейных границ и неоднородных слоев, но для наглядности и простоты мы запишем их для слоистой среды, в которой имеется только одна криволинейная граница или один горизонтально-неоднородный слой. Сначала

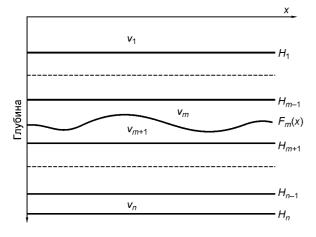


Рис. 1. Модель среды с преломляющей криволинейной границей.

рассмотрим среду с однородными слоями, в которой все границы, кроме одной, $z = F_m(x)$, горизонтальны (рис. 1), тогда

$$\frac{1}{V_{\text{OIT}}^{2}} = \frac{1}{V_{\text{RMS}}^{2}} \left[1 + \left(\frac{1}{\upsilon_{m}} - \frac{1}{\upsilon_{m+1}} \right) F_{m}^{"} a_{mn} \right], \tag{1}$$

$$a_{mn} = \left(\sum_{k=m+1}^{n} h_{k} \upsilon_{k} \right)^{2} / \sum_{k=1}^{n} h_{k} \upsilon_{k}.$$

Здесь h_k и υ_k — соответственно мощность слоев и

скорость в них, m — номер криволинейной преломляющей границы, $V_{\rm O\Gamma T}$ — скорость ОГТ для малых выносов (предельная эффективная скорость ОГТ); $V_{\rm RMS}$ — среднеквадратичная скорость для вертикальнонеоднородной среды:

$$\frac{1}{V_{\text{RMS}}^2} = \frac{\left(\sum_{k=1}^n \frac{h_k}{v_k}\right)}{\sum_{k=1}^n h_k v_k}.$$

Теперь рассмотрим среду с горизонтальными слоями, в одном из которых (с номером m) скорость меняется по латерали. Формулы для скорости ОГТ (при небольших выносах) имеют вид

$$\frac{1}{V_{\text{OIT}}^2} = \frac{1}{V_{\text{RMS}}^2} \left[1 + s_m^{"}(x) h_m b_{mn} \right], \tag{2}$$

где

$$b_{mn} = \sum_{k=m+1}^{n} h_k v_k \sum_{k=m}^{n} h_k v_k + \frac{1}{3} h_k v_k}{\sum_{k=1}^{n} h_k v_k}.$$

Здесь $s_m^{\prime\prime}(x)$ — медленность в m-м слое, n — номер отражающей границы. Пусть V_{AVE} — средняя скорость между криволинейной преломляющей и отражающей границами, тогда

$$A_{mn} \approx \left(1 - \frac{F}{H}\right)^2 H V_{\text{AVE}}$$

и равенство (1) можно привести к виду

$$\frac{1}{V_{\text{OIT}}^2} = \frac{1}{V_{\text{RMS}}^2} \left[1 + \left(\frac{1}{v_m} - \frac{1}{v_{m+1}} \right) F_m^{"}(x) \left(1 - \frac{F}{H} \right)^2 H V_{\text{AVE}} \right] , \tag{3}$$

где H — глубина отражающей границы. Аналогично формулу (2) можно преобразовать к виду (в предположении, что мощность h_m неоднородного слоя меньше глубины отражающей границы)

$$\frac{1}{V_{\text{OIT}}^2} = \frac{1}{V_{\text{RMS}}^2} \left[1 + s_m^{"} h_m \left(1 - \frac{F}{H} \right)^2 H V_{\text{AVE}} \right]. \tag{4}$$

Частный случай однослойной среды рассматривался в работах [5—7].

АНАЛИЗ ФОРМУЛ (3) И (4)

1. Прежде всего, заметим, что формулы (2) и (3) дают скорости ОГТ при малых базах скоростного анализа, теоретически на бесконечно-малых базах, т. е. предельные скорости. В то же время численные

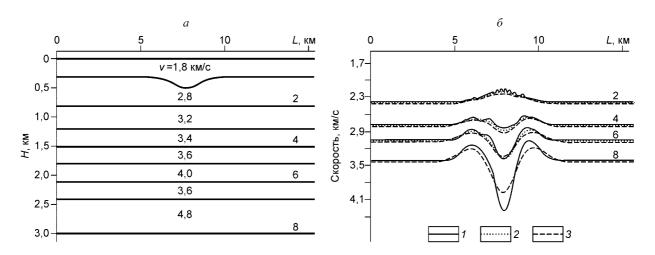


Рис. 2. a — модель среды с криволинейной границей в ВЧР; δ — скорости ОГТ для различных отношений длины годографа L к глубине H отражающей границы:

I - L/H = 0.6; 2 - L/H = 1.2; 3 - L/H = 1.8. Даны значения скорости в слоях (км/с) и соответствующие номера слоев.

расчеты показывают, что при выносах порядка половины глубины отражающей границы различием между годографом и его гиперболической аппроксимацией можно пренебречь. В то же время при сильных неоднородностях ВЧР и больших базах наблюдения, когда годограф может существенно отличаться от гиперболы, формулы (2) и (3) правильно описывают существенную часть влияния ВЧР на скорости ОГТ. В качестве примера рассмотрим модель с криволинейной границей, разделяющей слои со скоростями 1,8 и 2,8 км/с (рис. 2,a). Для такой модели рассчитывались годографы ОГТ, которые затем аппроксимировались гиперболами на различных базах

$$t(l) = \sqrt{t_0^2 + \frac{l^2}{v_{\text{OIT}}^2}}.$$
 (5)

На рис. 2,6 показаны скорости ОГТ в зависимости от длины (L) гиперболы. От последней границы скорости ОГТ для L/H = 1,2 и 1,8 практически совпали. Из рисунка видно, что хотя скорости ОГТ зависят от длины годографа, но характер их поведения сохраняется. Высокочастотные колебания скорости ОГТ от верхней границы при отношении длины годографа к глубине отражающей границы, равном 0,6, вызваны малым числом каналов (шесть) в сейсмограмме ОГТ [8].

- 2. Для получения представления о погрешностях формул (1) и (2) рассмотрим две модели среды с локальными скоростными неоднородностями (рис. 3,a, в). В первой модели эта неоднородность описана криволинейной границей, разделяющей слои с постоянными скоростями 1,6 и 3,2 км/с. Во второй модели скоростная неоднородность в ВЧР описана с помощью горизонтально-неоднородного слоя. Для обеих моделей рассчитывались лучи и годографы отраженных волн, которые затем аппроксимировались гиперболами (5) на интервале $L/H \sim 0,8$. На рис. $3,6,\varepsilon$ показаны скорости ОГТ, полученные численными расчетами (пунктирные кривые), и скорости ОГТ, рассчитанные по формулам (1) и (2) (штриховые), также показаны среднеквадратичные скорости (сплошные линии). Из рисунка видно, что формулы (1) и (2) описывают поведение скоростей ОГТ с высокой точностью.
- 3. В формулы (1) и (2) входят только вторые производные от рельефа границы и изменений пластовой скорости. Точные формулы для скорости ОГТ представляют собой бесконечные ряды по степеням производных [4]. Первые производные входят в степенях, начиная со второй, а так как мы ограничились линейными членами по степеням производных, то в формулах для скорости ОГТ первые производные не вошли. Это значит, что при относительно небольших латеральных изменениях скорости основную роль в отличии скорости ОГТ от среднеквадратичной играет вторая производная, т. е. нелинейные изменения скорости.

Для иллюстрации этого рассмотрим скоростную модель с плоскими наклоненными границами, содержащими также криволинейный участок (рис. 4,*a*). Для данной модели рассчитывались лучи и годографы ОГТ отраженных волн, которые затем аппроксимировались гиперболами (5). На рис. 4,*6* показаны скорости ОГТ, полученные при аппроксимации годографов ОГТ на базе, равной длине расстановки. Видно, что относительно небольшие углы наклона границ влияют намного меньше, чем кривизна преломляющих границ, поэтому наклоном границ слоев можно пренебречь. Соответственно, пластовые

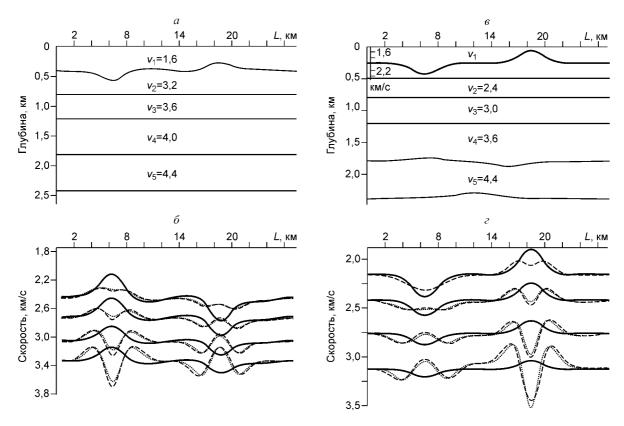


Рис. 3. Модели со скоростными неоднородностями и скорости ОГТ, полученные численными методами и по формулам (1) и (2).

а—г — пояснения в тексте

скорости, полученные по формуле Дикса, хорошо аппроксимируют истинные скорости на участке 0—9 км (см. рис. 4, ϵ).

4. Формулы (3) и (4) показывают, что отличие скорости ОГТ от среднеквадратичной скорости $V_{\rm RMS}$ (к которой применима формула Дикса) зависит от величины P_1

$$P_1 = \left(\frac{1}{v_m} - \frac{1}{v_{m+1}}\right) F_m'' \quad (x) \left(a - \frac{F}{H}\right)^2 H V_{\text{AVE}}$$

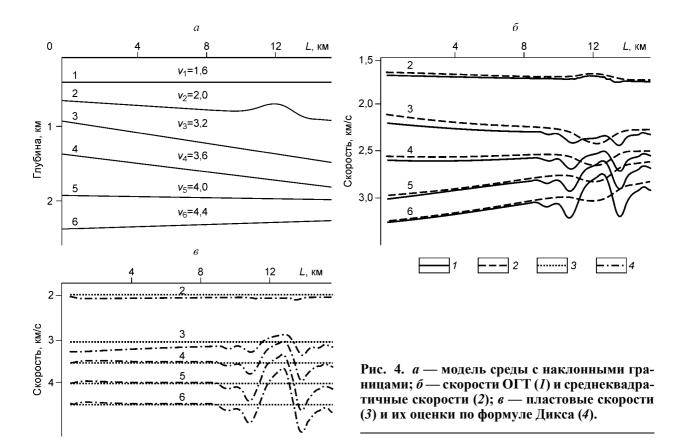
для среды с криволинейной границей и от величины P_2 для среды с горизонтально-неоднородным слоем.

$$P_2 = s_m^{"} h_m \left(1 - \frac{F}{H}\right)^2 HV_{\text{AVE}}.$$

Чем больше эти величины отличаются от нуля, тем больше различия между скоростями ОГТ и среднеквадратичными скоростями. Величины P_1 и P_2 имеют похожий вид. Они отличаются множителями, стоящими перед выражением Q, которое определено равенством

$$Q = \left(1 - \frac{F}{H}\right)^2 H V_{\text{AVE}}.$$
 (6)

Как будет показано ниже, различные выражения для множителей, содержащих вторые производные скоростной аномалии, вызваны различным описанием локальной скоростной неоднородности в разрезе. Выражение (6), общее для обоих случаев описания скоростных неоднородностей, показывает влияние горизонтальной неоднородности в зависимости от ее положения в разрезе (глубины F) и от глубины H отражающей границы, а также, что с увеличением H значение Q возрастает и, следовательно, увеличивается отличие скоростей ОГТ и $V_{\rm RMS}$. В то же время увеличение глубины F залегания скоростной неоднородности приводит к уменьшению Q и, как следствие, к уменьшению влияния этой неоднородности.



5. Скорость ОГТ может быть как больше, так и меньше среднеквадратичной скорости $V_{\rm RMS}$. Это зависит от знака величины $(1/\wp_m - 1/\wp_{m+1})$ $F_m''(x)$ для модели с криволинейной границей $F_m(x)$ и от знака s_m'' для модели со скоростной неоднородностью $s_m(x)$.

Рассмотрим случай криволинейной границы. Рисунок 5 показывает связь между знаком второй производной и соотношением между среднеквадратичной скоростью и скоростью ОГТ.

6. Перепишем формулы (3) и (4) в следующем виде, учитывая только первые степени вторых слагаемых в квадратных скобках:

$$V_{\text{OFT}}(x) = V_{\text{RMS}}(x) \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\upsilon_m} - \frac{1}{\upsilon_{m+1}} \right) F_m^{"}(x) Q(H) \right], \tag{3'}$$

$$V_{\text{OFT}}(x) = V_{\text{RMS}}(x) \left[1 - \frac{1}{2} s_m^{"}(x) h_m Q(H) \right],$$
 (4')

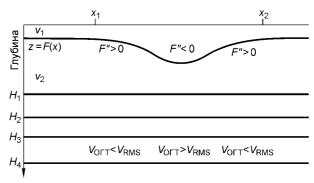
где Q(H) дается равенством (6).

Первый множитель в этих формулах — это среднеквадратичная скорость $V_{\rm RMS}$, т. е. скорость, которая была бы для локально-одномерной среды (с горизонтальными однородными слоями), и к которой можно применить формулу Дикса. Второй множитель содержит вторую производную скоростной неоднородности, т. е. учитывает влияние горизонтальных изменений скорости. Именно этот множитель приводит к аномальному поведению скорости ОГТ, отличаю-

щей ее от средней скорости.

Для отражающих границ, залегающих близко к неоднородности, величина Q(H) мала и скорость ОГТ близка к среднеквадратичной скорости. Если,

Рис. 5. Связь между знаком второй производной рельефа преломляющей границы и соотношением между скоростью ОГТ и среднеквадратичной скоростью для случая низкоскоростной аномалии, $\upsilon_1 < \upsilon_2$.



к примеру, в ВЧР имеется низкоскоростная неоднородность, то и скорость ОГТ будет иметь пониженные значения для неглубоких отражений, т. е. минимуму(максимуму) средней скорости соответствует минимум(максимум) скорости ОГТ. С увеличением глубины H отражающей границы величина Q(H) возрастает и, следовательно, возрастает влияние второй производной на латеральные изменения скорости ОГТ. Большие значения Q(H) показывают, что мы не можем рассматривать среду как локально-одномерную. В то же самое время горизонтальные изменения среднеквадратичной скорости уменьшаются для глубоких отражающих границ, а влияние второй производной возрастает вместе с множителем Q. Отсюда следует, что для глубоких отражений минимуму/максимуму средней скорости будет соответствовать максимум/минимум скорости ОГТ, т. е. то, что называется аномальным поведением скорости ОГТ. Это свойство также можно сформулировать следующим образом — при переходе от мелких отражений к глубоким для горизонтальных неоднородностей в ВЧР вид локального экстремума скорости ОГТ меняется. Если для отражающих границ, близких к неоднородности, мы наблюдаем латеральный минимум скорости ОГТ, то для глубоких отражений он меняется на максимум и наоборот.

Для иллюстрации данного свойства рассмотрим модель среды, показанную на рис. 6. Из рис. 6, δ видно, что для второй границы скорость ОГТ близка к среднеквадратичной в соответствии с малым значением величины Q для неглубоких отражающих границ. Минимуму средней скорости в центре аномалии соответствует минимальное значение скорости ОГТ. В то же время для глубоких границ минимуму средней скорости в центре аномалии соответствует максимум скорости ОГТ. Это вызвано тем, что в этой точке вторая производная границы имеет минимум и входит в равенство (3') со знаком минус.

7. Как следует из формул (4') и (6), если глубина неоднородного слоя близка к глубине отражающей границы, то скорость ОГТ близка к среднеквадратичной скорости и, следовательно, для определения пластовой скорости в таком слое можно применять формулу Дикса. С увеличением глубины *Н* залегания слоя, при фиксированном положении скоростной аномалии в разрезе, ее влияние увеличивается вместе с увеличением *Q* (*H*) и формула Дикса приводит к существенным погрешностям в пластовой скорости слоев, расположенных под аномалией. Это иллюстрируется модельным примером (рис. 7,*a*). В трех слоях с горизонтальными границами имеются латеральные неоднородности скорости. На рис. 7,*б* показаны изменения скорости ОГТ (2) и среднеквадратичной скорости (*I*). Рисунок 7,*в* показывает, что латеральные изменения скорости в самом оцениваемом слое слабо влияют на оценку пластовой по формуле Дикса и им можно пренебречь (участки, показанные стрелками). В то же время нелинейное изменение пластовой скорости влияет на оценки скоростей ОГТ по годографам от нижележащих границ. Таким образом, горизонтальные изменения скорости могут вызывать аномальное поведение скорости ОГТ (существенное отличие от среднеквадратичной скорости) и, соответственно, большие погрешности формулы Дикса для подстилающих слоев.

8. Как следует из проведенного выше анализа, неоднородности ВЧР можно описывать двумя способами — с помощью криволинейной границы, разделяющей однородные слои, или с помощью горизонтального изменения скорости в первом слое. На рис. 8 показаны две возможности описания аномалии в верхнем слое: a — скоростные аномалии описываются с помощью криволинейной границы, δ — аномалии описаны с помощью горизонтальных изменений пластовой скорости. Предположим, что вер-

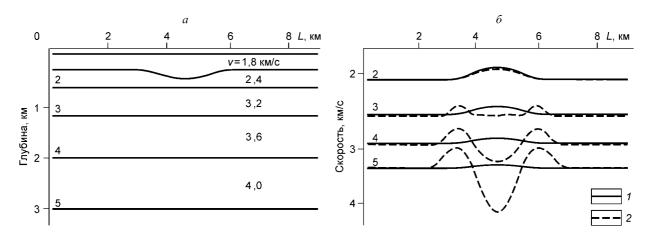


Рис. 6. a — модель среды со скоростной аномалией в верхней части разреза; δ — смена вида экстремума скоростей ОГТ с увеличением глубины отражающей гранцы.

Скорости ОГТ (1) и среднеквадратичные скорости (2).

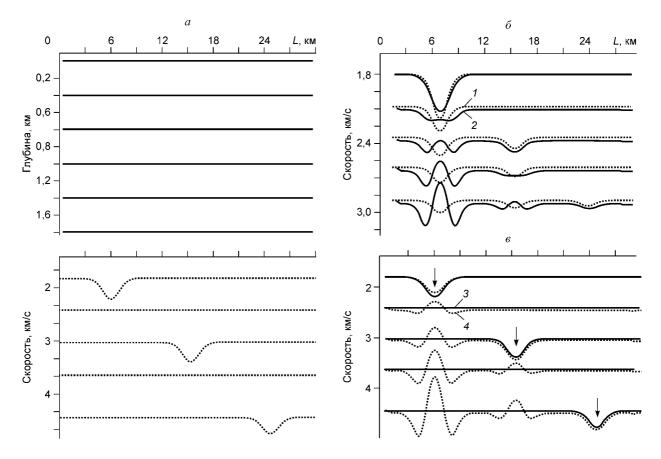


Рис. 7. a— границы и пластовые скорости модели с латерально-неоднородными горизонтальными слоями; δ — среднеквадратичные скорости (1) и скорости ОГТ (2); ε — пластовые скорости (3) и их оценки по формуле Дикса (4).

тикальные времена пробега от поверхности до подошвы слоя одинаковы. Тогда, с точки зрения статических поправок, оба описания эквивалентны. Равенство вертикальных времен в слоях записывается в виде

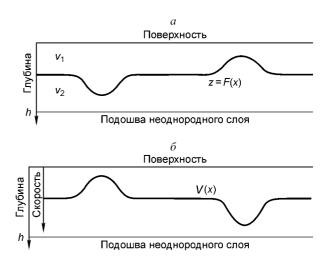
$$\frac{F(x)}{V_1} + \frac{h - F(x)}{V_2} = hs(x), \tag{7}$$

где s(x) = 1/V(x) — медленность в неоднородном слое. Дифференцируя это равенство дважды по x и сохраняя только первую степень производных от медленности, получим

$$\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) F^{\prime\prime}(x) = hs^{\prime\prime}(x).$$

Сравнивая (3) и (4) с последним уравнением, видим, что при равенстве вертикальных времен в верхнем слое (условие (7)), скорости ОГТ тоже близки для обоих описаний. Это говорит о том, что при восстановлении скоростных неоднородностей в верхней части разреза по годографам отраженных волн (более строго — по временам t_0 и скоростям ОГТ) их можно описывать при помощи одного слоя с переменной по латерали скоростью, хотя эти

Рис. 8. Два описания скоростных аномалий ВЧР. a — с помощью криволинейной границы и δ — горизонтальнонеоднородного слоя .



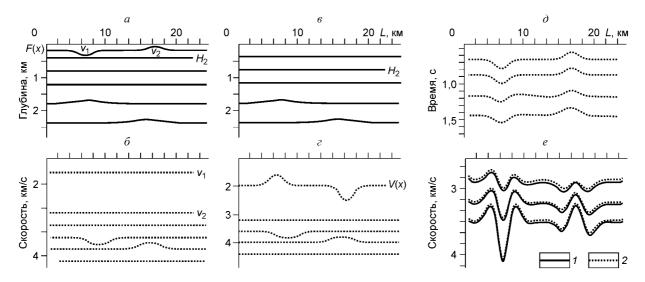


Рис. 9. Сравнение скоростей ОГТ для двух описаний скоростной неоднородности в ВЧР.

а—*е* — пояснения см. в тексте.

неоднородности могут быть вызваны криволинейными преломляющими границами. Для иллюстрации этого рассмотрим две модели с верхними неоднородностями (рис. 9). На рис. $9,a,\delta$ показана первая модель, в которой верхние неоднородности описываются криволинейной границей, разделяющей однородные слои, а на рис. 9,a,c — вторая модель, в которой верхние неоднородности описываются при помощи слоя с переменной по латерали скоростью. На рис. 9,d показаны времена t_0 , которые практически совпадают для двух моделей; на рис. 9,e — скорости ОГТ для первой (1) и второй модели (2). Видно, что эти скорости мало отличаются для двух моделей.

ОБОБЩЕНИЕ ФОРМУЛ ДИКСА ДЛЯ СРЕДЫ С ЛАТЕРАЛЬНЫМИ ИЗМЕНЕНИЯМИ СКОРОСТИ

Как показано выше, при наличии латеральных изменений скорости в покрывающей среде, формула Дикса дает существенные погрешности в оценке пластовых скоростей. При фиксированном положении горизонтальных неоднородностей в разрезе эти погрешности возрастают с увеличением глубины оцениваемого слоя. В то же время латеральные изменения скорости в самом оцениваемом слое (как и негоризонтальность границ этого слоя) слабо влияют на скорость ОГТ, откуда следует, что ими можно пренебречь при оценивании пластовой скорости в данном слое. Исходя из этого, при определении скорости в слое мы будем учитывать только влияние горизонтальных неоднородностей в покрывающей среде, а сам слой считать горизонтальным и локально-однородным.

Пусть t(x) — годограф волн, выходящих из точки R отражения центрального луча, x — расстояние от точки M выхода центрального луча до текущей точки на линии наблюдений (рис. 10). Скорость ОГТ связана со второй производной годографа t(x) равенством [2]:

$$\frac{1}{V_{\text{OUT}}^2} = \frac{1}{2} T_0 \frac{\partial^2 t}{\partial x^2},\tag{8}$$

где T_0 означает время вдоль центрального луча. Наша цель — получить явную формулу для $V_{\rm O\Gamma T}$ через параметры среды, а затем выразить пластовую скорость через скорость ОГТ.

Пусть $t_1(\xi)$ означает время от точки R до кровли последнего слоя, а $\tau(x)$ — время от кровли последнего слоя (рис. 11). Заметим, что все три луча, показанные на рис. 11, на самом деле выходят из точки отражения центрального луча, но для наглядности они изображены отдельно. Тогда для вторых производных времени t(x) от подошвы последнего слоя до поверхности наблюдений справедливо равенство, связывающее его со вторыми производными времен $t_1(x)$ и $\tau(x)$ [9]:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial^2 \tau}{\partial x \partial \xi}\right)^2 / \left(\frac{\partial^2 t_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2}\right). \tag{9}$$

Мы рассматриваем случай среды с небольшими углами наклона границ и латеральными изменениями пластовых скоростей. В окрестности фиксированной ОГТ X мы можем написать [4, 5] представление для границ слоев $F_k(x)$ и пластовых скоростей $v_k(x)$:

$$F_k(x) = F_k(X) + G_k(x), \quad v_k(x) = v_k(X) + u_k(x),$$

где функции $G_k(x)$ и $u_k(x)$ описывают отклонения границ и пластовых скоростей от их значений в точке ОГТ. В дальнейшем мы будем рассматривать только первые степени функций $G_k(x)$ и $u_k(x)$ и их производных, пренебрегая более высокими степенями. Фактически мы линеаризуем задачу по отношению к изменениям рельефа границ и пластовых скоростей в интервале годографа ОГТ. При таких предположениях можно пренебречь отклонением центрального луча от вертикали, так как оно входит квадратично в изменение времени T_0 . Тогда для времени $t_1(\xi)$ в последнем слое можно записать явное представление

$$t_1(\xi) = \frac{\sqrt{h_n^2 + \xi^2}}{v_n},$$

где h_n — мощность этого слоя, υ_n — пластовая скорость в точке отражения центрального луча. Для второй производной времени $t_1(\xi)$, входящей в равенство (9), с учетом вертикальности луча получаем

$$\frac{\partial^2 t_1}{\partial \xi^2} = \frac{1}{h_n \, v_n}.$$

Подставляя в уравнение (9) последнюю формулу для второй производной времени $t_1(\xi)$, получим

$$2\frac{\partial^2 T_n}{\partial x^2} = 2\frac{\partial^2 T_{n-1}}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial^2 \tau}{\partial x \partial \xi}\right)^2 / \left(\frac{1}{h_n \upsilon_n} + \frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2}\right),$$

где $\frac{\partial^2 T_n}{\partial x^2}$ обозначает вторую производную го-

дографа ОГТ $T_k(x)$ при x=0 (x — расстояние источник—приемник) для волны, отраженной от k-й границы k=n-1, n. Из последнего уравнения находим

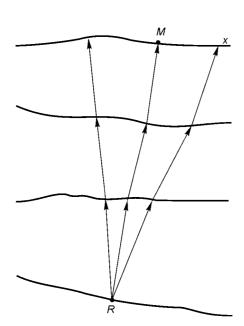


Рис. 10. Лучи, выходящие из точки R отражения центрального луча.

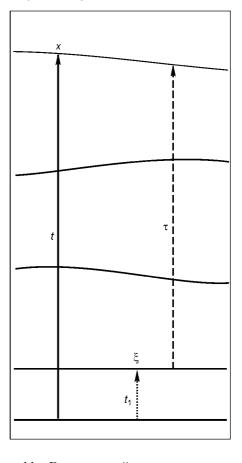


Рис. 11. Схема лучей, соответствующих пересчету второй производной времени.

$$h_n \, \upsilon_n = \left(\frac{\partial^2 T_n}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 T_{n-1}}{\partial x^2} \right) / \left[\left(\frac{\partial^2 T_n}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 T_{n-1}}{\partial x^2} \right) \frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \tau}{\partial x \partial \xi} \right)^2 \right], \tag{10}$$

так как, согласно формуле из работы [2], вторые производные годографов волны $\tau(x)$ и t(x), вышедшей из точки отражения центрального луча, и годографов ОГТ $T_{(n-1)}$ и $T_n(x)$ отраженных волн связаны соотношениями:

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2 T_{n-1}}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2 T_n}{\partial x^2}.$$

Так как $h_n/v_n = 1/2\Delta T_n$, где $\Delta T_n = T_{0n} - T_{0n-1}$ — время пробега в n-м слое, то из равенства (10) получаем аналог формулы Дикса для среды с горизонтальными неоднородностями в покрывающей среде:

$$\upsilon_{n} = \frac{1}{\sqrt{\Delta T_{n}}} \sqrt{2 \left(\frac{\partial^{2} T_{n}}{\partial x^{2}} - \frac{\partial^{2} T_{n-1}}{\partial x^{2}} \right) / \left[\left(\frac{\partial^{2} T_{n-1}}{\partial x^{2}} - \frac{\partial^{2} T_{n}}{\partial x^{2}} \right) \frac{\partial^{2} \tau}{\partial \xi^{2}} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^{2} \tau}{\partial x \partial \xi} \right)^{2} \right]}.$$
 (11)

Формула (11) дает значение пластовой скорости υ_n через значения вторых производных времен T_{n-1} и T_n по координате x на линии наблюдений. Они связаны со скоростью ОГТ для коротких годографов ОГТ формулами [1]

$$\frac{\partial^2 T_n}{\partial x^2} = \frac{1}{T_{0n} V_{\text{OFT}, n}^2}, \quad \frac{\partial^2 T_{n-1}}{\partial x^2} = \frac{1}{T_{0n-1} V_{\text{OFT}, n-1}^2}, \tag{12}$$

где $V_{O\Gamma T,\,n}$ и $V_{O\Gamma T,\,n-1}$ — скорости ОГТ годографов волн, отраженных от n и n-1-й границ соответственно, которые могут быть найдены из реальных данных. Формула (11) также содержит вторые производные времени $\tau(x,\xi)$ пробега волны от кровли оцениваемого слоя до линии наблюдений. Предположим, что скоростная модель среды определена для всех слоев, выше n-го. Так как время τ есть время пробега волны от точки пересечения центрального луча с кровлей n-го слоя до линии наблюдений, то производные этого времени могут быть найдены численными методами, рассмотренными в работах [9, 10]. Центральный луч может быть протрассирован вниз до кровли оцениваемого слоя, а начальный угол находится с помощью закона Бенндорфа [1].

В частном случае, когда все слои однородны и горизонтальны, формулы для вторых производных времени т могут быть легко получены из разложения годографа в ряд Тэйлора:

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} = 2 \frac{\partial^2 T_{n-1}}{\partial x^2} = \frac{1}{n-1}, \quad \frac{\partial^2 \tau}{\partial x \partial \xi} = -2 \frac{\partial^2 T_{n-1}}{\partial x^2} = -\frac{1}{n-1}.$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} h_k \, \mathbf{v}_k$$

Подставляя эти равенства в (11), после тождественных преобразований получаем формулу Дикса:

$$v_n = \sqrt{\frac{T_{0n} V_{\text{OTT}, n}^2 - T_{0n-1} V_{\text{OTT}, n-1}^2}{T_{0n} - T_{0n-1}}}.$$
(13)

В качестве применения формулы (11) рассмотрим случай горизонтально-слоистой среды с криволинейной линией наблюдения. Эта задача рассматривалась в [11] с помощью радиуса кривизны и матрицы пересчета. Используемое здесь приближение позволяет получить более простые (в смысле оценки влияния различных факторов). Для рассматриваемой среды формула для $\tau_{x\xi}$ не меняется. Для вторых производных $\tau_{\xi\xi}$, T_{1xx} и T_{2xx} , используя равенство (9), можно получить

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} = 2 \frac{\partial^2 T_{n-1}}{\partial x^2} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{2\upsilon_1} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad 2 \frac{\partial^2 T_n}{\partial x^2} = \frac{1}{n} - \frac{1}{2\upsilon_1} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2},$$

$$\sum_{k=1}^{n} h_k \upsilon_k$$

rge z = f(x) — уравнение линии наблюдения. Подставляя последнее равенство в (11), после тождественных преобразований получим обобщение формулы Дикса для среды с криволинейным рельефом линии наблюдения:

$$v_n = \frac{1}{\sqrt{\Delta T_n}} \sqrt{\frac{1}{D_n + \frac{1}{2v_1} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}} - \frac{1}{D_{n-1} + \frac{1}{2v_1} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}}},$$
(14)

где, для сокращения записи через D_k обозначена вторая производная годографа ОГТ $T_k(x)$ волн, отраженных от k-й границы:

$$D_k = \frac{\partial^2 T_k}{\partial x^2} = \frac{1}{T_{0k} V_{\text{OTT}k}^2}, \ k = n - 1, n.$$
 (15)

Если вторая производная рельефа равна 0, то формула (14) переходит в формулу Дикса (13).

Рассмотрим среду, в которой все границы, кроме одной $F_m(x)$ горизонтальны (см. рис. 1). Используя равенство (8) и формулу (9) пересчета вторых производных через слой, можно получить формулы для второй производной времени t от точки отражения центрального луча до рельефа, а затем и для скорости ОГТ.

$$\frac{1}{V_{\text{OIT}}^2} = \frac{1}{V_{\text{RMS}}^2} \frac{1 + F_m^{"} \delta_m (w_n - w_m)}{1 + F_m^{"} \delta_m (w_n - w_m) (w_m / w_n)} - \frac{T_{0n}}{2\nu_1} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2},$$
(16)

где

$$w_m = \sum_{k=1}^{m} h_k v_k, \quad \delta_m = \frac{1}{v_m} - \frac{1}{v_{m+1}}.$$

Если мы линеаризуем правую часть (15) по отношению к F'', то получим формулу (1).

Используя (14), из общей формулы (11) получаем обобщение формулы Дикса для среды с криволинейным рельефом и скоростной аномалией в покрывающей среде, описываемой криволинейной границей $F_m(x)$:

$$\upsilon_n^2 = \frac{1}{\Delta T_n} \left[\frac{1}{D_n + \frac{1}{2\upsilon_1} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}} - \frac{1}{D_{n-1} + \frac{1}{2\upsilon_1} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}} \right] C_n , \qquad (17)$$

где

$$C_{n} = \frac{1 + F_{m}^{"} \delta_{m} (w_{n-1} - w_{m})}{1 - F_{m}^{"} \delta_{m} \left[\frac{1}{2\partial^{2} T_{n} / \partial x^{2}} - w_{m} \right]}$$
(18)

и вторая производная годографа ОГТ $T_{0n}(x)$ от n-й границы связана со скоростью ОГТ первым равенством (12) (она обозначалась через $\partial^2 T_n/\partial x^2$). Формула (17), несмотря на кажущуюся сложность, имеет простой физический смысл — ее первая часть (произведение первых двух множителей) дает квадрат скорости в n-м слое для среды с криволинейной поверхностью наблюдений и горизонтальными слоями. Множитель C_n описывает влияние скоростной неоднородности в покрывающей толще, описываемой криволинейной границей. Если линия наблюдений плоская, то формула (17) упрощается и принимает простой вид

$$v_n = V_{Dn} C_n. \tag{19}$$

Здесь V_{Dn} — оценка пластовой скорости по формуле Дикса (13), C_n — корректирующий множитель, определенный равенством (18).

Аналогично можно получить обобщение формулы Дикса в случае, когда скоростная аномалия в покрывающей толще описывается при помощи горизонтально-неоднородного слоя. Для среды с криволинейным рельефом формула для оценки пластовой скорости будет иметь тот же вид, что (17) и (19), только вместо корректирующего множителя C_n будет множитель B_n , который дается равенством:

$$B_n = \frac{h_m \, s_m^{"} \, (w_{n-1} - w_{m-1})}{1 - h_m \, s_m^{"} \, \left[\frac{1}{2\partial^2 T_n / \partial x^2} - w_m \right]} \,. \tag{20}$$

Формулы (18) и (20) для корректирующих коэффициентов записаны в предположении одного неоднородного слоя или одной криволинейной границы. Для общего случая, когда в среде имеется несколько горизонтально-неоднородных слоев и криволинейных границ, обобщение формулы Дикса имеет тот же вид (19), где в формуле для C_n в числителе и знаменателе стоят линейные суммы (m — индекс суммирования) слагаемых, входящих в числитель и знаменатель формул (18) и (20).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ И УЧЕТ НИЗКОЧАСТОТНЫХ АНОМАЛИЙ ВЧР

Результаты анализа, описанные выше, положены в основу способа определения и учета неоднородностей ВЧР в случае, когда по первым вступлениям не удается определить ее строение. Если на временном разрезе удается проследить несколько устойчивых отражений (и, соответственно, годографы на сейсмограммах ОГТ, соответствующие этим отражениям), то в этом случае можно восстановить скоростную модель ВЧР по таким годографам. Как показано выше, неоднородности ВЧР можно описать с помощью одного слоя со скоростью, меняющейся по горизонтали. Пусть h_1 — мощность первого слоя, в котором находятся длиннопериодные (сравнимые и больше длины расстановки приборов) скоростные неоднородности, $\upsilon_1(x)$ — скорость в этом слое. Если удается проследить отражение от подошвы данного слоя, то, на основании вышесказанного, можно считать, что средняя скорость в нем приближенно совпадает со скоростью ОГТ. Это позволяет восстановить подошву слоя, т. е. получить скоростную модель ВЧР. При этом также можно учесть влияние второй производной скорости в этом слое. Для решения последней задачи можно применить методы, рассматривавшиеся в работах [10, 11], при условии, что первый слой горизонтальный. Для уточнения скорости и подошвы первого слоя также можно применить R-алгоритм [1] или оптимизационный подход [1, 12].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ВЧР ПО ОТРАЖЕНИЯМ ОТ ГЛУБОКИХ ГРАНИЦ

Представляет интерес рассмотреть практически более важный случай, когда отражения от подошвы слоя в ВЧР проследить не удается. Предположим, что мы знаем времена t_0 и скорости $V_{\rm O\Gamma T}$ для всех n отражающих границ, кроме подошвы ВЧР. Наша задача — найти скорость и мощность первого слоя, в котором расположены скоростные аномалии. Так как число известных параметров равно 2n-2 (для каждой границы, кроме первой, известны t_0 и $V_{\rm O\Gamma T}$), а число неизвестных параметров равно 2n (мощности и скорости n слоев, включая первый), то для решения данной задачи требуется дополнительная априорная информация. Мы предполагаем, что известны пластовые скорости в двух глубоких слоях. Во многих случаях пластовые скорости в глубоких слоях изменяются мало, поэтому их оценки могут быть получены с использованием скважинных данных или по формулам Дикса на участках, где нет влияния скоростных аномалий ВЧР.

Рассмотрим модель среды с латерально-неоднородным первым слоем. Из сказанного выше следует, что основное влияние на скорость ОГТ оказывают неоднородности верхней части разреза. Предположим, что основные латеральные неоднородности находятся в первом слое. Пусть

$$\alpha(x) = h_1 s''(x), \quad \beta = h_1 \upsilon_1,$$

где $s(x) = 1/v_1(x)$ — медленность в первом слое.

Запишем равенство (2), связывающее скорость ОГТ с параметрами среды, для трех последовательных границ с номерами n-2, n-1 и n:

$$\frac{1}{V_{\text{OFT}, n-2}^{2}} = \frac{\sum_{k=1}^{n-2} \frac{h_{k}}{\upsilon_{k}}}{\sum_{k=1}^{n-2} h_{k} \upsilon_{k}} [1 + \alpha(w_{n-2} - \beta)], \quad \frac{1}{V_{\text{OFT}, n-1}^{2}} = \frac{\sum_{k=1}^{n-1} \frac{h_{k}}{\upsilon_{k}}}{\sum_{k=1}^{n-1} h_{k} \upsilon_{k}} [1 + \alpha(w_{n-1} - \beta)],$$

$$\frac{1}{V_{\text{OIT, }n}^2} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{h_k}{v_k}}{\sum_{k=1}^{\infty} h_k v_k} [1 + \alpha(w_n - \beta)].$$
 (21)

Здесь мы используем следующие обозначения:

$$\alpha = h_1 s'', \ \beta = h_1 v_1, \ w_k = \sum_{i=1}^k h_i v_i,$$
 (22)

где

$$a_k = \frac{1}{2} (T_{0k} - T_{0k-1}) \upsilon_k^2 = h_k \upsilon_k, \ k = n-1, n.$$

Так как мы предполагаем, что пластовые скорости в n-м и (n-1)-м слоях известны, то из последнего равенства следует, что величины a_{n-1} и a_n тоже известны. Для w_n и w_{n-2} мы можем записать

$$w_n = w_{n-1} + a_n, \ w_{n-2} = w_{n-1} - a_{n-1}.$$

В среде с границами, имеющими небольшие углы наклона, времена Т₀ вдоль центрального луча равны:

$$T_{0n-2} = \sum_{k=1}^{n-2} \frac{h_k}{v_k}, \ T_{0n-1} = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{h_k}{v_k}, \ T_{0n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{h_k}{v_k}.$$

Подставляя эти и предыдущие равенства в (21), получаем:

$$\frac{w_{n-1} - a_{n-1}}{1 + \alpha(w_{n-1} - a_{n-1} - \beta)} = D_{n-2}, \ \frac{w_{n-1}}{1 + \alpha(w_{n-1} - \beta)} = D_{n-1}, \ \frac{w_{n-1} + a_n}{1 + \alpha(w_{n-1} + a_n - \beta)} = D_{n-1},$$
(23)

где D_k , как и ранее, обозначают величины, известные в результате скоростного анализа:

$$D_k = \frac{1}{2} T_{0k} V_{\text{O}\Gamma T k}^2, \ k = n - 2, n - 1, n.$$

Три уравнения (23) имеют три неизвестных α , β и w_{in-1} . Если ввести новую переменную ξ по формуле

$$\xi = 1 + \alpha(w_{n-1} - \beta),$$

то система (23) станет линейной относительно ξ , α и β :

$$w_{n-1}-a_{n-1}=D_{n-2}(\xi-\alpha a_{n-1}),\ w_{n-1}=D_{n-1}\xi,\ w_{n-1}+a_n=D_n\ (\xi+\alpha a_n).$$

Вычитая первое уравнение из второго и второе уравнение из третьего, получим систему двух линейных уравнений относительно ξ и α , решая которую, найдем эти неизвестные.

Заметим, что β входит в систему (23) только вместе с коэффициентом α . Отсюда следует, что мы не можем определить β там, где $\alpha=0$, т. е. там, где s''=0. Так как $\alpha(x)=h_1s''(x)$, то получается, что β определяется устойчиво только для участков сильных нелинейных изменений скорости в первом слое. В связи с этим, для определения медленности s(x) мы должны задать мощность первого слоя h_1 . Зная мощность первого слоя h_1 , из первого уравнения (22) находим медленность s(x):

$$s(x) = \frac{1}{h_1} \int_{x_0 x_0}^{x} \alpha(p) dp d\tau + C_1 + C_2 x,$$
 (24)

где C_1 и C_2 — произвольные константы. Мы будем полагать C_2 = 0, считая, что в зоне ВЧР отсутствует постоянный градиент скоростей (линейный тренд), а значение C_1 выбирать из условия известного среднего значения V_1 скорости в первом слое:

$$C_1 = \frac{1}{V_1} - \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} s(x) dx.$$

Таким образом, зная скорости двух глубоких слоев, находим скорость $v_1(x) = 1/s(x)$ в первом неоднородном слое. Далее, используя полученные обобщения формул Дикса, можно получить начальное приближение скоростной модели среды, которое затем можно уточнить оптимизационными методами.

На основании данного подхода разработан пакет программ определения и учета неоднородностей ВЧР по глубоким отражениям [13]. В пакет входит решение следующих основных задач.

1. Детальный (по времени и расстоянию) скоростной анализ сейсмограмм ОГТ. Как мы знаем, наличие скоростных неоднородностей в ВЧР вызывает сильные колебания скоростей ОГТ от глубоких границ. Для восстановления скоростной модели ВЧР по глубоким отражениям требуется проследить изменения скоростей ОГТ с высокой детальностью. Исходя из этого, разработаны алгоритм и программы автоматического скоростного анализа, результатом которого являются скорости ОГТ для каждой точки ОГТ и каждого отсчета времени. Для работы этой программы требуется задать скоростной закон для одной сейсмограммы ОГТ, а также ограничения на скорости, исходя из имеющейся априорной информации.

- 2. Определение негиперболических годографов ОГТ, соответствующих прослеженным горизонтам на временном разрезе. Эта программа соответствует негиперболическому горизонтальному скоростному анализу, но работает более устойчиво, так как на входе она получает скорости ОГТ после предыдущего детального скоростного анализа. Программа также уточняет годографы ОГТ, описывая их более сложной кривой, чем гипербола.
- 3. Определение начальной скоростной модели разреза. Для этого используется описанный выше подход определения скоростной модели ВЧР по глубоким отражениям, после чего применяются обобщения формул Дикса.
- 4. Полученная на предыдущем шаге скоростная модель уточняется оптимизационным методом. Метод сводится к минимизации квадратов разностей между реальными годографами, полученными на втором этапе, и модельными годографами [12].
- 5. Выполняется процедура замещения слоя, которая состоит в следующем. Для полученной скоростной модели рассчитываются годографы ОГТ от всех границ. Затем скорость в первом слое заменяется на постоянную и для такой модели снова рассчитываются годографы. Разность между двумя множествами годографов (поправки, зависящие от времени) вводится в сейсмограммы ОГТ.
- 6. По исправленным сейсмограммам ОГТ снова выполняется детальный скоростной анализ, ввод кинематических поправок и получение временного разреза, исправленного за влияние низкочастотных скоростных аномалий ВЧР.

ПРИМЕР НА РЕАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Рассмотрим пример применения пакета на реальных данных. На рис. 12 показаны скорости ОГТ, полученные в результате детального скоростного анализа. На участках 6—10 и 16—20 км видны большие колебания скоростей, которые увеличиваются с глубиной. По скоростям ОГТ и временам t_0 была получена приближенная скоростная модель ВЧР и всего разреза. Эта модель была уточнена оптимизационным методом (рис. 14, 17). На рис. 13 показана скорость в первом слое до и после оптимизации. После ввода поправок замещения в сейсмограммы ОГТ вновь был выполнен детальный скоростной анализ. Сравнивая скорости ОГТ до ввода поправок (см. рис. 12) и после (рис. 15) видим, что колебания скоростей ОГТ значительно уменьшились, что говорит о правильности полученной скоростной модели. На рис. 16 показаны разрезы до и после ввода поправок замещения. Видно, что после ввода поправок замещения на разрезе пропали колебания горизонтов, вызванных неоднородностями ВЧР. Для дополнительного контроля на разрезы нанесены участки границ модели, полученной по временам на сейсмограммах до замещения и показанной на рис. 17. Сравнивая рис. 16 и 17, видим, что до ввода поправок замещения границы модели не коррелируют с горизонтами на разрезе. После учета влияния неоднородностей ВЧР границы модели, восстановленной по исходным сейсмограммам, хорошо коррелируют с отражениями на временном разрезе.

Для контроля качества определения скоростной модели (качества метода оптимизации) можно использовать среднеквадратичные отличия модельных и реальных годографов, которые показаны рис. 18 для 4, 6 и 8-й границ. Видно, что большая часть отклонений не превосходит 4 мс.

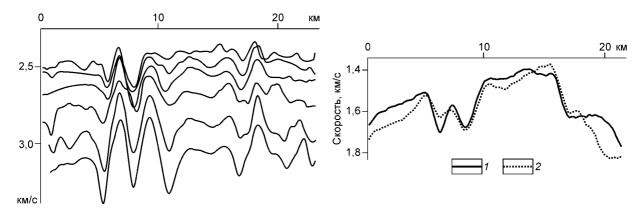


Рис. 12. Скорости ОГТ после детального скоростного анализа сейсмограмм до ввода поправок замешения.

Рис. 13. Скорость в первом слое, рассчитанная по формуле (24) (1) и после уточнения оптимизационным методом (2).

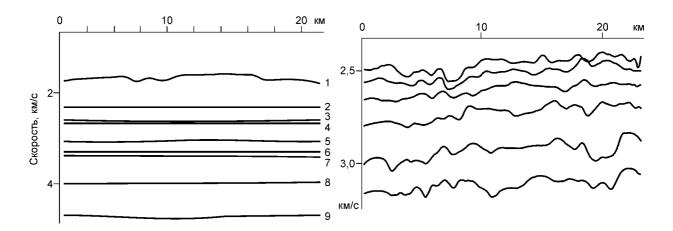


Рис. 14. Пластовые скорости, полученные для модели среды после оптимизации.

Рис. 15. Скорости ОГТ, полученные в результате скоростного анализа после ввода поправок замещения.

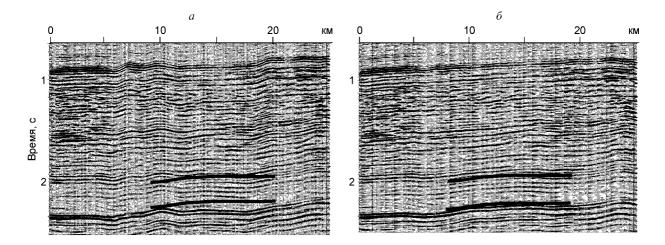


Рис. 16. Временной разрез: a — до ввода, δ — после ввода поправок замещения.

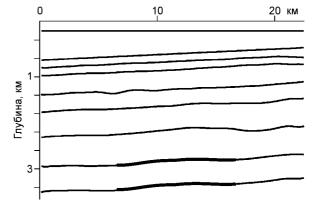
ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование аналитической связи скоростей ОГТ и параметров модели среды позволило уточнить основные закономерности влияния неоднородностей покрывающей толщи на скорость ОГТ. Основная причина аномального поведения скоростей ОГТ, получаемых при скоростном анализе, и их отличия от среднеквадратичных скоростей — это наличие латеральных нелинейных изменений скоростей в покрывающей среде. Для границ, близких к латеральным скоростным неоднородностям в покрывающей среде,

скорость ОГТ ведет себя так же, как средняя скорость — минимуму средней скорости соответствует минимум скорости ОГТ. Для глубоких границ, вследствие увеличения влияния второй производной латеральных скоростных неоднородностей в покрывающей толще, поведение скорости ОГТ не коррелирует со средней скоростью, минимуму которой соответствует максимум скорости ОГТ.

Градиентами (линейными латеральными изменениями) границ и пластовых скоростей, так же как и

Рис. 17. Границы скоростной модели, полученной после оптимизации.



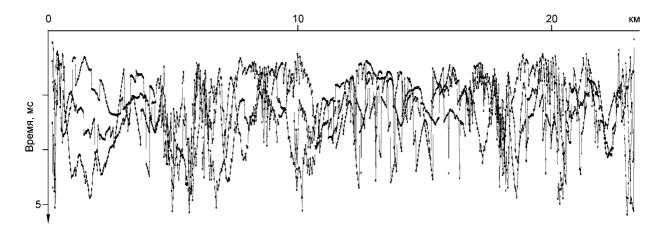


Рис. 18. Среднеквадратичные отклонения модельных годографов от реальных.

изменениями пластовых скоростей по вертикали, можно пренебречь при восстановлении скоростного разреза и учете влияния горизонтальных скоростных неоднородностей.

Аномальные латеральные колебания скоростей ОГТ, возрастающие при увеличении глубины отражений, свидетельствуют о неучтенных латеральных скоростных неоднородностях в покрывающей части разреза. Формула Дикса дает хорошее приближение пластовой скорости в оцениваемом горизонтально-неоднородном слое при отсутствии латеральных скоростных аномалий в покрывающей толще, но приводит к значительным погрешностям при неучете горизонтальных изменений скоростей в покрывающей толще. Получены приближенные обобщения формулы Дикса для среды с латеральными изменениями скоростей.

Разработан метод определения и учета влияния низкочастотных (порядка длины расстановки и более) скоростных неоднородностей ВЧР. Подход основан на детальном автоматическом скоростном анализе, получении начальной скоростной модели ВЧР по скоростям ОГТ волн, отраженных от глубоких границ, и уточнении этой модели оптимизационным методом. Уточненная скоростная модель используется затем для расчета и ввода в сейсмограммы ОГТ поправок замещения найденных неоднородностей ВЧР. Уменьшение колебания скоростей ОГТ после ввода поправок замещения служит надежным индикатором правильного учета скоростных аномалий ВЧР. Для более надежной интерпретации результатов замещения также можно использовать соответствие полученной скоростной модели и разреза после замещения.

Автор приносит благодарность В.Ю. Хачатрян, разработавшей большую часть матобеспечения, а также выражает глубокую благодарность С.В. Гольдину за многолетнюю поддержку исследований в области кинематических задач.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. **Гольдин С.В.** Интерпретация данных сейсмического метода отраженных волн. М., Недра, 1979, 344 с.
- 2. **Черняк В.С., Гриценко С.А.** Интерпретация эффективных параметров ОГТ для пространственной системы однородных слоев // Геология и геофизика, 1979 (12), с. 112—120.
- 3. Hubral P., Krey T. Interval velocities from seismic reflection time measurement. Tulsa, 1980, 260 p.
- 4. **Бляс Э.А.** Приближенное представление годографа ОГТ для слоистой среды с криволинейными границами раздела и переменными пластовыми скоростями // Геология и геофизика, 1981(11), с. 123—131.
- 5. **Бляс Э.А.** Временные поля отраженных волн в трехмерных слоистых средах со слабокриволинейными границами раздела и латерально-неоднородными слоями // Математические проблемы интерпретации данных сейсморазведки. Новосибирск, Наука, 1988, с. 98—127.
- 6. **Blias E., Gritsenko S.** Stacking velocities for different offsets in the medium with laterally inhomogeneous layers // SEG Annual Meeting, Expanded Abstracts. Dallas, 2003, p. 2160—2163.
- 7. **Бляс Э.А., Гриценко С.А., Черняк В.С.** Производные поля времен в слоистых средах // Геология и геофизика, 1984 (5), с. 75—81.
- 8. **Бляс Э.А.** Приближенный способ нахождения траекторий лучей в трехмерных слоисто-однородных средах // Геология и геофизика, 1985 (12), с. 80—87.

- 9. Chira P., Hubral P. Traveltime formulas of near-zero-offset primary reflections for a curved 2D measurement surface // Geophysics, 2003, v. 68, № 1, p. 255—261.
- 10. **Lynn W.S., Claerbout J.F.** Velocity estimation in laterally varying media // Geophysics, 1982, v. 47, № 6, p. 884—897.
- 11. **Гриценко С.А., Черняк В.С.** Линеаризованная обратная кинематическая задача по отражению от подошвы слоя с латеральным изменением пластовой скорости // Геофизика (спец. выпуск), 2001, с. 19—24.
- 12. **Blias E. and Khatchatrian V.** Optimization approach to determine interval velocities in a medium with laterally inhomogeneous curvilinear layers // SEG Technical Program, Expanded Abstracts. Dallas, 2003, p. 670—673.
- 13. **Blias E.** Depth velocity model estimation in the presence of shallow velocity anomalies and its application // SEG Technical Program Expanded Abstracts. Houston, 2005, Expanded abstracts.

Поступила в редакцию 24 октября 2005 г.