

4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости.— 3-е изд., перераб. и доп.— М.: Наука, 1965.
5. Болотин В. В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости.— М.: ФМ, 1961.
6. Пановко Я. Г., Губанова И. И. Устойчивость и колебания упругих систем.— 3-е изд., перераб.— М.: Наука, 1979.

Поступила 23/III 1987 г.

УДК 532.135

О РЭЛЕЙ-ТЕЙЛОРОВСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РАЗДУВАЕМЫХ ПОЛИМЕРНЫХ ПЛЕНОК

Ф. М. Султанов, А. Л. Ярин

(Москва)

Свободные слои жидкости, в частности жидкие пленки, ускоряемые перепадом давления газа на них, неустойчивы. Для плоских пленок идеальной жидкости такая неустойчивость (рэлей-тейлоровского типа) теоретически исследована в [1]. Особенности развития возмущений в случае ускоряемых перепадом давления газа плоских пленок ньютоновских и реологически сложных, в частности упруговязких полимерных, жидкостей изучены в [2, 3]. Экспериментальному и теоретическому исследованию неустойчивости цилиндрических водяных пленок, раздуваемых под действием повышенного давления газа в полости, посвящены работы [4, 5]. В них показано, что при относительно малых перепадах давления газа разрушение цилиндрического жидкого слоя обусловлено ростом возмущений (рэлей-тейлоровского типа). С другой стороны, с ростом перепада давления газа разрушение водяных пленок связано с кавитацией после отражения от внешней свободной поверхности волны разгрузки (расширение цилиндрического объема жидкости начинается в [4, 5] вследствие электрического взрыва осевой проволоочки или ВВ, создающего ударную волну). Такой тип разрушения не характерен для пленок полимерных жидкостей, поскольку эти жидкости способны выдерживать большие растягивающие напряжения без нарушения сплошности. Динамике раздуваемых цилиндрических пленок полимерных жидкостей в отсутствие возмущений посвящена работа [6].

Цель настоящей работы — теоретическое исследование неустойчивости раздуваемых под действием повышенного давления газа в полости цилиндрических пленок полимерных жидкостей. В качестве областей приложения полученных результатов можно указать широко используемые при переработке полимеров процессы раздувания и термоформования пластмассовых изделий [7]. Интенсификация этих процессов, а также повышение качества изделий (например, устранение вариации толщины стенок) требуют понимания механизма роста возмущений раздуваемых под действием повышенного давления газа в полости полимерных пленок.

1. Постановка задачи об устойчивости пленки. Рассмотрим цилиндрическую жидкую пленку, часть сечения которой показана на рис. 1, а: штриховыми линиями обозначены свободные поверхности в невозмущенном случае, сплошными — при наличии возмущений; штрихпунктирными — срединные поверхности в обоих случаях. Исследуем плоскую задачу, полагая, что параметры возмущенной цилиндрической пленки варьируются только в азимутальном направлении. Обозначим через φ полярный угол, $R_0(t)$ — радиус невозмущенной срединной поверхности, а $R(\varphi, t)$ — радиус срединной поверхности при наличии возмущений. Неустойчивость Рэля — Тейлора цилиндрической пленки имеет те же причины, что и для плоской пленки [2, 3]. Согласованно растут изгибные возмущения срединной поверхности пленки и ее толщины. Более тонкие участки пленки, обладающие меньшей инерцией, выгибаются в направлении движения, что в свою очередь приводит к появлению силы, обусловленной перепадом давления газа и способствующей растеканию жидкости из областей сужения пленки в области ее утолщения.

Однако неустойчивость цилиндрической пленки имеет ряд специфических черт, отличающих ее от неустойчивой плоской пленки. Характерное время роста возмущений $t_* \sim (h_0/a^0)^{1/2}$ [2, 3] (h_0 и a^0 — толщина и ускорение невозмущенной пленки). В случае идеальной, лишенной поверхностного натяжения, жидкости

$$(1.1) \quad a^0 = \Delta P_0 / \rho h_0.$$

Здесь ρ — плотность жидкости; $\Delta P_0 = P_+^0 - P_-^0$ — невозмущенный перепад давления газа на пленке; P_+^0 и P_-^0 — невозмущенное давление газа в полости и снаружи.

Для плоской пленки, ускоряемой постоянным перепадом давления газа, $i_* = \text{const}$ во все время развития возмущений. С другой стороны,

для раздуваемой цилиндрической пленки вследствие условия сохранения массы жидкости $h_0 \sim R_0^{-1}$, $\Delta P_0 \sim P_+^0 \sim R_0^{-2\kappa}$ в рассматриваемом здесь и далее случае адиабатического расширения газа в цилиндрической полости (κ — показатель адиабаты). Поэтому в силу (1.1) $t_* \sim R_0^{\kappa-1}$ и, поскольку $\kappa > 1$, при раздуве цилиндрической пленки идеальной, лишенной поверхностного натяжения, жидкости скорость роста возмущений максимальна при малых значениях R_0 в начальной стадии движения. По мере расширения цилиндрической пленки давление газа в полости уменьшается, что ведет к замедлению роста возмущений.

Как показано в [2, 3], наличие продольных упругих напряжений, связанных с предварительным растяжением плоской пленки полимерной жидкости, способствует замедлению роста возмущений. В цилиндрической пленке продольные упругие напряжения (в азимутальном направлении) накапливаются непосредственно в процессе расширения полости. Следовательно, этот фактор, отсутствующий у ненатянутых плоских пленок, также способствует замедлению роста возмущений цилиндрических пленок и, как показано далее, может привести к полному подавлению возмущений.

Теоретическое исследование неустойчивости Рэлея — Тейлора будем вести, как и в [2, 3], в приближении тонкой пленки, осредняя все параметры по толщине пленки. Введем систему отсчета, связанную с возмущенной срединной поверхностью пленки. Продольное (азимутальное) направление в пленке указывается ортом касательной e_1 к сечению срединной поверхности пленки, а поперечное — ортом нормали e_2 (рис. 1, а). Из общих уравнений динамики тонких пленок [8, 9] получаем уравнения неразрывности и количества движения в виде

$$(1.2) \quad \frac{\partial h R}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \varphi} [h(V_e - U_e)] = 0, \\ \frac{\partial \rho V h R}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \varphi} [\rho V h(V_e - U_e)] = \frac{\partial}{\partial \varphi} (N_* e_1) + P_* R,$$

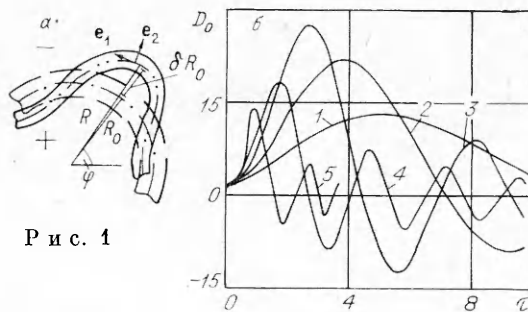
где h — толщина пленки; $V = dR/dt$ — абсолютная скорость жидкой частицы; $U = \partial R / \partial t$ — переносная скорость системы отсчета; N_* — величина внутренней силы в пленке (в азимутальном направлении); P_* — сила на единицу длины срединной поверхности, связанная с перепадом давления газа на пленке; индексами e отмечаются проекции на касательную.

Введем малые возмущения радиуса срединной поверхности и толщины пленки δ и χ

$$(1.3) \quad R(\varphi, t) = R_0(t)[1 + \delta(\varphi, t)], \quad h(\varphi, t) = h_0(t)[1 + \chi(\varphi, t)]$$

и относительную продольную скорость жидкости в выбранной системе отсчета $w = V_e - U_e$, которая также является малым возмущением.

Разделим силы N_* и P_* на невозмущенные и возмущающие составляющие, $N_* = N + n$, $P_* = P + p$ (n и p — малые возмущения). Представляет интерес случай интенсивного раздува пленки, кратковременного в сравнении со временем релаксации жидкости. В таком кратковременном процессе точки зацеплений макромолекул полимера ведут себя как хими-



Р и с. 1

ческие сшивки макромолекул в резине, а реологическое поведение жидкости соответствует неогукону реологическому определяющему соотношению [10]

$$(1.4) \quad \tau' = 2G(B - \alpha B^{-1}).$$

Здесь τ' — девиатор тензора напряжений; B — тензор Грина; G — модуль упругости; α — безразмерный реологический параметр.

Вычислим N и n с использованием (1.4), а также силы $\mathbf{P}$ и $\mathbf{p}$, связанные с перепадом давления газа, подобно тому, как это сделано для плоской пленки [3]. Сразу же пренебрежем возмущениями давления окружающего газа, что допустимо, если плотность газа в полости более чем на порядок меньше плотности жидкости [2, 3]. Поскольку исследуются концентрированные полимерные системы, вкладом поверхностного натяжения будем также пренебрегать в сравнении с силами энтропийной упругости. В результате в линейном приближении по возмущениям получим из (1.2) уравнения задачи о неустойчивости пленки

$$(1.5) \quad \begin{aligned} h_0 &= h_{00} r^{-1}, \\ \frac{dV_0}{dt} &= \frac{P_+^0 - P_-^0}{\rho h_0} - \frac{2G(1+\alpha)(r^2 - r^{-2})}{\rho R_0}, \quad \dot{r} = \frac{R_0}{R_{00}}, \\ \frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{R_0} \frac{\partial w}{\partial \varphi} &= 0, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{V_0}{R_0} + \frac{dV_0}{dt} \frac{\partial \delta}{\partial \varphi} &= - \frac{2G(1+\alpha)}{\rho R_0} (r^2 + 3r^{-2}) \frac{\partial \chi}{\partial \varphi}, \\ \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + \frac{2V_0}{R_0} \frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{2\delta}{R_0} \frac{dV_0}{dt} + \frac{\chi}{R_0} \frac{dV_0}{dt} &= \frac{P_+^0 - P_-^0}{\rho h_0 R_0} \delta + \frac{2G(1+\alpha)(r^2 - r^{-2})}{\rho R_0^2} \frac{\partial^2 \delta}{\partial \varphi^2} + \\ &+ \frac{2G(1+\alpha)(r^2 + 3r^{-2})}{\rho R_0^2} \chi, \end{aligned}$$

где h_{00} — начальная невозмущенная толщина пленки; R_{00} — невозмущенное начальное значение радиуса цилиндрической полости пленки; $V_0(t)$ — невозмущенная скорость разлета пленки. Первые два уравнения выражают условие неразрывности и баланс количества движения для невозмущенной пленки, а остальные три относятся к возмущенному движению и представляют собой уравнение неразрывности и проекции уравнения количества движения на касательную и нормаль к срединной поверхности пленки.

Давление газа в полости цилиндрической пленки определяется соотношением

$$(1.6) \quad P_+^0 = P_+^{00} r^{-2\kappa}$$

(P_+^{00} — начальное давление газа в полости).

Введем, как и в [6], характерный масштаб скорости

$$(1.7) \quad v_{01} = \sqrt{\frac{P_+^{00} R_{00}}{(\kappa - 1) \rho h_{00}}}.$$

Относя R_0 к R_{00} , V_0 и w к v_{01} , t к R_{00}/v_{01} , преобразуем с учетом (1.6) уравнения (1.5) к безразмерному виду

$$(1.8) \quad \begin{aligned} \frac{d\tau}{d\tau} &= u, \quad a = \frac{du}{d\tau} = \frac{\kappa - 1}{r^{2\kappa - 1}} - 2T r (1 - r^{-4}) - \frac{2P_2 r}{Q}, \\ \frac{\partial \chi}{\partial \tau} + \frac{\partial \delta}{\partial \tau} + \frac{\partial w_1}{\partial \varphi} &= 0, \\ \frac{\partial w_1}{\partial \tau} + 2w_1 \frac{u}{r} + \frac{a}{r} \frac{\partial \delta}{\partial \varphi} &= - 2T (1 + 3r^{-4}) \frac{\partial \chi}{\partial \varphi}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial \tau^2} + \frac{2u}{r} \frac{\partial \delta}{\partial \tau} + \frac{a\delta}{r} + \frac{a\chi}{r} = 2T(1 - r^{-4}) \left(\delta + \frac{\partial^2 \delta}{\partial \varphi^2} \right) + 2T(1 + 3r^{-4}) \chi.$$

$$\text{Здесь } F_2 = \frac{P_0^-}{\rho v_{01}^2}; \quad Q = \frac{2h_{00}}{\tilde{R}_{00}}; \quad T = \frac{G(1 + \alpha)}{\rho v_{01}^2}; \quad w_1 = \frac{w/v_{01}}{r}; \quad \tau = \frac{tv_{01}}{\tilde{R}_{00}}; \quad u = \frac{V_0}{v_{01}}.$$

Начальными условиями для невозмущенного движения будут
(1.9) $\tau = 0, r = 1, u = 0.$

2. Начальная стадия расширения пленки. Как показано в п. 1, скорость роста возмущений цилиндрической пленки должна быть максимальной в начале ее расширения. Следовательно, если пленка устойчива в начальные моменты расширения, то устойчивость сохранится и в течение всего последующего движения. Поэтому исследуем прежде всего «быструю» неустойчивость в начальный момент расширения. Полагая, что возмущения растут настолько быстро, что невозмущенное движение может считаться «замороженным», из (1.8) и (1.9) имеем

$$(2.1) \quad \frac{\partial \chi}{\partial \tau} + \frac{\partial \delta}{\partial \tau} + \frac{\partial w_1}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial w_1}{\partial \tau} + a_0 \frac{\partial \delta}{\partial \varphi} = -8T \frac{\partial \chi}{\partial \varphi},$$

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial \tau^2} + a_0 (\delta + \chi) = 8T\chi, \quad a_0 = \kappa - 1 - \frac{2P_2}{Q}.$$

Представляя возмущения в виде $(\chi, w_1, \delta) = (\chi_0, w_{10}, \delta_0) \exp(\gamma \tau + i s \varphi)$ (индексом 0 отмечены амплитуды, γ — инкремент, $s = 1, 2, \dots$ — волновое число), получаем из (2.1) дисперсионное уравнение

$$(2.2) \quad \gamma^4 + 8T(1 + s^2)\gamma^2 + a_0 s^2(16T - a_0) = 0.$$

Единственным его решением, которое может вести к неустойчивости, является

$$(2.3) \quad \gamma = \{-4T(1 + s^2) + [16T^2(1 + s^2)^2 - a_0 s^2(16T - a_0)]^{1/2}\}^{1/2}.$$

Соотношения (2.2) и (2.3) естественно переходят при $R_{00} \rightarrow \infty$ в соответствующие дисперсионные соотношения, полученные в [2, 3] для плоской пленки.

Выражение (2.3) даст действительное положительное значение γ при условии, что $16T/a_0 < 1$. Следовательно, при выполнении этого условия в начале разлета пленки возмущения будут расти (начальная стадия расширения пленки неустойчива). С другой стороны, случаю

$$(2.4) \quad \frac{16T}{a_0} \geq 1 \quad \left(\frac{16G(1 + \alpha) h_{00}}{\Delta \tilde{P}_{00} \tilde{R}_{00}} \geq 1 \right), \quad \Delta P_{00} = P_+^{00} - P_-^0$$

с учетом (2.2) и (2.3) отвечает нейтральная устойчивость пленки (нулевое или чисто мнимые значения γ). Следовательно, в линейном приближении начальная стадия расширения пленки при выполнении условия (2.4) устойчива. Действительно, малому возмущению δ срединной поверхности пленки отвечает ее растяжение такого же порядка величины. При достаточно большом значении модуля упругости (G и соответственно T) вдоль пленки (в азимутальном направлении) возникает достаточно большая упругая сила, которая, как известно [2, 3], является стабилизирующим фактором.

Отметим, что для плоской пленки подобная стабилизация может появиться исключительно вследствие предварительного растяжения, поскольку малые изгибные возмущения не приводят в линейном приближении к удлинению ее срединной поверхности. Неравенство (2.4) как условие устойчивости далее подтверждается также результатами численного решения системы (1.8). Возможность нарушения условия устойчивости за счет нелинейных эффектов здесь несущественна вследствие того, что они проявляются медленно.

При увеличении s инкремент γ монотонно возрастает согласно (2.3) и при $s \rightarrow \infty$ стремится к асимптотическому значению

$$(2.5) \quad \gamma_* = a_0 \left(\frac{1 - 16T/a_0}{8T} \right)^{1/2}.$$

Предположение о «быстрой» неустойчивости в начале расширения справедливо лишь в случае $\gamma_*/\sqrt{V a_0} \gg 1$ (характерное время расширения пленки на начальном этапе $\sqrt{R_{00}/(dV_0/dt)}$ много больше характерного времени роста возмущений). Соответственно окончательным аналитическим условием «быстрой» неустойчивости будет $16T/a_0 \ll 2/3$.

3. Результаты численного исследования неустойчивости. Начиная с некоторого значения начального перепада давления газа ΔP_{00} , при фиксированных остальных параметрах жидкой пленки условие (2.4) нарушается, и можно ожидать появления растущих возмущений. Скорость их роста меняется в процессе расширения полости пленки в результате уменьшения давления газа P_+ и развития азимутальных упругих напряжений в жидкости. Для малых возмущений эти эффекты изучены путем численного решения системы (1.8). Представляя возмущения в виде $(\chi, w_1, \delta) = [X_0(\tau), -iW_0(\tau), D_0(\tau)] \exp(is\varphi)$, получаем из (1.8)

$$(3.1) \quad \frac{dX_0}{d\tau} + \frac{dD_0}{d\tau} + sW_0 = 0, \quad \frac{dW_0}{d\tau} + 2\frac{u}{r}W_0 - \frac{a}{r}sD_0 - 2T(1 + 3r^{-4})sX_0 = 0,$$

$$\frac{d^2D_0}{d\tau^2} + \frac{2u}{r}\frac{dD_0}{d\tau} + D_0\left[\frac{a}{r} - 2T(1 - r^{-4})(1 - s^2)\right] +$$

$$+ X_0\left[\frac{a}{r} - 2T(1 + 3r^{-4})\right] = 0.$$

Уравнения (3.1) интегрировались численно методом Кутты — Мерсона совместно с первыми двумя уравнениями (1.8). Задавались следующие значения параметров: $\kappa = 1,4$, $P_2 = 10^{-9}$, $Q = 10^{-2}$. Значения s (натуральные числа) выбирались из промежутка $[1, 2/Q]$; $s_{\max} = 2/Q = R_{00}/h_{00}$ отвечает наименьшая длина волны возмущения, равная $2\pi h_{00}$ при $\tau = 0$. Вести расчет для длин волн возмущений, меньших $2\pi h_{00}$, не имеет смысла вследствие использования уравнений длинноволнового приближения (длина волны $l \gg h_{00}$).

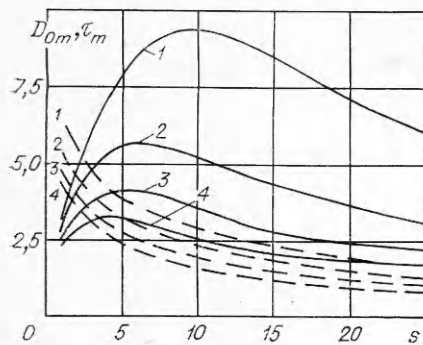
Наряду с начальными условиями для невозмущенного движения (1.9) без ограничения общности ставились согласованные условия для возмущений:

$$\tau = 0, \quad D_0 = 1, \quad X_0 = -\frac{\gamma^2 + as^2}{\gamma^2 + 8Ts^2} D_0,$$

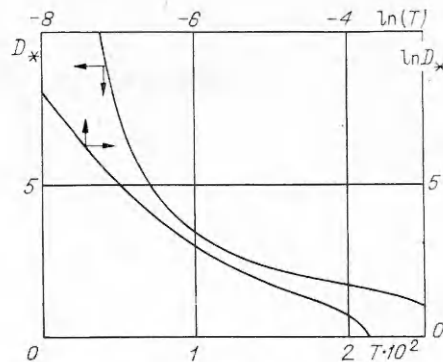
$$W_0 = -\frac{\gamma}{s}(X_0 + D_0), \quad \frac{dD_0}{d\tau} = \gamma D_0,$$

где при заданном волновом числе s γ определяется из (2.3).

На рис. 1, б представлены зависимости амплитуд изгибных возмущений срединной поверхности D_0 от времени при $T = 0,002$; кривая 1 отвечает $s = 5$; 2 — 10; 3 — 20; 4 — 40; 5 — 80. В данном случае $a_0 \simeq \kappa - 1$ и, следовательно, в соответствии с результатом предыдущего раздела можно ожидать роста возмущений при $T = 0,002 < a_0/16 \simeq (\kappa - 1)/16 = 0,025$. Действительно, в начальные моменты времени на рис. 1, б амплитуда возмущений экспоненциально возрастает тем быстрее, чем больше волновое число s . Однако по мере радиального расширения пленки в ней увеличивается азимутальное напряжение, вследствие чего рост возмущений замедляется, а затем их амплитуда начинает уменьшаться. Колебания амплитуды возмущений на рис. 1, б связаны с конкуренцией упругих и инерционных сил, что типично для полимерных жидкостей [11]. «Затухание» колебаний обусловлено не диссипацией (она отсутствует), а ростом азимутального напряжения со временем. Инкремент роста возмущений на начальной стадии совпадает с величиной, вычисляемой с помощью (2.3).



Р и с. 2



Р и с. 3

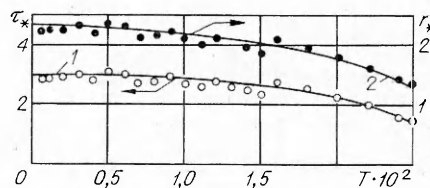
Для каждого значения волнового числа рост возмущения происходит до достижения амплитудой некоторого значения D_{0m} при $\tau = \tau_m$. На рис. 2 приведены зависимости D_{0m} и τ_m от s (кривые 1—4 — $T = 0,004; 0,006; 0,008; 0,01$). Данные для D_{0m} показаны сплошными линиями, для τ_m — штриховыми. Отметим, что кривые на рис. 2 проведены через дискретный набор расчетных точек, отвечающих целым значениям s . Видно, что при некотором значении $s = s_*$ максимальная амплитуда возмущения принимает наибольшее значение D_* при фиксированном T . При $s < s_*$ с ростом s D_{0m} увеличивается, поскольку, согласно (2.3), растет инкремент γ . С другой стороны, при $s > s_*$ увеличению s отвечает рост стабилизирующего влияния азимутального упругого напряжения, время достижения максимума уменьшается, равно как и D_{0m} . Зависимость D_* от T представлена на рис. 3 кривыми в разных масштабах. С увеличением T от 0 до 0,025 наибольшая амплитуда возмущений быстро уменьшается до $D_* = D_0(0) = 1$. При $T > a_0/16 = 0,025$ возмущения на цилиндрической пленке не растут, что подтверждает вывод о том, что существует область устойчивости (п. 2) и неравенство (2.4) есть условие устойчивости.

Результаты расчетов показывают, что s_* растет с уменьшением T . При $T \rightarrow 0$ расчетные точки ложатся на гладкую кривую $s_*(T)$; с другой стороны, при приближении T к значению $a_0/16 = 0,025$ зависимость $s_*(T)$ становится ступенчатой вследствие дискретности значений волновых чисел.

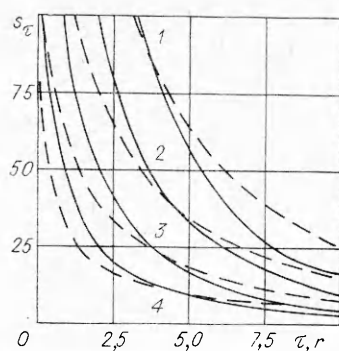
Графики зависимостей от T времени τ_* и степени растяжения r_* , соответствующих моменту достижения наибольшей амплитуды D_* , представлены на рис. 4. При $T \rightarrow 0,025$ $r_* \rightarrow 1,37$, $\tau_* \rightarrow 1,46$. Кружками нанесены расчетные точки, причем зависимости $\tau_*(T)$ и $r_*(T)$ скачкообразны вследствие дискретности значений s ; сглаживающие кривые 1 и 2 проведены для наглядности.

Анализ результатов расчетов позволяет сделать вывод, что при $T \rightarrow 0$ уменьшается характерный масштаб возмущения $l_* = 2\pi R_0(\tau_*)/s_*$ с наибольшей амплитудой.

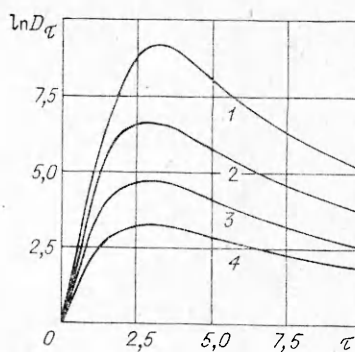
Полученные результаты показывают, что в каждый момент времени можно выделить возмущение с волновым числом s_τ (в каждый момент иным), амплитуда которого имеет наибольшее значение D_τ . Длина волны такого возмущения $l_\tau = 2\pi R_0/s_\tau$ представляет собой характерный масштаб картины возмущений на пленке в рассматриваемый момент времени. На рис. 5 сплошные кривые проходят через расчетные значения s_τ в различные моменты времени, штриховые — зависимости s_τ от r , 1—4 отвечают $T = 0,25 \cdot 10^{-3}; 0,5 \cdot 10^{-3}; 10^{-3}; 2 \cdot 10^{-3}$. Очевидно, что с течением времени l_τ увеличивается. На рис. 6 показаны зависимости $D_\tau(\tau)$ (те же значения T , что и



Р и с. 4



Р и с. 5



Р и с. 6

на рис. 5). Видно, что наибольшая величина амплитуды изгибных возмущений в начале движения растет практически экспоненциально, а затем начинает сравнительно медленно уменьшаться.

В результате роста возмущений разрушение пленки произойдет в момент τ_1 , когда $\chi(\tau_1) = -1$. Характерный размер кусков, на которые пленка распадается, равен при этом $l_1 = 2\pi R_0(\tau_1)/s_\tau(\tau_1)$.

Авторы признательны В. М. Ентову за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов В. М., Шер Е. Н. Об устойчивости течения идеальной жидкости в полосе и кольце // ПМТФ.— 1964.— № 2.
2. Ентов В. М., Султанов Ф. М., Ярин А. Л. Распад жидких пленок под действием перепада давления окружающего газа // ДАН СССР.— 1985.— Т. 284, № 5.
3. Ентов В. М., Султанов Ф. М., Ярин А. Л. Распад жидких пленок под действием перепада давления окружающего газа // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1986.— № 3.
4. Стебновский С. В. Развитие начальных возмущений внешней границы расширяющегося газожидкостного кольца // ПМТФ.— 1982.— № 5.
5. Стебновский С. В., Чернобаев Н. Н. Энергетический порог импульсного разрушения жидкого объема // ПМТФ.— 1986.— № 1.
6. Султанов Ф. М., Ярин А. Л. О радиальном расширении цилиндрических слоев вязких и реологически сложных жидкостей // ИФЖ.— 1986.— Т. 50, № 6.
7. Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров.— М.: Химия, 1984.
8. Ентов В. М. Динамика пленок вязких и упругих жидкостей.— М., 1979.— (Препринт/ИИМ АН СССР; № 130).
9. Entov V. M. On the dynamics of films of viscous and elastoviscous liquids // Arch. Mech. Stosow.— 1982.— V. 34, N 4.
10. Виноградов Г. В., Малкин А. Я. Реология полимеров.— М.: Химия, 1977.
11. Ярин А. Л. Изгибные возмущения свободных струй жидкостей Максвелла и Дой-Эдвардса // ПМТФ.— 1986.— № 6.

Поступила 29/I 1987 г.

УДК 532.5:531.001.362

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ АВТОМОДЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПРОНИКАНИЯ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ В ИДЕАЛЬНУЮ СЖИМАЕМУЮ ЖИДКОСТЬ (СВЕРХЗВУКОВОЙ СЛУЧАЙ)

Ф. М. Бородич
(Москва)

В линейной постановке рассматривается пространственная задача проникания затупленного тела в полупространство идеальной сжимаемой жидкости, когда скорость расширения границы смоченной поверхности тела больше скорости звука в жидкости (сверхзвуковой случай).

Известно, что решение таких задач в общей постановке дается формулой запаздывающего потенциала [1—5]. В работе выделяется класс автомодельных задач проникания затупленных тел в сжимаемую жидкость. Показано, что для осесимметричных автомодельных задач общие формулы упрощаются. Приведены результаты некоторых