

УДК 533.6 533.5

Численное исследование входа и распространения ударной волны в микроканале*

Г.В. Шоев¹, Е.А. Бондарь¹, Д.В. Хотяновский¹, А.Н. Кудрявцев¹,
К. Марута², М.С. Иванов¹

¹Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

²Университет Тахоку, Сендай, Япония

Email: shoev@itam.nsc.ru

Проведено численное исследование процесса входа ударной волны с числом Маха $M_{is} = 2,03$ и дальнейшего ее распространения в микроканале с использованием кинетического и континуального подходов. Численное моделирование на основе уравнений Навье–Стокса и метода прямого статистического моделирования проведено для различных чисел Кнудсена $Kn = 8 \cdot 10^{-3}$ и $8 \cdot 10^{-2}$, определенных по полувисоте микроканала. При числе Кнудсена $Kn = 8 \cdot 10^{-3}$ обнаружено усиление ударной волны после входа в микроканал. Далее вниз по течению происходит затухание ударной волны, что качественно согласуется с экспериментальными данными. Показано, что квазиодномерная модель (без учета вязкости и теплопроводности) распространения ударной волны по каналу с разрывом в поперечном сечении согласуется с численным моделированием на основе уравнений Эйлера. Для обоих случаев наблюдается ускорение (усиление) ударной волны после входа в микроканал. При числе Кнудсена $Kn = 8 \cdot 10^{-2}$ проведено исследование влияния формы входа на распространение ударной волны по микроканалу. Обнаружено интенсивное затухание ударной волны в трех случаях: канал с разрывом поперечного сечения, соединение двух каналов с дополнительной тонкой разделительной пластиной, закругленное соединение в виде сектора с углом 90° (четверть окружности). Показано, что форма входа в микроканал может влиять на дальнейшее распространение ударной волны. При закругленном входе ударная волна распространяется с наибольшей скоростью.

Ключевые слова: распространение ударных волн, микроканал, метод прямого статистического моделирования, скачок температуры, нестационарные сверхзвуковые микротечения.

Введение

В последние два десятилетия достигнут значительный прогресс в разработке микроромеханических систем (MEMS). Широкий спектр устройств микро-масштаба разработан для применения в электронике, аэрокосмических и медико-биологических приложениях, других отраслях. Вследствие небольших размеров ($\approx 10^{-6}$ м) подобных устройств свойства течений в них отличаются от привычных

* Работа выполнена при финансовой поддержке программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 11, коллаборационного исследовательского проекта IFS J11051, молодежного Лаврентьевского проекта «Высотная аэротермодинамика перспективных космических аппаратов с учетом неравновесных химических реакций», Гос. контракта «Проблемы аэротермодинамики гиперзвукового полета (№ 16.740.11.0303)». Вычисления проводились в Межведомственном Суперкомпьютерном Центре РАН, Москва и Сибирском Суперкомпьютерном центре СО РАН, Новосибирск.

свойств течений жидкости и газа на макроскопических масштабах. Важную роль в микротечениях играют эффекты вязкости и теплопроводности, а также разреженности среды. В последнее время достигнут определенный прогресс в исследовании дозвуковых микротечений, в то время как сверхзвуковые и гиперзвуковые микротечения с ударными волнами являются практически неисследованной областью.

Одной из актуальных задач дальнейшего развития MEMS-технологии является разработка устройств, способных производить механическую работу из тепловой энергии, например, микродвигателей. Эффективность таких устройств, как двигатели внутреннего сгорания и газовые турбины, существенно падает при их геометрическом масштабировании до миниатюрных размеров. Одним из возможных способов преодоления этой проблемы является увеличение скорости выделения тепла за счет горения, индуцированного (поддерживаемого) ударными волнами, в частности детонацией. Однако это требует более глубокого понимания физических механизмов, определяющих динамику ударных волн на микромасштабах.

Данные численных исследований [1] распространения ударной волны в микроканале с учетом вязкости и эффектов разреженности показали значительное отличие от результатов невязкой теории, которая корректно описывает большинство особенностей течения на макромасштабах. В исследовании [1] ударная волна генерировалась в микроканале с прямоугольным поперечным сечением разрывом диафрагмы, разделяющей области высокого и низкого давления. Однако, как отмечается в работе [2], провести подобные экспериментальные исследования в настоящий момент очень сложно. Недавно был предложен альтернативный вариант — генерировать в ударной трубе обычного размера ударную волну, которая затем входит в микроканал. Численные исследования [3] входа и распространения ударной волны в микроканале в рамках уравнений Навье–Стокса показали затухание ударной волны. Отметим, что в работе [3] рассматривались течения при числе Кнудсена $Kn \sim 10^{-3}$, т. е. в диапазоне параметров, где эффекты разреженности не оказывают большого влияния на структуру течения; учитывалось взаимодействие контактного разрыва и отраженной ударной волны, результатом которого была сильная волна сжатия, которая входила в микроканал вслед за ударной волной. Экспериментальные исследования [4] также показали затухание ударной волны. Отметим, что в [4] расстояние между ударной волной и контактным разрывом было больше длины микроканала, т. е. контактный разрыв не влиял на течение в микроканале. Однако процесс входа и распространения ударной волны по микроканалу все еще малоизучен. Главной целью настоящей работы является численное моделирование входа и распространения ударной волны в микроканале с учетом вязкости, теплопроводности и эффектов разреженности среды.

Постановка задачи и численные методы

Для численного моделирования входа и распространения ударной волны в микроканале в двумерной постановке использовалась вычислительная область, представленная на рис. 1. В настоящей работе рассматривались два случая с различными числами Кнудсена $Kn = 8 \cdot 10^{-3}$ и $Kn = 8 \cdot 10^{-2}$, для обоих случаев проводилось численное моделирование на основе уравнений Навье–Стокса (НС). Отметим, что



для расчета течений с числами Кнудсена $Kn < 10^{-2}$, как правило, используется континуальный подход, основанный на численном решении уравнений НС. Область применимости уравнений НС может быть расширена при использовании

Рис 1. Вычислительная область.

граничных условий скольжения и скачка температуры. Важно отметить, что указанные границы применимости континуального подхода являются весьма приближенными и сильно зависят от рассматриваемой задачи. В связи с этим в настоящей работе дополнительно используется также и кинетический подход. Для численного моделирования на основе кинетического подхода используется метод прямого статистического моделирования (PCM или Direct Simulation Monte Carlo method, DSMC), который фактически является методом численного решения кинетического уравнения Больцмана [5]. Дополнительно в данной работе проводятся расчеты на основе уравнений Эйлера. Сравнение результатов моделирования на основе уравнений Эйлера и НС позволяет оценить влияние эффектов вязкости и теплопроводности на распространение ударных волн в микроканалах.

Расчеты проводятся для двухатомного газа ($\gamma = 1,4$) для условий, перечисленных в таблице. Случай 1 соответствует условиям эксперимента, проведенного в [4] при атмосферном давлении, т. е. $P_0 = 1$ атм. Учитывая известные данные о средней длине свободного пробега (см., например, [6]), можно получить число Кнудсена $\text{Kn} = 8 \cdot 10^{-3}$, определенное по полувысоте микроканала $H = 8,5$ мкм. Случай 2 отличается от случая 1 числом Кнудсена и длиной микроканала L . Фактически увеличение числа Кнудсена означает либо снижение давления в покоящемся газе ($P_0 = 0,1$ атм), либо уменьшение высоты микроканала до $H = 0,85$ мкм без снижения давления.

Для анализа вязких течений обычно используется число Рейнольдса, которое при фиксированном числе Маха может быть однозначно выражено (см., например, [5]) через число Кнудсена, характеризующее степень разреженности газа:

$$\text{Re} = \frac{2(5 - 2\omega)(7 - 2\omega)}{15\pi^{0,5}} \left(\frac{\gamma}{2}\right)^{0,5} \frac{M_{is}}{\text{Kn}}.$$

Значения чисел Рейнольдса, вычисленных по этой формуле, для рассмотренных случаев представлены в таблице.

Уравнения Эйлера и НС решались с использованием схемы WENO пятого порядка [7, 8] для конвективных членов и центрально-разностной схемой четвертого порядка для диффузионных членов. Интегрирование по времени выполнялось схемой Рунге–Кутты третьего порядка. При численном моделировании внутри микроканала использовалась равномерная сетка с размером ячейки $\Delta x = \Delta y = H/150$. За пределами микроканала ячейки вытягивались в направлении y по экспоненциальному закону, начиная с координаты $y = 1,06 \cdot H$. Размеры ячеек выбирались на основании уже имеющегося опыта авторов работы [9], где рассматривалось распространение ударной волны в трубе (с круглым поперечным сечением) при параметрах $M_{is} = 2,256$, $\gamma = 5/3$, $\text{Kn} = 3 \cdot 10^{-3}$, близких к параметрам течения, рассматриваемым в настоящем исследовании. В работе [9] показано, что численное решение не зависит от размера ячейки уже при $R/\Delta r = 80$, где Δr — размер ячейки, R — радиус ударной трубы. Для исследования влияния пространственного разрешения в настоящей работе проводились расчеты с различным размером ячейки внутри микроканала $\Delta x = H/75$; $H/100$; $H/125$; $H/150$. Проведенные вычисления предсказывают одинаковые поля течения, положение и скорость ударной волны при $\Delta x = H/125$ и $H/150$, что говорит о сходимости численного решения на последовательности сгущающихся сеток.

Таблица

Условия для численного моделирования

№	M_{is}	P_1/P_0	ρ_1/ρ_0	M_1	L , мкм	H , мкм	Kn	Re
1	2,03	4,641	2,71	0,979	2000	8,5	$8 \cdot 10^{-3}$	310
2	2,03	4,641	2,71	0,979	1000	8,5	$8 \cdot 10^{-2}$	31

Расчеты методом DSMC [5] проводились с использованием вычислительного комплекса SMILE [10], разработанного в лаборатории вычислительной аэродинамики ИТПМ СО РАН. В численном эксперименте использовалась равномерная прямоугольная сетка для вычисления газодинамических макропараметров и для моделирования межмолекулярных столкновений. В типичном расчете в среднем каждая ячейка содержала ~ 50 модельных частиц, размер ячейки составлял во всей расчетной области $\Delta x = H/150$. Отношение длины свободного пробега λ к размеру ячейки Δx в микроканале изменялось примерно в диапазоне $1 < \lambda/\Delta x < 3$, т. е. фактически течение разрешалось с точностью до локальной длины свободного пробега. В типичном расчете использовалось около 10^9 модельных частиц, для проведения данных расчетов использовалось 96 процессоров вычислительного кластера.

В начальном состоянии газ считался покоящимся, заполняющим всю расчетную область. Для моделирования распространения ударной волны на левой границе расчетной области (рис. 1) задавались условия, соответствующие условиям Рэнкина–Гюгонио за ударной волной с числом Маха ($M_{i\kappa}$). На нижней границе задавалось условие симметрии. При численном моделировании на основе уравнений Эйлера на остальных границах расчетной области задавалось условие непротекания (обозначено E на рис. 1). При численном решении уравнений НС на верхней стенке микроканала задавалось условие непротекания; на остальных границах расчетной области задавались условия скольжения и скачка температуры [11] (обозначены W на рис. 1):

$$u_s = \alpha_u \lambda_s \left(\frac{\partial u}{\partial n} \right)_s, \quad T_s - T_w = \alpha_T \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\lambda_s}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_s.$$

Индексом s обозначены величины около стенки, u — компонента скорости, касательная к стенке, n — координата по нормали к стенке, Pr — число Прандтля ($\text{Pr} = 0,72$), T — температура газа и T_w — температура стенки. Температура стенки задавалась равной температуре покоящегося газа $T_w = 300$ К. Данные граничные условия могут быть получены из приближенного решения кинетического уравнения в слое Кнудсена в предположении диффузного отражения молекул от поверхности с полной аккомодацией энергии. Соответствующие вычисления дают следующие значения числовых коэффициентов: $\alpha_u = 1,142$ и $\alpha_T = 0,5865$. При численном моделировании методом DSMC на верхней стенке микроканала задавалось условие зеркального отражения (обозначено E на рис. 1), а на остальных границах расчетной области задавалось условие диффузного отражения (W на рис. 1). При моделировании методом DSMC использовалась модель переменных твердых сфер [5], приводящая к степенной зависимости коэффициента динамической вязкости от температуры, так же как и при численном моделировании на основе уравнений НС ($\mu \sim T^\omega$, $\omega = 0,74$). Для описания вращательных степеней свободы использовалась модель Ларсена–Боргнакке, подробно описанная в работе [5], с постоянным столкновительным числом $Z_r = 5$.

Результаты

Исследование входа ударной волны в микроканал для случая 1

В данном разделе представлено сравнение результатов численного моделирования в условиях 1 (см. табл.) с экспериментальными данными [4]. Все расчеты проводились на основе как континуального, так и кинетического подхода.

На рис. 2 представлено поле числа Маха потока, полученное в расчетах методом DSMC в разные моменты времени, при этом момент времени $t = 0$ (рис. 2, a) соответствует моменту входа ударной волны в микроканал. Далее ударная волна

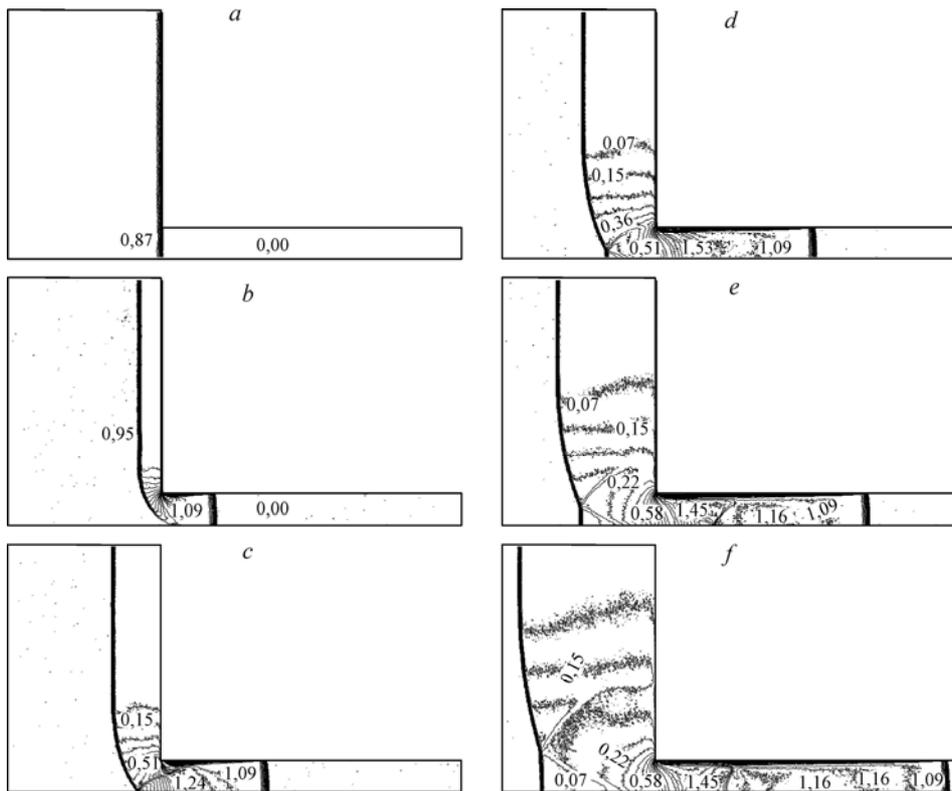


Рис. 2. Изолинии числа Маха в разные моменты времени (DSMC) при $Kn = 8 \cdot 10^{-3}$.
 $t = 0$ (a), 0,02 (b), 0,04 (c), 0,06 (d), 0,08 (e), 0,11 (f) мкс.

входит в микроканал, что показано на рис. 2, b–f. Хорошо видно, что в макроканале на плоскости симметрии возникает маховское отражение ударной волны. На верхней стенке микроканала образуется пограничный слой. Также наблюдается переломление ударных волн внутри микроканала.

Рассмотрим более подробно структуру течения при $t = 0,2$ мкс. На рис. 3 представлены результаты численного моделирования на основе уравнений НС для этого момента времени. На рис. 3, a показано поле течения, где хорошо видно, что за входом в микроканал образуется несколько слабых скачков. Распределения

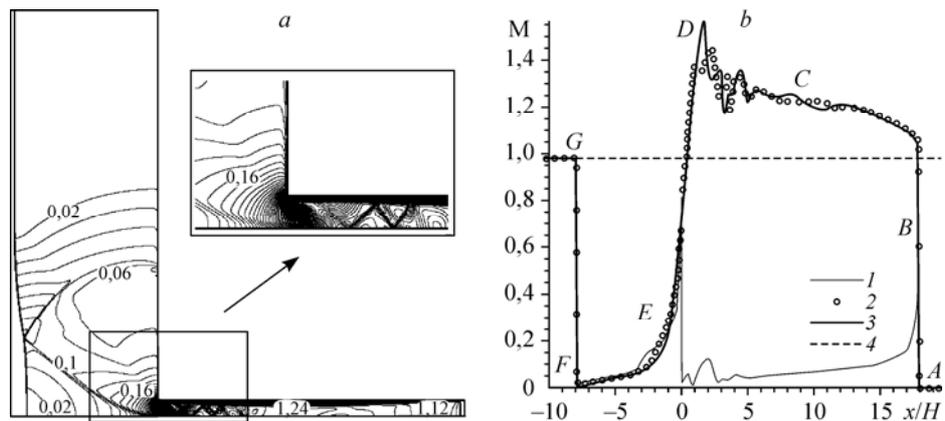


Рис. 3. Изолинии числа Маха (a) и распределения числа Маха вдоль оси x при постоянной координате y (b), полученные в расчетах на основе уравнений НС при $Kn = 8 \cdot 10^{-3}$.
 $y = H$ (1), $H/2$ (2), 0 (3); $R-H$ (4).

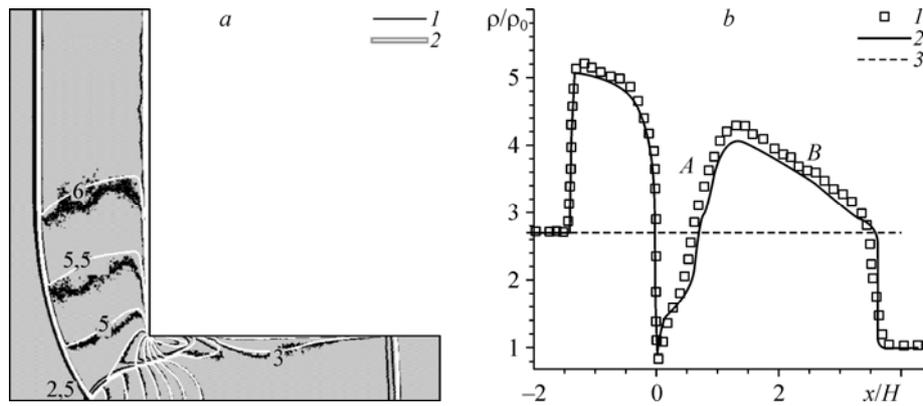


Рис. 4. Изолинии плотности (a) и распределения плотности около стенки микроканала (b) при $Kn = 8 \cdot 10^{-3}$ в момент времени $t = 0,06$ мкс.
a, b: DSMC (1), NS (2); b: R-H (3).

числа Маха вдоль оси x при постоянной координате y представлены на рис. 3, b. Пунктирной линией обозначено значение числа Маха, соответствующее условиям Рэнкина–Гюгонио (R–H) за падающей ударной волной. Участок AB соответствует ударной волне, распространяющейся по микроканалу. Течение за этой ударной волной около стенки (точка B) является дозвуковым ($y = H$) и становится сверхзвуковым при приближении к плоскости симметрии ($y = H/2, y = 0$), при этом число Маха потока становится больше значения, соответствующего условиям Рэнкина–Гюгонио за падающей волной, т. е. происходит усиление ударной волны. Между точками C и D видны небольшие осцилляции числа Маха потока, соответствующие системе слабых скачков, упомянутых выше. На участке ED происходит ускорение потока от дозвуковой скорости (в точке E) до сверхзвуковой скорости (в точке D) в волне разрежения, возникающей в угловой точке соединения макро- и микроканалов. Участок FG соответствует ударной волне, отраженной от правой стенки макроканала.

На рис. 4 представлено сравнение результатов численного моделирования методом DSMC с численным решением уравнений НС. Поля течения (рис. 4, a) хорошо совпадают между собой, за исключением внутренней структуры ударных волн. На рис. 4, b представлены распределения плотности около стенки микроканала. Хорошо видно, что за ударной волной на участке AB также наблюдаются небольшие различия. В целом можно утверждать, что наблюдается хорошее качественное и количественное согласие численных результатов, полученных с использованием непрерывного и кинетического подходов.

Для определения положения ударной волны в эксперименте [4] использовались пять датчиков давления, вмонтированных в стенку микроканала (см. рис. 5). В настоящей работе проводится сравнение результатов численного моделирования на основе уравнений Эйлера и НС с экспериментальными данными.

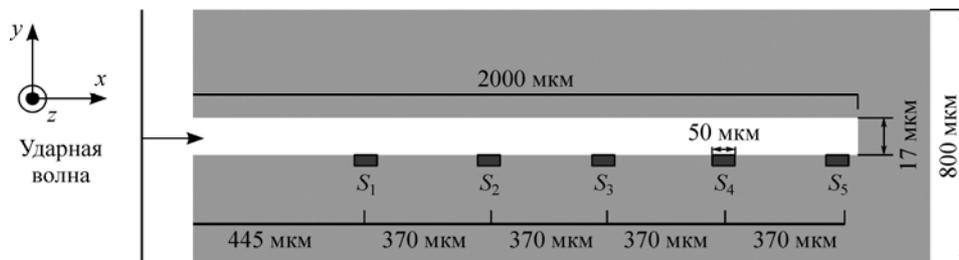


Рис. 5. Положение датчиков давления вдоль стенки микроканала.

На границе, соответствующей стенке микроканала, выделяются пять отрезков, положения которых совпадают с положениями датчиков давления. На каждом отрезке вычисляется среднее по x значение давления P_{tr} в каждый момент времени.

Зависимость давления от времени на каждом датчике представлена на рис. 6. По оси ординат откладывается величина $P_{tr} - P_0$, а по оси абсцисс $t - t_{tr1}$, где t_{tr1} — момент времени, когда ударная волна достигает первого датчика давления. На рис. 6, *a* представлены результаты численного моделирования на основе уравнений Эйлера. Наблюдаются качественные и количественные отличия от результатов эксперимента и численного решения уравнений НС (рис. 6, *b, c*). Давление за ударной волной остается постоянным от датчика к датчику и его значение больше, чем при численном моделировании на основе уравнений НС и в эксперименте. Также видно, что ударная волна преодолевает расстояния между датчиками за меньший промежуток времени. Небольшая разница в давлении за ударной волной наблюдается между экспериментальными данными и результатами численного моделирования на основе уравнений НС (рис. 6, *b, c*). Возможной причиной этого различия являются трехмерные эффекты, которые не учитывались при численном моделировании. В эксперименте использовался микроканал шири-

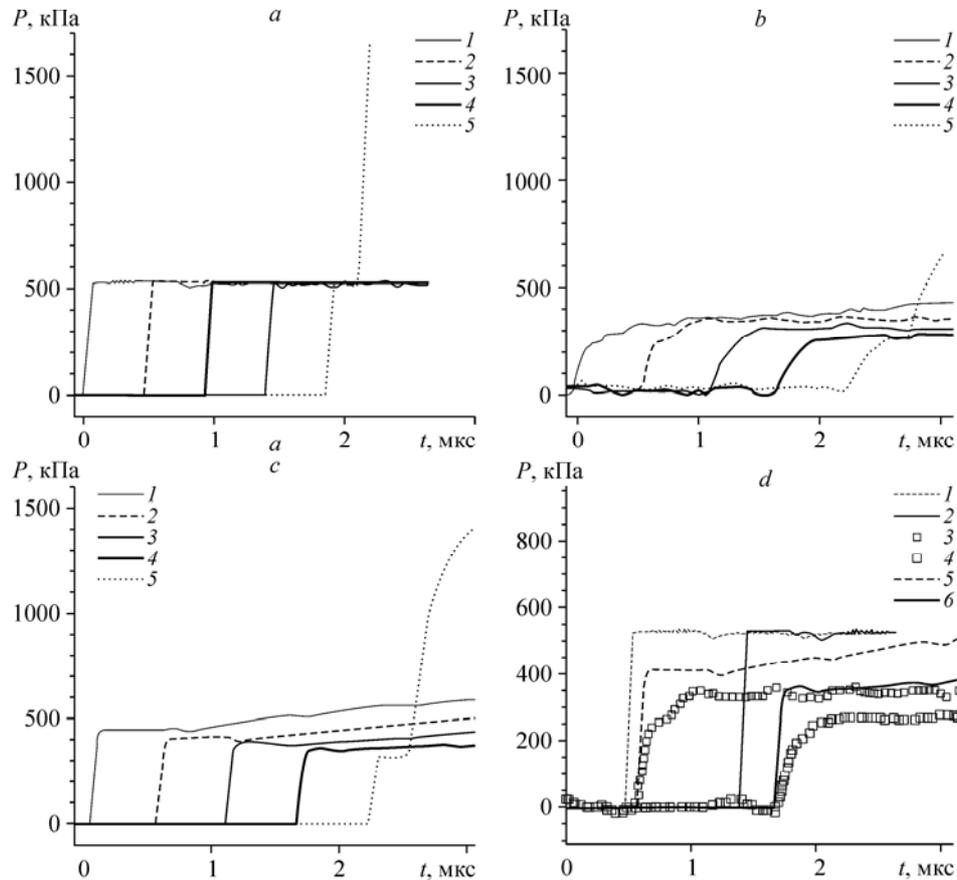


Рис. 6. Зависимость давления от времени на датчиках, установленных вдоль стенки микроканала при $Kn = 8 \cdot 10^{-3}$.

Уравнения Эйлера (*a*), эксперимент (*b*), уравнения НС (*c*): S1 (1), S2 (2), S3 (3), S4 (4), S5 (5); сравнение результатов измерений и расчетов на датчиках S2 и S4 (*d*): уравнение Эйлера — S2 (1), S4 (2), эксперимент — S2 (3), S4 (4), НС — S2 (5), S4 (6).

ной (размер вдоль оси z , см. рис. 5), равной длине $L = 2$ мм, при этом ширина датчиков давления была равна ширине микроканала. В эксперименте микроканал располагался внутри модели высотой 0,8 мм и шириной ~ 1 см (рис. 5). Несмотря на количественные различия, качественно наблюдается хорошее совпадение между результатами численного моделирования на основе уравнений НС и экспериментальными данными. Также в обоих случаях наблюдается понижение давления за ударной волной (затухание ударной волны) от датчика к датчику. Для более детального сравнения на рис. 6, d представлены результаты измерений датчиками S2 и S4 и численного моделирования. Хорошо видно, что в случае уравнений Эйлера ударная волна достигает датчика S2 быстрее (на $\sim 0,8$ мкс), чем в случаях уравнений НС и эксперимента. На датчике S4 эта разница составляет $\sim 0,33$ мкс, что является большой величиной, так как время прохождения ударной волны от первого до последнего датчика составляет $\sim 2,2$ мкс. В невязком случае, после прохождения ударной волны, давление на датчиках S2, S4 остается постоянным и составляет 528 кПа. В случаях уравнений НС и эксперимента давления на датчике S2 составляют 414 и ~ 340 кПа, соответственно, а на датчике S4 — 355 и ~ 270 кПа.

На рис. 7, a, b представлены зависимости координаты и числа Маха ударной волны внутри микроканала от времени. Число Маха ударной волны определено как отношение скорости ударной волны к скорости звука в покоящемся газе. В момент времени $t = 0$ положение падающей ударной волны совпадает со входом в микроканал. Линиями на рис. 7, a, b обозначено распространение ударной волны с постоянной скоростью, равной скорости падающей ударной волны. Скорость

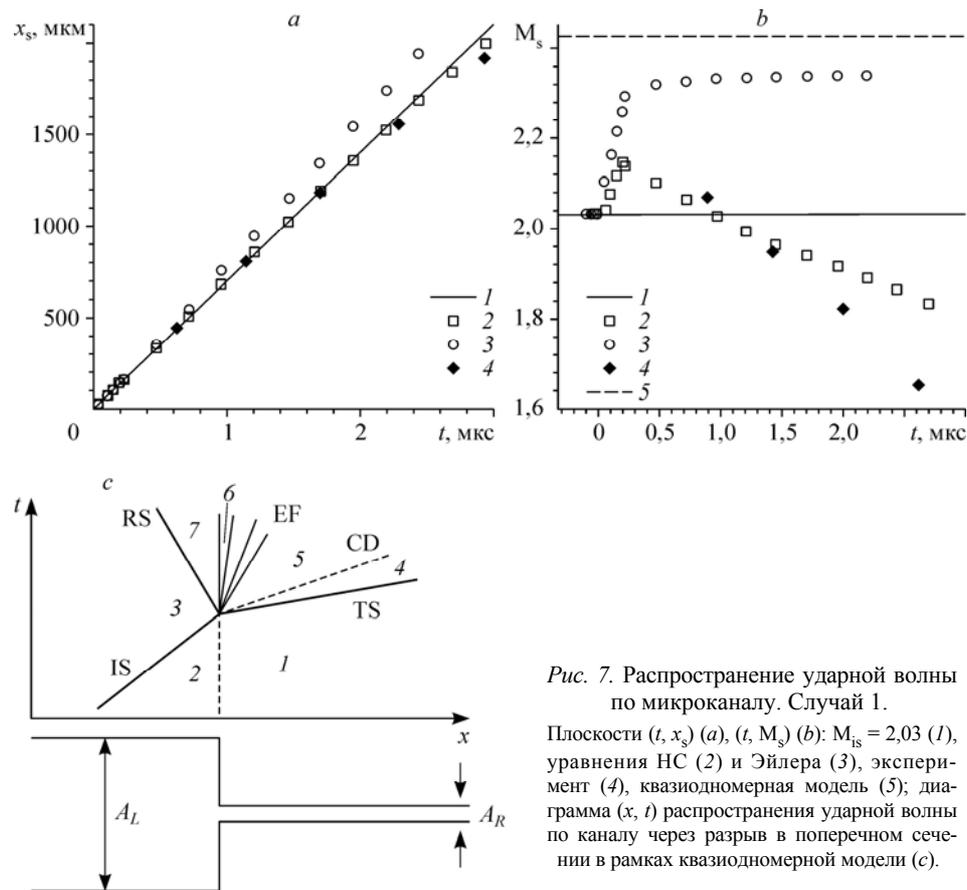


Рис. 7. Распространение ударной волны по микроканалу. Случай 1.

Плоскости (t, x_s) (a), (t, M_s) (b): $M_{is} = 2,03$ (1), уравнения НС (2) и Эйлера (3), эксперимент (4), квазиодномерная модель (5); диаграмма (x, t) распространения ударной волны по каналу через разрыв в поперечном сечении в рамках квазиодномерной модели (c).

ударной волны на временном интервале $(t_{i+1} - t_i)$ определялась как $(x_{i+1} - x_i)/(t_{i+1} - t_i)$, где x_{i+1} , x_i — координаты ударной волны, t_{i+1} , t_i — соответствующие моменты времени. На рисунках видно, что после входа происходит ускорение (усиление) ударной волны. Затем в невязком случае ударная волна движется практически с постоянной скоростью.

Исследования распространения ударной волны в канале с мгновенным изменением поперечного сечения без учета вязкости и теплопроводности ранее проводились в работах [12–14]. Одним из главных результатов этих работ является квазиодномерная модель, позволяющая вычислить распределения газодинамических параметров вдоль канала, в том числе и число Маха ударной волны после прохождения через разрыв поперечного сечения.

В квазиодномерной модели [12] канал считается достаточно длинным и двумерные эффекты, связанные с переотражением ударных волн после разрыва поперечного сечения (как, например, на рис. 3, *a*), не учитываются. На рис. 7, *c* представлена диаграмма течения, соответствующая рассматриваемому случаю. Пусть отношение площадей $\alpha = A_L/A_R$ поперечного сечения макроканала A_L и микроканала A_R стремится к бесконечности. Тогда можно предположить, что падающая ударная волна IS отражается от разрыва поперечного сечения как от жесткой стенки и формируется отраженная волна RS. В результате перед входом в микроканал образуется область высокого давления, это приводит к тому, что газ с нулевой скоростью из области 7 изэнтропическим образом переходит в микроканал (область 6) и разгоняется до локальной скорости звука. Таким образом, на входе в микроканал возникает течение газа, отличное от изначально покоящегося газа (области 1 и 2). Это приводит к задаче распада произвольного разрыва между состоянием 6 на входе в микроканал и состоянием изначально покоящегося газа (1, 2). Решением является ударная волна TS, контактный разрыв CD, веер волн разрежения EF.

Пунктирная линия на рис. 7, *b* соответствует значению числа Маха ударной волны $M_s = 2,42$, распространяющейся по микроканалу, вычисленного согласно квазиодномерной модели, описанной в работе [12]. Небольшие отличия $\sim 5\%$ наблюдаются между результатами квазиодномерной модели и результатами вычислений на основе двумерных уравнений Эйлера. Вероятно, эти различия связаны с двумерным характером течения в окрестности входа в микроканал и с его конечными размерами. В целом можно утверждать, что одномерная модель предсказывает ускорение ударной волны в микроканале, это качественно совпадает с результатами вычислений. Ускорение ударной волны в вязком случае происходит аналогичным образом, однако из-за влияния теплопотерь и вязкого трения на стенках максимальная скорость ударной волны после входа в микроканал меньше, чем в невязком случае. В численном моделировании на основе уравнений НС и в эксперименте происходит затухание ударной волны из-за взаимодействия со стенками. В невязком случае средняя скорость распространения ударной волны превосходит скорость падающей волны. В расчетах на основе уравнений НС и в эксперименте средняя скорость ударной волны близка к скорости падающей ударной волны.

Рассмотрим эффект влияния высокого давления перед входом в микроканал в рамках двумерных уравнений Эйлера. Как уже было получено в рамках квазиодномерной модели, в результате «избытка» давления в области 1 (рис. 8, *b*) происходит ускорение ударной волны в микроканале. В настоящем исследовании было проведено численное моделирование на основе уравнений Эйлера с модифицированной формой входа в микроканал (рис. 8). Численное решение уравнений Эйлера исключает влияние вязкости и теплопотерь на стенках, что позволяет

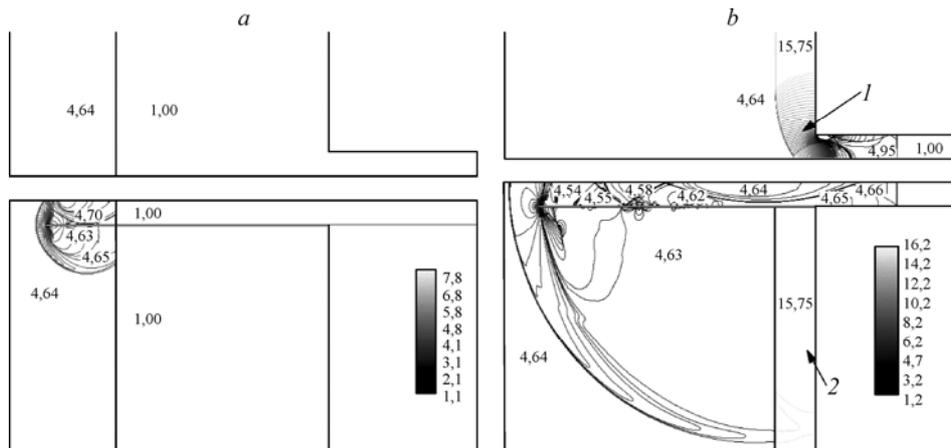
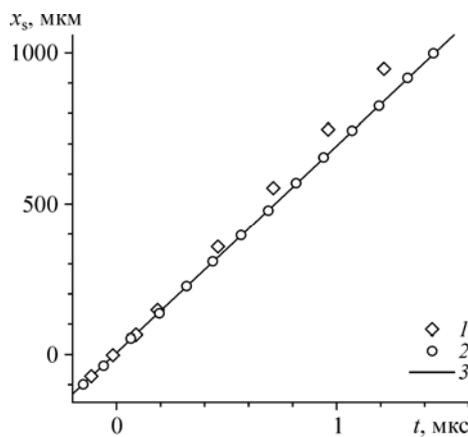


Рис. 8. Изолинии давления (решение уравнений Эйлера).

рассмотреть изолированное влияние высокого давления на входе. Чтобы снизить давление, перед входом в микроканал была установлена тонкая разделительная пластина (далее пластина), разделяющая поток на две части: газ, проходящий в микроканал, и покоящийся газ над пластиной (область 2 на рис. 8, *b*). Длина пластины $L_{\text{splitter}} = 11,7 \cdot H$, а толщина $H_{\text{splitter}} = 0,05 \cdot H$. На рис. 8 представлено сравнение полей течения при различных формах входа. Поля течения в момент времени после взаимодействия с передней кромкой разделительной пластины показаны на рис. 8, *a*. Хорошо видно, что пластина вносит в поток незначительные возмущения, не влияющие на положение ударной волны. Только в небольшой области перед пластиной наблюдается существенное повышение давления, которое затем спадает и далее становится близким к давлению за падающей волной. На рис. 8, *b* представлены поля течения в момент времени после входа ударной волны в микроканал. Хорошо видно, что давление за ударной волной в окрестности входа в случае без пластины больше, чем в случае с пластиной. Отметим, что на рисунке показано поле течения в момент времени, когда разница между положением ударных волн еще не наблюдается.

На рис. 9 представлены результаты численного моделирования на основе уравнений Эйлера в плоскости (t, x_s) для различных форм входа. Хорошо видно, что при наличии разделительной пластины ударная волна распространяется с постоянной скоростью, равной скорости падающей волны. Таким образом, можно



предположить, что высокое давление в области 1 (рис. 8, *b*) может влиять на усиление ударной волны.

Результаты проведенных вычислений позволяют заключить, что при распространении ударной волны в микроканале при условиях 1 (см. табл.) существует два конкурирующих процесса, влияющих на скорость движения

Рис. 9. Зависимость координаты ударной волны от времени для случая с пластиной (2) и без пластины (1), полученная в расчетах на основе уравнений Эйлера; $M_{\text{is}} = 2,03$ (3).

ударной волны. Первый — это усиление ударной волны, второй — это взаимодействие ударной волны со стенками микроканала, приводящее к ее затуханию. Исходя из результатов, представленных на рис. 7, *a*, можно предположить, что в условиях 1 влияние обоих процессов на распространение ударной волны взаимно компенсируется. Также на основе полученных данных можно предположить, что при уменьшении числа Кнудсена ускорение ударной волны будет увеличиваться, а при $\text{Kn} \rightarrow 0$ (что соответствует $\text{Re} \rightarrow \infty$) распространение ударной волны внутри микроканала будет мало отличаться от невязкого решения. В то же время, характер движения ударной волны при более высоких числах Кнудсена остается неясным. Поэтому в данной работе проводится ещё одна серия расчетов при большем числе Кнудсена.

Исследование входа ударной волны в микроканал для случая 2

В данном разделе представлены результаты численного моделирования в условиях 2 (см. табл.) и сравнение с результатами расчетов в условиях 1.

На рис. 10 представлены изолинии температуры, полученные при численном решении уравнений НС. При увеличении числа Кнудсена увеличивается толщина ударных волн (рис. 10, *a*), происходит более интенсивное нарастание пограничного слоя, ударная волна в микроканале распространяется с более низкой скоростью. На рис. 10, *b* представлено сравнение численных данных в плоскости (t, x_s) . Хорошо видно, что при числе Кнудсена $\text{Kn} = 8 \cdot 10^{-3}$ ударная волна усиливается, а при числе Кнудсена $\text{Kn} = 8 \cdot 10^{-2}$ интенсивно затухает без усиления. Таким образом, можно предположить, что при увеличении числа Кнудсена доминирующим процессом становится взаимодействие ударной волны со стенками и влияние избытка давления на входе в микроканал является незначительным.

Сравнение результатов численного моделирования методом DSMC и численного решения уравнений НС в условиях 2 представлено на рис. 11. На рис. 11, *a* видно, что поля течений хорошо совпадают. Небольшие отличия наблюдаются в толщине ударных волн и в геометрии звуковой линии. На рис. 11, *b* представлено

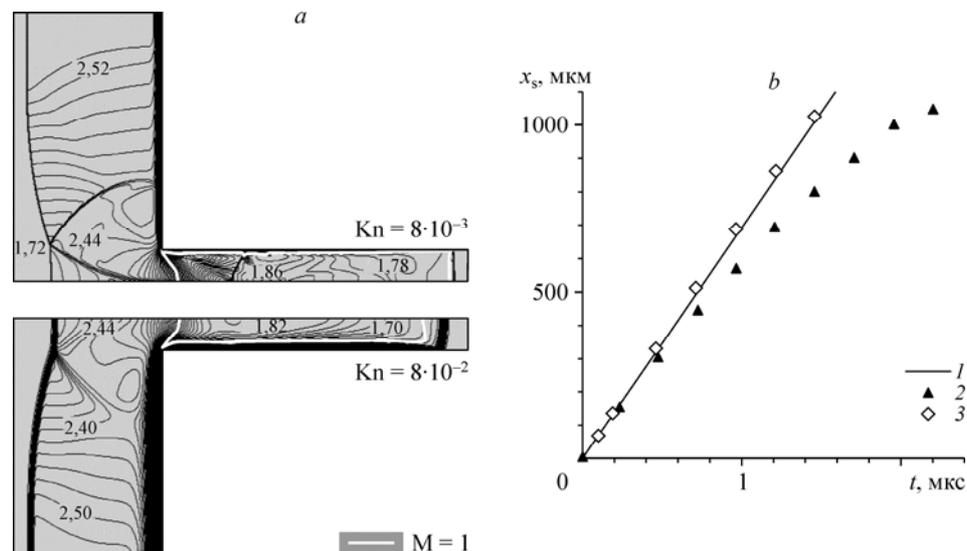


Рис. 10. Изолинии температуры (*a*) и зависимость координаты ударной волны от времени (*b*) при различных числах Кнудсена, полученные в расчетах на основе уравнений НС.

$M_{is} = 2,03$ (1), $\text{Kn} = 8 \cdot 10^{-2}$ (2), $8 \cdot 10^{-3}$ (3).

сравнение зависимостей координаты ударной волны от времени. До момента времени $t = 1$ мкс численные данные хорошо совпадают друг с другом, однако затем наблюдается небольшое отличие. Очевидно, что ударная волна в микроканале интенсивно затухает как при численном решении уравнений НС, так и при моделировании методом DSMC. Отметим, что в случае 2 усиления ударной волны не наблюдается, как это было в условиях 1. Пунктирной линией обозначена зависимость координаты ударной волны с числом Маха $M_c = 1$ от времени, что фактически соответствует предельному случаю для ударной волны, распространяющейся с минимально возможной скоростью. При $t > 1$ мкс ударная волна постепенно начинает затухать и двигаться со скоростью близкой к скорости звука в покое газе. В целом можно утверждать, что при числе Кнудсена $Kn = 8 \cdot 10^{-2}$ численное решение уравнений НС с граничными условиями скольжения и скачка температуры удовлетворительно согласуется с результатами расчетов методом DSMC.

Результаты текущего раздела показывают, что увеличение числа Кнудсена ведет к затуханию ударной волны, т.е. при числе Кнудсена $Kn = 8 \cdot 10^{-2}$ фактором, определяющим скорость движения ударной волны, является взаимодействие со стенкой микроканала, а повышение давления на входе вносит существенно меньший вклад. Для того чтобы качественно оценить влияние повышения давления на входе, были проведены дополнительные расчеты для конфигурации входа с разделительной пластиной (по аналогии с предыдущим разделом).

Режим течения при $Kn = 8 \cdot 10^{-2}$ с быстрым затуханием ударной волны отличается от режима течения при $Kn = 8 \cdot 10^{-3}$. В предыдущем разделе показано, что форма входа в микроканал может существенно повлиять на распространение ударной волны, поэтому можно предположить, что правильное изменение формы входа может привести к ускорению ударной волны при $Kn = 8 \cdot 10^{-2}$. Так как перед входом в микроканал течение газа является дозвуковым (см. рис. 11), то для максимального ускорения газа необходимо использовать вход с постепенно сужающимся сечением, например, в виде сектора с углом 90° .

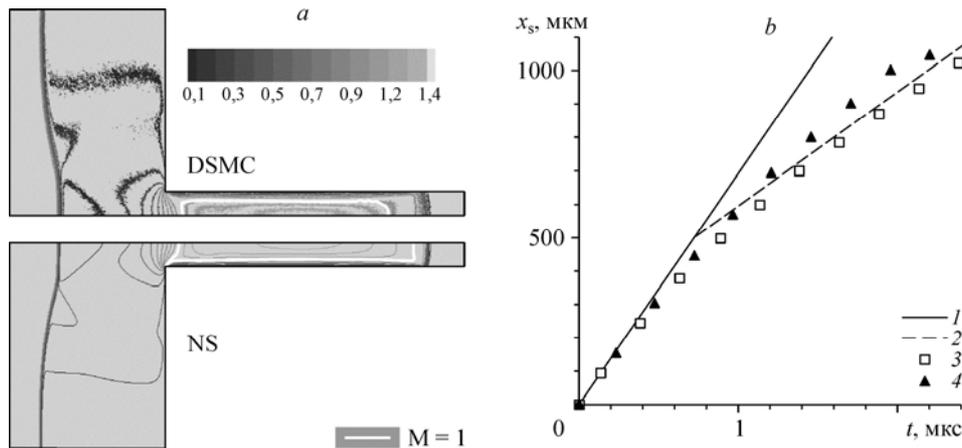


Рис. 11. Изолинии числа Маха (а) и зависимость координаты ударной волны от времени (b) при $Kn = 8 \cdot 10^{-2}$.
 $M_{is} = 2,03$ (1), $M_c = 1$ (2), DSMC (3), NS (4).

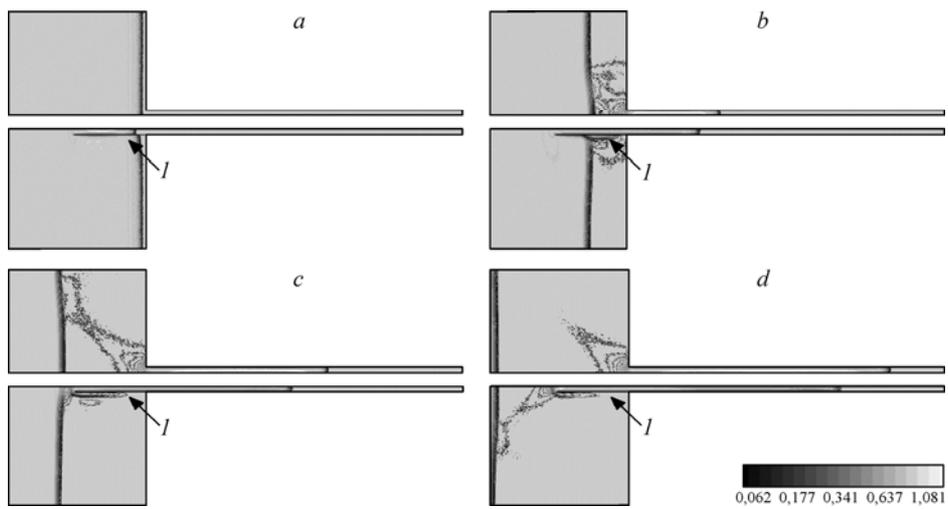


Рис. 12. Изолинии числа Маха в разные моменты времени (DSMC) при $Kn = 8 \cdot 10^{-2}$.

l — разделительная пластина; $t = -0,025$ (a), $0,175$ (b), $0,375$ (c), $0,575$ (d) мкс.

Влияние формы входа на распространение ударной волны внутри микроканала

В данном разделе рассматривается влияние формы входа в микроканал на последующее распространение ударной волны. Численное моделирование проводилось при условиях 2 (см. табл.).

На рис. 12 и 13 представлены поля течений в окрестности входа в микроканал с различными формами:

- 1) канал с разрывом поперечного сечения;
- 2) соединение двух каналов с дополнительной пластиной (длина пластины $L_{\text{splitter}} = 11,7 \cdot H$, а толщина $H_{\text{splitter}} = 0,05 \cdot H$);
- 3) закругленное соединение двух каналов (четверть окружности, $R = 2 \cdot H$);
- 4) закругленное соединение двух каналов (четверть окружности, $R = 10 \cdot H$).

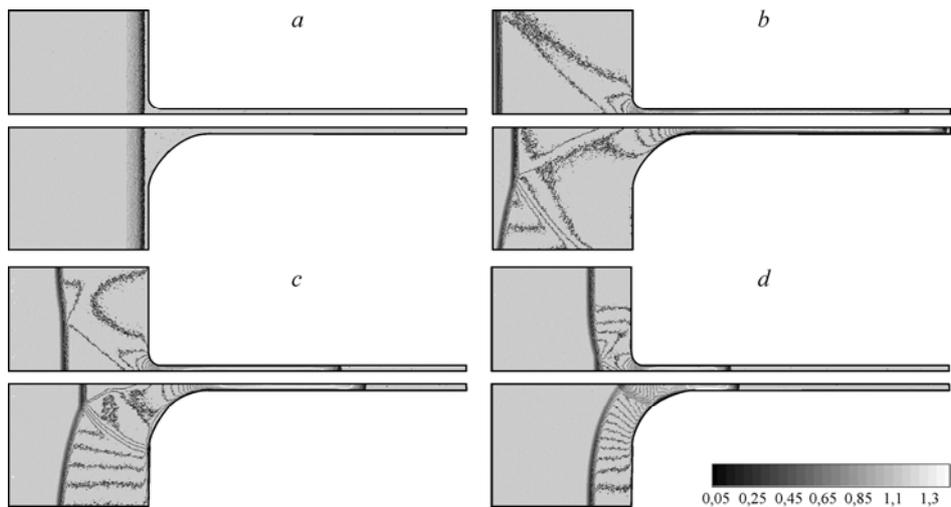


Рис. 13. Изолинии числа Маха в разные моменты времени (DSMC) при $Kn = 8 \cdot 10^{-2}$.

$t = -0,025$ (a), $0,175$ (b), $0,375$ (c), $0,575$ (d) мкс.

Сравнение полей числа Маха в разные моменты времени для форм 1 и 2 показано на рис. 12. В верхней части рисунков представлены результаты вычислений для формы 1, а в нижней для формы 2. Сплошной жирной линией на рисунке обозначена звуковая линия. Видно, что в случае с пластиной ударная волна распространяется с меньшей скоростью, чем в случае с разрывом поперечного сечения канала.

Сравнение полей числа Маха в разные моменты времени для форм 3 и 4 представлено на рис. 13. В верхней части рисунка представлены результаты для радиуса закругления $R = 2 \cdot H$, а в нижней для $R = 10 \cdot H$. Видно, что для случая с большим радиусом закругления ударная волна, распространяющаяся по микроканалу, опережает ударную волну для случая с меньшим радиусом закругления. Звуковые линии обозначены сплошной жирной линией, так же как и в предыдущем случае. Для случаев с формами 3 и 4 ударная волна распространяется по микроканалу с большей скоростью, чем для случаев 1 и 2. Отметим, что для случаев 1 и 3 разница в положении ударной волны очень мала $\sim 2 \cdot H$, что слабо заметно на рис. 12, 13. Более детальное сравнение траекторий ударных волн представлено на рис. 14. Вообще говоря, случай 3 переходит в случай 1 при $R \rightarrow 0$, и, вероятно, существует некоторый малый радиус закругления конечного размера, который не приводит к существенным изменениям в структуре течения. Это означает, что при этом малом радиусе закругления траектория ударной волны будет совпадать с траекторией волны для случая 1.

На рис. 14 представлены зависимости координаты ударной волны внутри микроканала от времени для случаев с различными формами входа. Как и в предыдущих случаях, сплошной линией обозначено распространение ударной волны с постоянной скоростью, равной скорости падающей ударной волны, а пунктирной линией распространение звуковой волны. Хорошо видно, что ударная волна для случая с формой 4 распространяется быстрее, чем во всех остальных случаях, при этом до момента времени $t = 0,6$ мкс наблюдается небольшое ускорение ударной волны (см. рис. 14, *b*), а при $t > 0,6$ мкс происходит интенсивное затухание. В случаях 1, 2, 3 усиления ударной волны не наблюдается. Отметим, что при $t < 0,2$ мкс ударная волна распространяется со скоростью, близкой к скорости падающей ударной волны, при $t > 1,2$ мкс скорость волны постепенно становится

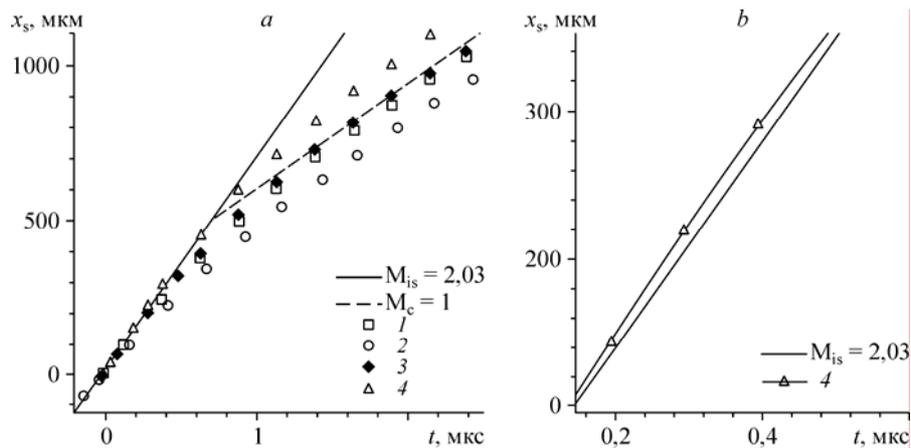


Рис. 14. Зависимость координаты ударной волны от времени для различных форм входа: канал с разрывом поперечного сечения (1), соединение двух каналов с пластиной (2), соединение двух каналов закруглением радиусов $R = 2 \cdot H$ (3) и $R = 10 \cdot H$ (4) при $Kn = 8 \cdot 10^{-2}$ (DSMC).

близкой к скорости звука в покоящемся газе. Примечательно, что различие в случаях 1 и 2 фактически показывает вклад повышения давления на входе в дальнейшую скорость движения ударной волны.

Выводы

Проведено численное моделирование входа и распространения ударной волны в микроканале с использованием кинетического и континуального подходов при числе Маха падающей ударной волны $M_{is} = 2,03$ и различных числах Кнудсена. Результаты численного моделирования на основе уравнений НС хорошо согласуются с результатами численного моделирования методом DSMC. Показано определяющее влияние вязкости на распространение ударной волны.

При числе Кнудсена $Kn = 8 \cdot 10^{-3}$ получено усиление ударной волны в окрестности входа в микроканал, однако при дальнейшем распространении ударной волны происходит ее затухание, что согласуется с экспериментальными данными. Указанное ускорение также имеет место в рамках квазиодномерной модели идеального газа для распространения ударной волны через канал с разрывом поперечного сечения. В вязком случае ускорение волны происходит аналогичным образом, в то же время из-за влияния теплопотерь и вязкого трения на стенках ускорение ударной волны меньше, чем в невязком.

При числе Кнудсена $Kn = 8 \cdot 10^{-2}$ проведено численное исследование влияния формы входа в микроканал на распространение ударной волны. Рассмотрены три случая: канал с разрывом поперечного сечения, соединение двух каналов с тонкой разделительной пластиной, закругленное соединение (четверть окружности). Результаты численного моделирования показали интенсивное затухание ударной волны до скорости близкой к скорости звука в покоящемся газе. В случае с соединением двух каналов через закругление ударная волна распространяется с наибольшей скоростью. Показано ускорение ударной волны за входом в микроканал при радиусе закругления $R = 10 \cdot H$.

Таким образом, одним из главных критериев, определяющих динамику движения ударной волны внутри микроканала, является число Кнудсена (или число Рейнольдса). Полученные результаты позволяют заключить, что существует некоторое значение числа Кнудсена $Kn_{кр}$, при котором происходит изменение режима течения в микроканале. При числе Кнудсена $Kn < Kn_{кр}$ реализуется режим микроударной трубы (в данном случае речь идет о канале с прямоугольным поперечным сечением), т. е. ударная волна распространяется со сверхзвуковой скоростью. При числе Кнудсена $Kn > Kn_{кр}$ происходит быстрое затухание ударной волны до скорости близкой к скорости звука, что фактически не соответствует работе ударной трубы.

Авторы выражают благодарность Г. Миршекари (G. Mirshekari) и профессору М. Бруйетту (M. Brouillette) за предоставленные экспериментальные данные.

Список обозначений

M_{is} — число Маха падающей ударной волны,	L — длина микроканала,
λ_0 — средняя длина свободного пробега молекул в покоящемся газе,	x_s — координата ударной волны, распространяющейся по микроканалу,
H — полувисота микроканала,	M_s — число Маха ударной волны, распространяющейся по микроканалу,
Kn — число Кнудсена, $Kn = \lambda_0/H$,	t — время,
P_0, P_1 — давление покоящегося газа и давление газа за падающей ударной волной,	γ — показатель адиабаты,

ρ_0, ρ_1 — плотность покоящегося газа и плотность газа за падающей ударной волной,
 M_1 — число Маха потока за падающей ударной волной,
 ω — показатель степенной зависимости коэффициента динамической вязкости от температуры $\mu \sim T^\omega$.

Список литературы

1. **Zeitoun D.E., Burtshell Y., Graur I.A., Ivanov M.S., Kudryavtsev A.N., Bondar Y.A.** Numerical simulation of shock wave propagation in microchannels using continuum and kinetic approaches // *Shock Waves*. 2009. Vol. 19. P. 307–316.
2. **Mirshekari G., Brouillette M.** One-dimensional model for microscale shock tube flow // *Shock Waves*. 2009. Vol. 19. P. 25–38.
3. **Parisse J.D., Giordano J., Perrier P., Burtshell Y., Graur I.A.** Numerical investigation of micro shock waves generation // *Microfluid Nanofluid*. 2008. Vol. 6. P. 699–709.
4. **Mirshekari G., Brouillette M.** Experimental study of the shock propagation in a micron-scale channel // *Proc. of the 27th Inter. Symp. on Shock Waves, Russia, St. Petersburg*. 2009, P. 260.
5. **Bird G.A.** *Molecular Gas Dynamics and Direct Simulation of Gas Flows*. Oxford: Clarendon Press, 1994.
6. **Абрамович Г.Н.** *Прикладная газовая динамика*. Ч. 2. М.: Наука, 1991.
7. **Jiang G., Shu C.** Efficient implementation of weighted ENO schemes // *J. Comput. Phys*. 1996. No. 126. P. 202–228.
8. **Kudryavtsev A., Khotyanovsky D.** Numerical investigation of high speed free shear flow instability and mach wave radiation // *Int. J. Aeroacoust*. 2005. Vol. 4. P. 325–344.
9. **Хотяновский Д.В., Кудрявцев А.Н., Иванов М.С.** Течение вязкого теплопроводного газа в ударной трубе // *Новые математические модели механики сплошных сред: построение и изучение: Тез. докл. Всерос. конф., приурочен. к 90-летию акад. Л.В. Овсянникова, Новосибирск, 23-28 апреля, 2009*. Новосибирск: ИГД СО РАН, 2009. С. 147–148.
10. **Ivanov M.S., Markelov G.N., Gimelshein S.F.** Statistical simulation of reactive rarefied flows: Numerical Approach and Applications // *AIAA Paper*. 1998. № 98-2669.
11. **Коган М.Н.** *Динамика разреженного газа*. М.: Наука, 1967. 440 с.
12. **Salas M.D.** Shock wave interaction with an abrupt area change // *NASA Technical Paper 3113*. 1991.
13. **Чекмарев С.Ф.** *Импульсные течения газа в сверхзвуковых соплах и струях*. Новосибирск: ИТФ. 1989. 342 с.
14. **Rudinger G.** Passage of shock waves through ducts of variable cross section // *Physics Fluids*. 1960. Vol. 3, No. 3. P. 449–455.

Статья поступила в редакцию 3 августа 2011 г.