

УДК 533.6.011.5, 533.6.011.8

Численное исследование структуры недорасширенных сверхзвуковых струй разреженного газа методом прямого статистического моделирования*

А.В. Кашковский, А.Н. Кудрявцев, А.А. Шершнёв

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: antony@itam.nsc.ru

Прямое статистическое моделирование использовано для изучения влияния разреженности на структуру осесимметричной недорасширенной струи. Сравнение с данными других авторов показало, что этот метод позволяет с высокой точностью воспроизвести характеристики стационарной ударно-волновой структуры струи. Степень разреженности оказывает заметное влияние на течение, приводя, в частности, к изменению типа отражения от оси висячего скачка в первой бочке струи и исчезновению развитого диска Маха, что влечет перестройку структуры последующих бочек. Впервые в расчете, выполненном с помощью молекулярно-кинетического подхода, отмечалось формирование замкнутой зоны возвратного течения за диском Маха, что ранее наблюдалось только при моделировании путем решения континуальных уравнений.

Ключевые слова: сверхзвуковые неизобарические струи, ударно-волновая структура, осесимметричное течение, разреженный газ, прямое статистическое моделирование.

Введение

Нерасчетные сверхзвуковые струи, т. е. струи, истекающие со сверхзвуковой скоростью в пространство, давление в котором (p_a) отличается от давления на срезе сопла (p_j), встречаются во многих природных явлениях и технических приложениях — от струй из активных ядер галактик до систем охлаждения микроэлектромеханических устройств. Наиболее примечательной особенностью нерасчетных струй является их сложная, при определенных условиях квазипериодическая, «бочкообразная» ударно-волновая структура.

В течение долгого времени структура нерасчетных струй была предметом интенсивных экспериментальных, теоретических и численных исследований (см., например, монографии [1–3] и обзор [4]). Численное моделирование при этом проводилось, как правило, на основе уравнений Навье–Стокса, часто дополненных различными моделями

* Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 18-11-00246-П). Все расчеты проведены на вычислительных ресурсах ЦКП «Механика» ИТПМ СО РАН.

турбулентности. Однако нерасчетные сверхзвуковые струи представляют большой теоретический и практический интерес и в тех случаях, когда сильны эффекты разреженности и континуальный подход становится неприменим. Работ, посвященных численному моделированию нерасчетных струй на таких режимах, существенно меньше. Отметим среди них публикацию [5], в которой в широком диапазоне степеней разреженности $n = p_j/p_a$ и чисел Кнудсена $Kn = \lambda/d$ (λ — длина свободного пробега на срезе сопла, d — его диаметр), были выполнены расчеты истечения струй из круглого звукового сопла.

В представленной работе использован метод прямого статистического моделирования (ПСМ) с целью изучения влияния эффектов разреженности на ударно-волновую структуру недорасширенных ($p_j > p_a$) осесимметричных сверхзвуковых струй. Численное моделирование выполнено с помощью программ семейства SMILE: SMILE++ [6, 7] и SMILE-GPU [8, 9], развиваемых в лаборатории вычислительной аэродинамики ИТПМ СО РАН. Расчетная программа SMILE++ использует весовую схему, которая существенно повышает эффективность моделирования осесимметричных течений. Программа SMILE-GPU предназначена для расчетов на вычислительных кластерах с графическими ускорителями, что позволяет использовать до 1 млрд пробных частиц. Также для сравнения и кроссверификации применялся континуальный подход, основанный на численном решении уравнений Навье – Стокса.

Моделировались струи одноатомного газа (аргона), истекающие из круглых сопел с числом Маха $M_j = 1,2$ и $2,0$ при степени разреженности $n = 4$ и 8 и различных значениях Kn , определенного по диаметру сопла и длине свободного пробега молекул на его срезе. Наименьшее значение числа Кнудсена, при котором был выполнен расчет, $Kn = 5 \cdot 10^{-4}$, при этом эффекты разреженности заведомо малы. Расчеты проводились в достаточно большой области — размером $40d \times 7,5d$, где d — диаметр сопла. Для ускорения сходимости решения к стационарному состоянию к струе был добавлен внешний спутный поток с числом Маха $M_a = 0,1$.

По результатам расчетов определялись основные параметры стационарной ударно-волновой структуры нерасчетной струи, такие как максимальный радиус струи, размер [ее](#) первой бочки, положение и радиус диска Маха. Данные для малых значений Kn сравнивались с имеющимися в литературе [10 – 12].

Численный метод

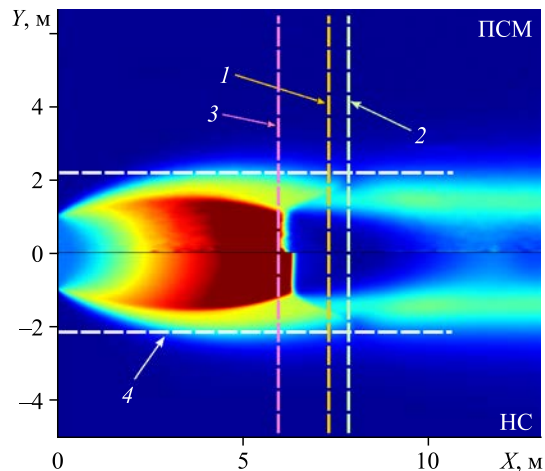
Метод прямого статистического моделирования является стохастическим численным методом решения нелинейного кинетического уравнения Больцмана. Этот метод моделирует течение газа набором большого числа частиц, которые двигаются, сталкиваются между собой и с поверхностью исследуемых моделей подобно молекулам реального газа. Процесс моделирования течения осуществляется шагами по времени Δt , на каждом из которых процесс движения расщепляется на два основных этапа: столкновения между частицами и свободномолекулярный перенос. Расчетная область разбивается на ячейки, размеры которых должны быть меньше локальной длины свободного пробега молекул. Только частицы, находящиеся в одной и той же ячейке, могут сталкиваться между собой. Каждое столкновение осуществляется для случайным образом выбранной пары частиц, вероятность столкновения зависит от относительной скорости частиц без учета их взаимного расположения внутри ячейки. Перенос частиц осуществляется сдвигом на расстояние, пропорциональное их скоростям. Величина шага Δt выбирается таким образом, чтобы частицы за один шаг не пересекали более одной ячейки.

Рис. 1. Поля числа Маха в расчетах методом ПСМ и на основе уравнений НС.

Геометрические размеры первой бочки струи (1, 2) из работ [10, 11], положение диска Маха (3) и максимальный радиус струи (4) согласно [11].

Если в процессе движения частица сталкивается с поверхностью обтекаемого тела, то моделируется ее отражение в соответствии с заданным законом взаимодействия газа с поверхностью.

Поскольку моделирование свободных сдвиговых течений является нетипичной задачей для метода ПСМ, была проведена валидация путем сравнения геометрических размеров первой бочки с данными из литературы и решениями уравнений Навье – Стокса для струи с $M_j = 1,2$ и нерасчетностью $n = p_j/p_a = 8$, истекающей в спутный поток с $M_a = 0,1$. При этом число Кнудсена по газодинамическим параметрам в струе и ее диаметру на входе $Kn = 1,5 \cdot 10^{-3}$. На рис. 1 показана полученная в данном расчете первая бочка недорасширенной сверхзвуковой струи. Наблюдается хорошее согласование с приведенными на рис. 1 данными других авторов, а также с результатами континуального подхода.



Влияние разреженности

Подробно была исследована зависимость характеристик ударно-волновой структуры струи от числа Кнудсена, изучено влияние эффектов разреженности. Рассматривался случай с $M_j = 2$, $M_a = 0,1$ и степенью нерасчетности $n = 4$. Поле течения имеет при этих параметрах достаточно сложную структуру с несколькими бочками. Очевидно, что в предельном случае свободномолекулярного течения степень нерасчетности перестанет играть какую-либо роль и струя превратится в радиально расширяющийся поток. Рассмотрим картину течения на режимах, промежуточных между континуальным и свободномолекулярным.

На рис. 2 приведены поля чисел Маха в расчетах для разных степеней разреженности. Как видно из рисунка, при увеличении числа Кнудсена размер первой бочки практически не изменяется. В то же время заметно растет толщина ударных волн и сдвиговых слоев, в результате чего вся ударно-волновая структура струи становится более «размытой», что особенно хорошо заметно для второй и последующих бочек.

При $Kn = 5 \cdot 10^{-4}$ висячий скачок в первой бочке отражается от оси нерегулярным образом, образуется отчетливо видимый диск Маха, проходя через который, поток теряет значительную часть кинетической энергии. Ударно-волновая структура последующих бочек слабо выражена, здесь трудно говорить об отражении ударной волны от оси, вместо этого наблюдаются протяженные зоны взаимодействия оси с волнами сжатия.

С увеличением Kn диск Маха перестает быть виден и кажется, что падающий скачок отражается от оси регулярным образом. Известно, что для невязкого газа регулярное отражение осесимметричной ударной волны от оси теоретически невозможно [13, 14]. Тем не менее, экспериментаторы наблюдают подобные структуры в струях [15] даже при весьма больших значениях числа Рейнольдса. Принято считать [16], что в этих случаях фактически наблюдается маховское отражение с очень маленьким диском Маха.

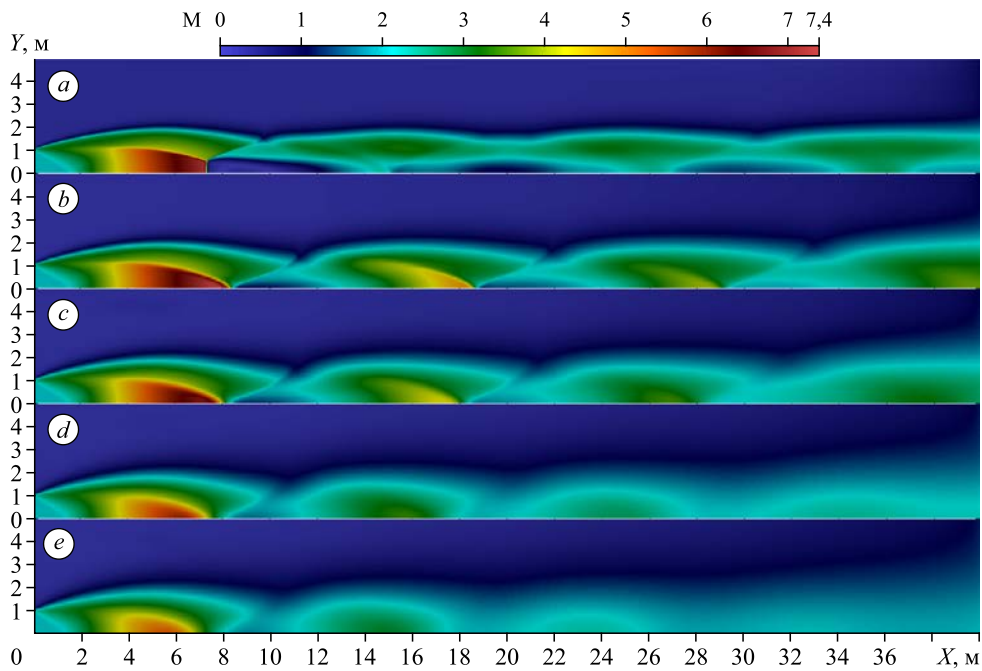


Рис. 2. Изменение ударно-волновой структуры струи в зависимости от значения числа Кнудсена: 0,0005 (а), 0,001 (b), 0,002 (c), 0,004 (d), 0,008 (e).

Для разреженного газа, однако, имеет смысл говорить о маховском отражении лишь до тех пор, пока размер диска Маха не становится сравним с длиной свободного пробега. Структура зоны отражения от оси при таких условиях, по-видимому, ранее не исследовалась.

Фактическое исчезновение диска Маха в первой бочке приводит к уменьшению потерь кинетической энергии, в результате становятся более отчетливо выраженными приходящие на ось ударные волны в последующих бочках: при $Kn = 0,001$ — во второй и третьей, при $Kn = 0,002$ — во второй. Дальнейшее увеличение Kn ведет ко все большему преобладанию эффектов вязкой диссипации и размыванию элементов ударно-волновой структуры.

На рис. 3 приведено распределение чисел Маха вдоль оси струи для различных степеней разреженности. Видно, что только при $Kn = 5 \cdot 10^{-4}$ имеется протяженная дозвуковая зона за диском Маха. Для остальных значений Kn число Маха всегда остается сверх-

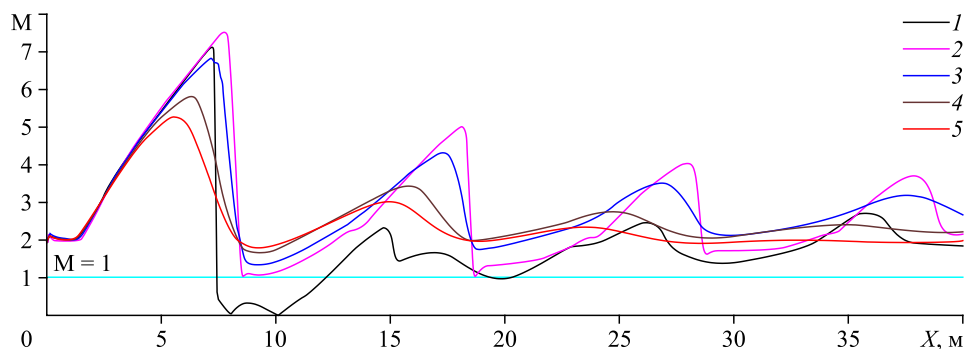


Рис. 3. Распределения числа Маха вдоль оси струи при различных значениях числа Кнудсена: 0,0005 (1), 0,001 (2), 0,002 (3), 0,004 (4), 0,008 (5).

$$M_j = 2, M_a = 0,1, n = 4.$$

звуковым, следовательно, определенно нельзя говорить о маховском отражении. Отметим, что при $Kn = 0,001$ и $0,002$ ударные волны во второй и последующих бочках выражены более отчетливо, чем при $Kn = 5 \cdot 10^{-4}$. При дальнейшем увеличении степени разреженности разница между минимальным и максимальным значениями числа Маха во всех бочках уменьшается, а ударная волна в первой бочке становится сильно размазанной.

Таким образом, увеличение числа Кнудсена с $5 \cdot 10^{-4}$ до $0,001$ привело к значительному изменению всей структуры течения; это связано с исчезновением маховского диска и зоны дозвукового течения за ним. Чтобы исследовать данное явление более подробно, был проведен расчет для промежуточного значения $Kn = 7,5 \cdot 10^{-4}$. На рис. 4 для сравнения приведены поля течения вблизи диска Маха при $Kn = 5 \cdot 10^{-4}$ и $7,5 \cdot 10^{-4}$.

Видно, что форма и размеры диска Маха практически не изменились, возросла только толщина ударной волны. Очевидно, что переход между режимами с диском Маха и без него происходит в достаточно узком диапазоне чисел Кнудсена, вполне возможно, что маховское отражение с конечным радиусом диска возникает скачком при некотором значении Kn . Вполне возможно существование области двойного решения, т.е. диапазона чисел Кнудсена, в котором могут реализоваться обе структуры течения. Не исключено, что переход между ними может сопровождаться гистерезисом. Ранее гистерезис при смене ударно-волновых конфигураций из-за изменения нерасчетности был обнаружен экспериментально [17] и численно [18] в осесимметричных недорасширенных струях, а также при численном моделировании плоских перерасширенных ($p_j < p_a$) струй [19].

Возвратное течение

Анализ рис. 3 показывает, что при $Kn = 5 \cdot 10^{-4}$ (черная линия) число Маха падает до нуля в двух точках на оси струи, причем кривая распределения в этих точках имеет излом. Это позволяет предположить, что скорость течения между этими двумя точками становится отрицательной. Анализ полей течения подтверждает наличие возвратного течения за диском Маха, причем оно наблюдается в расчетах как методом ПСМ, так и на основе уравнений Навье – Стокса (рис. 5).

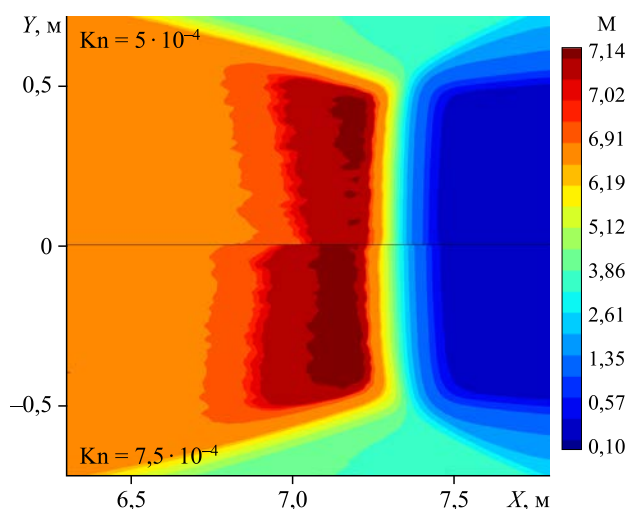


Рис. 4. Течение вблизи диска Маха в расчетах с двумя значениями числа Кнудсена.

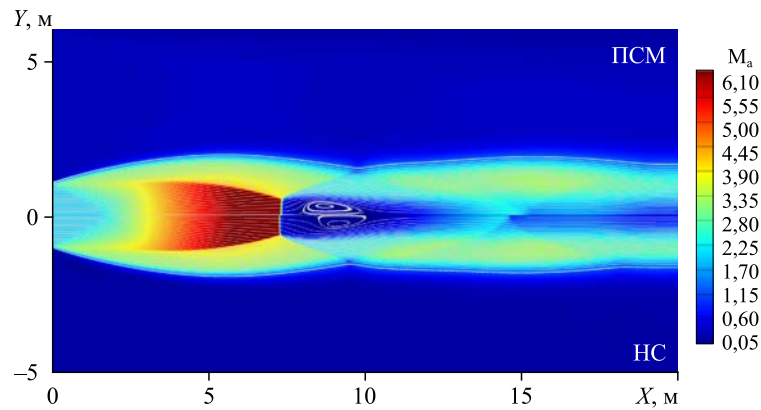


Рис. 5. Поле чисел Маха и линии тока за диском Маха ($Kn = 5 \cdot 10^{-4}$).

Возникновение рециркуляционной зоны за диском Маха ранее неоднократно наблюдалось в численных работах. Это относится и к маховскому диску, формирующемуся в сверхзвуковых соплах при отражении от оси внутреннего соплового скачка [20, 21], и к диску в первой бочке свободной нерасчетной струи [18, 22–25]. Возвратное течение возникало в расчетах, выполненных на основе различных континуальных уравнений: Эйлера, Навье–Стокса для ламинарного течения, Навье–Стокса с различными моделями турбулентности и даже так называемых квазигазодинамических уравнений. Вместе с тем в экспериментах формирование возвратного течения за диском Маха происходило только при некотором внешнем воздействии на струю: когда вдоль ее оси из сопла вдувалась тонкая струйка низконапорного газа [26] или когда вдоль оси против потока вводилась тонкая игла [27]. В тщательно выполненных экспериментах [27, 28] никаких признаков возвратного течения в свободных, не подвергавшихся подобным внешним воздействиям струях обнаружено не было. Естественно, возникает вопрос: не является ли все-таки это явление численным «артефактом», подобным знаменитому явлению «карбункула» [29].

В работе [25] нерасчетная сверхзвуковая струя моделировалась и на основе ламинарных уравнений Навье–Стокса, и с помощью ПСМ. В континуальном расчете рециркуляционный вихрь за диском Маха наблюдался, в выполненном при тех же условиях кинетическом расчете отсутствовал. В результате в [25] было выдвинуто предположение, что формирование возвратного течения не является следствием того, что уравнения Навье–Стокса (или другие континуальные уравнения) решаются «неправильно», но отражает тот факт, что сам континуальный подход неприменим к описанию сильно-неравновесного, высокоградиентного течения вблизи диска Маха.

Эта гипотеза не выглядит убедительно даже из общих соображений. Разумеется, внутренняя структура сильных ударных волн не описывается корректно уравнениями Навье–Стокса. Однако численные схемы, используемые при решении этих уравнений, консервативны и, таким образом, точно сохраняют массу, импульс и полную энергию. Это означает, что выполняются условия Рэнкина–Гюгонно и, следовательно, верно определяются газодинамические параметры за ударной волной. Трудно представить механизм, посредством которого присутствие узких зон сильно неравновесного, не описываемого континуальными уравнениями течения внутри ударных волн могло бы привести к глобальной перестройке всей картины течения и появлению рециркуляционной зоны. В любом случае, полученные в настоящей работе результаты противоречат этому

предположению: образование возвратного течения за диском Маха наблюдается и в расчетах на основе уравнений Навье–Стокса, и в расчетах методом ПСМ, причем выполненных с заведомо большим разрешением, чем в [25]. Таким образом, вопрос остается открытым и заслуживает дальнейшего изучения.

Анализ предыдущих численных результатов показывает, что обязательным условием формирования возвратного течения является соответствующая форма диска Маха: он должен быть выпуклым по направлению к потоку. Как видно на рис. 4, это условие выполнено и в наших вычислениях. Такая форма диска означает, что здесь наблюдается так называемое обратное (инверсное) маховское отражение [30], при котором трубка тока, заключающая газ, прошедший через диск Маха, и ограниченная кольцевой контактной поверхностью, расширяется вниз по потоку. При этом скорость течения в дозвуковой зоне непосредственно за скачком уменьшается. Очевидно, трудно ожидать возникновения возвратного течения в противоположном случае, когда трубка тока сужается и газ ускоряется.

Заключение

Методом ПСМ выполнено моделирование осесимметричных недорасширенных струй при двух значениях числа Маха струи и различных отношениях давлений на срезе сопла и в окружающем пространстве. Сравнение с данными других авторов показывает, что геометрические характеристики ударно-волновой структуры нерасчетных струй воспроизводятся с высокой точностью. Степень разреженности течения оказывает заметное количественное и даже качественное влияние на структуру струи. Так, в зависимости от числа Кнудсена может измениться тип отражения от оси висячего скачка в первой бочке струи. Смена типа отражения приводит к существенным изменениям в характеристиках последующих бочек струи. Расчеты указывают на возможность существования интервала значений нерасчетности, в котором могут реализоваться течение с развитым диском Маха и отражение, близкое к регулярному.

В расчетах также наблюдалось образование в осесимметричной струе зоны возвратного течения за диском Маха. Ранее это явление, не имеющее экспериментального подтверждения, неоднократно обнаруживалось разными авторами, но только в расчетах на основе континуальных уравнений.

Список литературы

1. Дулов В.Г., Лукьянов Г.А. Газодинамика процессов истечения. Новосибирск: Наука, 1984. 234 с.
2. Авдеевский В.С., Ашратов Э.А., Иванов А.В., Пирумов У.Г. Газодинамика сверхзвуковых неизобарических струй. М.: Машиностроение, 1989. 319 с.
3. Глазнев В.Н., Запрягаев В.И., Усков В.Н., Гапонов С.А., Маслов А.А. Струйные и нестационарные течения в газовой динамике. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. 200 с.
4. Franquet E., Perrier V., Gibout S., Bruel P. Free underexpanded jets in a quiescent medium; a review // Prog. Aero. Sci. 2015. Vol. 77. P. 25–53.
5. Wu J.S., Chou S.Y., Lee U.M., Shao Y.L., Lian Y.Y. Parallel DSMC simulation of a single under-expanded jet from transition to near-continuum regime // J. Fluids Eng. 2005. Vol. 127. P. 1161–1170.
6. Kashkovsky A.V., Bondar Ye.A., Zhukova G.A., Ivanov M.S., Gimelshein S.F. Object-oriented software design of real gas effects for the DSMC method // AIP Conf. Proc. 2005. Vol. 762. P. 583–588.
7. Ivanov M.S., Kashkovsky A.V., Vashchenkov P.V., Bondar Ye.A. Parallel object-oriented software system for DSMC modeling of high-altitude aerothermodynamic problems // AIP Conf. Proc. 2011. Vol. 1333. P. 211–218.
8. Kashkovsky A., Shershnev A., Ivanov M. Efficient CUDA implementation in the DSMC method // AIP Conf. Proc. 2012. Vol. 1501. P. 511–518.
9. Kashkovsky A.V. 3D DSMC computations on a heterogeneous CPU-GPU cluster with a large number of GPUs // AIP Conf. Proc. 2014. Vol. 1628. P. 192–198.

10. Цзян Чже-Син. Исследование осесимметричной сверхзвуковой турбулентной струи при истечении из сопла с недорасширением // Исследование турбулентных струй воздуха, плазмы и реального газа / Под ред. Г.Н. Абрамовича. М.: Машиностроение, 1967. С. 144–181.
11. Шелухин Н.Н. Исследование характеристик сверхзвуковой нерасчетной струи // Учен. зап. ЦАГИ. 1995. Т. 26, № 1–2. С. 78–87.
12. Анискин В.М., Коротаева Т.А., Ободовская Е.А., Турчинович А.О. Численное моделирование недорасширенных осесимметричных микроструй, истекающих в затопленное пространство // Докл. АН высшей школы РФ. 2018. № 1. С. 22–35.
13. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. М.: Изд-во иностр. лит., 1950. 426 с.
14. Рылов А.И. К вопросу о невозможности регулярного отражения стационарной ударной волны от оси симметрии // Прикл. математика и механика. 1990. Т. 54, № 2. С. 245–249.
15. Мельников Д.А. Отражение скачков уплотнения от оси симметрии // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. 1962. № 3. С. 24–30.
16. Timofeev E., Mölder S., Voinovich P., Hosseini S.H.R., Takayama K. Shock wave reflections in axisymmetric flows // Proc. of 23rd Intern. Symp. Shock Waves (Fort-Worth, USA, July 22–27, 2001). Arlington, USA: Univ. Texas, 2001. P. 1486–1493.
17. Welsh F.P. Electron beam fluorescence measurements of shock reflection hysteresis in an under-expanded supersonic jet // Proc. of the 21st Intern. Symp. Shock Waves. Fyshwick, Australia: Panther Publishing, 1997. Vol. 2. P. 863–868.
18. Gribben B.J., Badcock K.J., Richards B.E. Numerical study of shock-reflection hysteresis in an underexpanded jet // AIAA J. 2000. Vol. 38, No. 2. P. 275–283.
19. Hadjadj A., Kudryavtsev A.N., Ivanov M.S. Numerical investigation of shock-reflection phenomena in overexpanded supersonic jets // AIAA J. 2004. Vol. 42, No. 3. P. 570–577.
20. Chen C.L., Chakravarthy S.R., Hung C.M. Numerical investigation of separated nozzle flows // AIAA J. 1994. Vol. 32, No. 9. P. 1836–1843.
21. Frey M., Hagemann G. Restricted shock separation in rocket nozzles // J. Propul. Power. 2000. Vol. 16, No. 3. P. 478–484.
22. Maté B., Graur I.A., Elizarova T., Chirokov I., Tejeda G., Fernández J.M., Montero S. Experimental and numerical investigation of an axisymmetric supersonic jet // J. Fluid Mech. 2001. Vol. 426. P. 177–197.
23. Reijasse P., Bouvier F., Servel P. Experimental and numerical investigation of cap-shock structure in overexpanded thrust-optimized nozzles // West East High Speed Flow Fields. Aerospace applications from high subsonic to hypersonic regime. Barcelona, Spain: CIMNE, 2003. P. 338–345.
24. Горайинов В.А. О возможности эффекта реверса течения в свободных сверхзвуковых струях // Мат. моделирование. 2003. Т. 15, № 7. С. 86–92.
25. Skovorodko P.A. About the nature of the recirculation zone behind a Mach disk in an underexpanded jet // AIP Conf. Proc. 2011. Vol. 1333. P. 601–606.
26. Глотов Г.Ф. Локальные дозвуковые зоны в сверхзвуковых струйных течениях // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1998. № 1. С. 143–150.
27. Zapryagaev V.I., Boiko V.M., Kavun I.N., Kiselev N.P., Pivovarov A.A. Flow structure behind the Mach disk in supersonic non-isobaric jets // AIP Conf. Proc. 2016. Vol. 1770. P. 030029-1–030029-8.
28. Edgington-Mitchell D., Honnery D.R., Soria J. The underexpanded jet Mach disk and its associated shear layer // Phys. Fluids. 2014. Vol. 26, No. 9. P. 096101-1–096101-5.
29. Rodionov A.V. Artificial viscosity in Godunov-type schemes to cure the carbuncle phenomenon // J. Comput. Phys. 2017. Vol. 345. P. 308–329.
30. Ben-Dor G. Shock Wave Reflection Phenomena. 2nd ed. Berlin etc.: Springer, 2007. 355 p.

*Статья поступила в редакцию 24 октября 2022 г.,
после доработки — 6 ноября 2022 г.,
принята к публикации 8 декабря 2022 г.*