

ОБ ОБТЕКАНИИ ТЕЛА ПОТОКОМ СИЛЬНО РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ

Н. Т. Пащенко

(Москва)

Движение тела в сильно разреженной плазме рассматривалось рядом авторов. Одной из первых в этом направлении была работа Джастрова и Пирса [1]. В этой работе отыскивалось стационарное решение для потенциала электрического поля в отсутствие магнитного поля; однако искалось решение, обладающее сферической симметрией, поэтому фактически тем самым игнорировалось движение тела. В работе [2] исследовались плазменные колебания в следе за тонким телом в отсутствие магнитного поля, при этом считалось, что движение частиц слагается из двух компонент — нейтральной, соответствующей свободно-молекулярному потоку, и коллективного движения, аналогичного движению сплошной среды; для случая, когда тело является диэлектриком, получено, что коллективные колебания не ограничиваются узкой областью дебаевского слоя, но распространяются на весь след за телом. Эффективные решения, однако, не получены.

Плазменные колебания в следе за телом в присутствии внешнего магнитного поля рассматривались и в работе [3], однако предполагалось, что размер тела мал по сравнению с дебаевским радиусом, что неприменимо при рассмотрении движения тел в ионосфере, где имеет место обратное соотношение. При этом тело практически считалось точкой и рассматривалась задача без граничных условий.

В аналогичных предположениях рассматривалось обтекание тела плазмой и в работе [4]. Ближе всего к данной работе, по принятым предположениям, работы [5, 6], однако используемый там метод решения уравнения для потенциала не дал возможности обнаружить характерное для рассматриваемого случая явление «пограничного» слоя, дающее довольно быстрое изменение потенциала в окрестности тела, и приводимые в упомянутых работах выражения для потенциала справедливы лишь достаточно далеко от тела.

В данной работе рассматривается задача стационарного обтекания заряженного тела высокоскоростным потоком сильно разреженной плазмы. В предположении малости возмущений, вызываемых телом, малости заряда тела и малости дебаевского радиуса, по сравнению с характерным размером тела, находятся поле потенциала, параметры потока и действующие на тело силы.

1. Пусть в сильно разреженной плазме движется заряженное тело с постоянной скоростью V относительно некоторой фиксированной в пространстве системы отсчета. Под плазмой будем понимать газ, состоящий, вообще говоря, из электронной, ионной и нейтральной компонент, при этом невозмущенная плазма предполагается квазинейтральной. Каждая из компонент характеризуется своей функцией распределения частиц по скоростям, удовлетворяющей кинетическому уравнению. Влиянием внешнего магнитного поля и магнитного поля за счет движения зарядов, будем пренебрегать.

В качестве исходных уравнений для функций распределения каждой из компонент и потенциала электрического поля примем уравнения самосогласованного поля А. А. Власова [7]; плазму считаем достаточно разреженной, чтобы можно было пренебречь взаимодействием частиц путем непосредственных столкновений, тогда кинетическое уравнение каждой из компонент не содержит интеграла столкновений.

В системе координат, жестко связанной с телом, система уравнений самосогласованного поля имеет вид

$$c^\alpha \frac{\partial f_e}{\partial x^\alpha} + \frac{e}{m_e} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\beta} \frac{\partial f_c}{\partial c^\alpha} g^{\alpha\beta} = 0, \quad c^\alpha \frac{\partial f_i}{\partial x^\alpha} - \frac{e}{m_i} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\beta} \frac{\partial f_i}{\partial c^\alpha} g^{\alpha\beta} = 0 \quad (1.1)$$

$$c^\alpha \frac{\partial f}{\partial x^\alpha} = 0, \quad \Phi_{/\alpha\beta} g^{\alpha\beta} = 4\pi e \left\{ \int_{\Omega} f_c d\mathbf{c} - \int_{\Omega} f_i d\mathbf{c} \right\} \quad (1.2)$$

Здесь f_e , f_i , f — функции распределения электронной, ионной и нейтральной компонент соответственно, \mathbf{c} — скорость хаотического движения частиц в принятой системе координат, e — заряд электрона, Φ — потенциал электрического поля, $g^{\alpha\beta}$ — основной метрический тензор рассматриваемой координации, $\Phi_{/\alpha\beta} g^{\alpha\beta}$ — оператор Лапласа от функции Φ .

Границные условия для функции распределения определяются механизмом взаимодействия частиц при соударениях их с поверхностью и в общем случае могут быть записаны в виде

$$f_j^+ (\mathbf{c}, \mathbf{x}_s) = \int_{(\mathbf{c}' \cdot \mathbf{n}) < 0} K(\mathbf{c}, \mathbf{c}', \mathbf{x}_s) f^- (\mathbf{c}', \mathbf{x}_s) d\mathbf{c}' \quad (1.3)$$

$$f_j^- (\mathbf{c}, \mathbf{x}_s) = f_j (\mathbf{c}, \mathbf{x}_s) \quad \text{при } (\mathbf{c}, \mathbf{n}) < 0, \quad f_j^+ (\mathbf{c}, \mathbf{x}_s) = f_j (\mathbf{c}, \mathbf{x}_s) \quad \text{при } (\mathbf{c}, \mathbf{n}) > 0$$

Здесь \mathbf{x}_s — радиус-вектор рассматриваемой точки поверхности, \mathbf{n} — нормаль к поверхности в точке \mathbf{x}_s , $K(\mathbf{c}, \mathbf{c}', \mathbf{x}_s)$ — ядро взаимодействия, характеризующее вероятность того, что падающие на поверхность со скоростью \mathbf{c}' частицы отразятся со скоростью \mathbf{c} ; в случае, когда падающий и отраженный потоки независимы (например диффузное отражение), выражение $K(\mathbf{c}, \mathbf{c}', \mathbf{x}_s)$ представимо в виде $K_1(\mathbf{c}', \mathbf{x}_s) K_2(\mathbf{c}, \mathbf{x}_s)$.

В общем случае нахождение ядра $K(\mathbf{c}, \mathbf{c}', \mathbf{x}_s)$ представляет самостоятельную задачу исследования механизма взаимодействия частиц с поверхностью. Для простейших случаев зеркального и диффузного отражения и их комбинации эти ядра могут быть выписаны [8]. В качестве граничных значений для функций распределения на бесконечности принимаются их равновесные значения

$$f_{j0} = n_0 \frac{1}{(\pi c_j^0)^{3/2}} \exp \left[- \left(\frac{\mathbf{c} + \mathbf{v}}{c_j^0} \right)^2 \right] \quad (1.4)$$

Здесь n_0 — числовая плотность частиц в невозмущенном потоке, c_j^0 — средняя скорость теплового движения частиц j -го сорта.

Для потенциала граничные условия на теле могут быть двоякими в зависимости от физических свойств тела; если рассматриваемое тело является проводником, потенциал его постоянен $\Phi = \Phi_0 = \text{const}$, если тело — диэлектрик, то на его поверхности задаются либо плотность поверхностного заряда σ , связанная с нормальной производной от потенциала соотношением

$$\sigma_s = - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_s}$$

либо потенциал как функция точки поверхности.

Таким образом, рассматриваемая задача обтекания заряженного тела сводится к совместному решению уравнений (1.1) — (1.2) с граничными условиями (1.3), (1.4) и соответствующими граничными условиями для потенциала.

В общем случае решение задачи в такой постановке представляет значительные трудности, поэтому для качественного исследования явления сделаем ряд упрощений.

2. Будем считать скорость движения тела V большой по сравнению со средней тепловой скоростью движения ионов c_i° и малой — по сравнению с электронной тепловой скоростью c_e°

$$c_i^\circ \ll V \ll c_e^\circ$$

примем также, что аэродинамические возмущения, вызываемые движущимся телом, малы, заряд тела мал; тогда энергию электрического поля $e\Phi$ можно считать малой по сравнению с энергией теплового движения частиц kT . Будем также считать дебаевский радиус R_D малым по сравнению с характерным размером тела R_0 , что имеет место при рассмотрении движения тела в ионосфере. В таких предположениях рассматриваемая задача включает в себя ряд малых параметров

$$S_e = \frac{V}{c_e^\circ}, \quad \frac{1}{S_i} = \frac{c_i^\circ}{V}, \quad \mu = \max \left| \frac{e\Phi}{kT} \right|, \quad \mu_0 = \frac{e\Phi_0}{kT}, \quad \epsilon = \frac{R_0}{R_D} \quad (2.1)$$

Введем безразмерные переменные

$$y^i = \frac{x^i}{R_0}, \quad \Phi = \frac{e\Phi}{kT}, \quad F_j = \frac{f_j(c_j^\circ \pi)^{3/2}}{n_0}, \quad v_j^\alpha = \frac{c_j^\alpha}{c_j^\circ} \quad (2.2)$$

и запишем в безразмерном виде уравнения

$$v_j^\alpha \frac{\partial F_j}{\partial x^\alpha} \pm \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial x^\alpha} \frac{\partial F_j}{\partial v_j^\beta} g^{\alpha\beta} = 0, \quad \epsilon^2 \Phi_{/\alpha\beta} g^{\alpha\beta} = \frac{1}{\pi^{3/2}} \left\{ \int_{\Omega} F_e d\mathbf{v}_e - \int_{\Omega} F_i d\mathbf{v}_i \right\} \quad (2.3)$$

и граничные условия

$$\begin{aligned} y = \infty, \quad \Phi = 0, \quad F_j = \exp [-(v_j + S_j)^2] \\ \mathbf{y} = \mathbf{y}_s, \quad F_j^+ (\mathbf{v}_j, \mathbf{y}_s) = \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{(\bar{\mathbf{v}}'_j \cdot \mathbf{n}) < 0} K(\mathbf{v}_j, \mathbf{v}'_j, \mathbf{y}_s) F_j^- (\mathbf{y}_s, \mathbf{v}'_j) d\mathbf{v}_j \end{aligned} \quad (2.4)$$

Здесь, если тело — проводник,

$$\Phi = \mu_0$$

и, если тело — диэлектрик,

$$\Phi = \Phi(\mathbf{y}_s), \quad \text{или} \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}_s} = f_1(\mathbf{y}_s) \quad (2.5)$$

Таким образом, решение безразмерной системы уравнений (2.3) с граничными условиями (2.4), (2.5) определяется системой малых параметров S_e , $1/S_i$, μ , μ_0 , ϵ , причем при таком выборе переменных в уравнениях содержатся лишь μ и ϵ , остальные параметры входят только в граничные условия. Используя малость указанных параметров, введем ряд упрощений.

Ввиду малости S_e можно в качестве функции распределения электронов F_e принять выражение $F_e = F_{0e} \exp \Phi$, при этом уравнение для функции распределения удовлетворяется с точностью до членов порядка $\mu S_e \ll 1$; граничные условия при этом удовлетворяются точно¹.

При рассмотрении кинетического уравнения для ионов воспользуемся малостью параметра μ — будем считать в первом приближении, что ввиду малости энергии электрического поля, по сравнению с кинетической энергией тяжелых частиц, поле не действует на ионы, и в качестве функции

¹ Следует отметить, что обычно принимаемое, например в [2, 5], в качестве электронной функции распределения распределение Больцмана $F_e = \exp[-v_e^2 + \Phi]$ хотя и является точным решением кинетического уравнения, но граничные условия для функции распределения не удовлетворяются, и это вносит немалые ошибки в средние величины на бесконечности, в частности, например, результатом такого допущения являются большие токи на бесконечности при отсутствии электрического поля (в недавно вышедшей монографии Я. Л. Альперта, А. В. Гуревича и Л. П. Питаевского «Искусственные спутники в разреженной плазме», Изд. «Наука», 1964 г. эти неточности исправлены. Замечание при корректуре).

распределения ионов можно принять, что падающие ионы имеют максвелловское распределение

$$F_i = \exp [-(\mathbf{v}_i + \mathbf{S}_i)^2] \quad (2.6)$$

При этом уравнение удовлетворяется с точностью до членов порядка μ . Рассмотрим кинетическое уравнение для F_i

$$v_i^\alpha \frac{\partial F_i}{\partial x^\alpha} - \frac{1}{2} \mu \frac{\partial \Psi}{\partial x^\alpha} \frac{\partial F_i}{\partial v_i^\beta} g^{\alpha\beta} = 0 \quad (\Phi = \max |\Phi| \Psi = \mu \Psi) \quad (2.7)$$

Предположение, что F_i с достаточной точностью может быть заменено F_{0i} , означает, что, рассматривая это уравнение как уравнение с малым параметром μ в области малых значений параметра, ограничиваемся решением предельного уравнения (т. е. уравнения, получающегося из исходного при $\mu = 0$). Очевидно, такое предположение будет достаточно хорошо всюду, за исключением области малых значений v_i^α , где оба члена становятся сравнимыми, и такая линеаризация уже не является законной. Оценим эту область значений v_i^α , для чего прибегнем к растяжению переменной \mathbf{v}_i . Уравнение (2.7) можно привести к виду

$$u^\alpha \frac{\partial F_i}{\partial x^\alpha} - \frac{1}{2} \frac{\partial \Psi}{\partial x^\alpha} \frac{\partial F_i}{\partial u^\beta} g^{\alpha\beta} = 0 \quad \left(\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{\mu}} \right) \quad (2.8)$$

Оценим погрешность, вносимую в средние величины медленными частицами, для которых неприменимо асимптотическое разложение кинетического оператора. Рассмотрим момент нулевого порядка от функции распределения — числовую плотность

$$n_i = \int_{\Omega} f_i d\mathbf{c} = \frac{1}{\pi^{3/2}} \int_{\Omega} F_i(\mathbf{v}_i \mathbf{y}) d\mathbf{v}_i = \left(\frac{\mu}{\pi} \right)^{3/2} \int_{\Omega} F_i(\mathbf{u}, \mathbf{y}) d\mathbf{u}$$

Таким образом, вклад в момент нулевого порядка, даваемый медленными частицами, пропорционален $\sim \mu^{3/2}$, очевидно, вклады в моменты высшего порядка будут содержать более высокие степени μ , и, чтобы можно было пользоваться нулевым членом асимптотического разложения, нужно, чтобы можно было пренебречь членами $\sim \mu^{3/2}$. Это является основанием для линеаризации выражения, дающего функцию распределения электронов $F_e = F_{0e}(1 + \Phi)$, сохранение большего числа членов означало бы учет членов, порядок которых выше $\mu^{3/2}$. Таким образом, в принятых предположениях для частиц, не столкнувшихся с телом, имеем

$$F_i^- = F_{0i}^-, \quad F_e^- = F_{0e}^-(1 + \Phi) \quad (2.9)$$

Функции распределения отраженных от тела частиц F_j^+ определяются из граничных условий (2.4). Следовательно, в точке пространства у функции распределения F_j даются соотношениями

$$F_j = F_{0j}^- \quad \text{при } \mathbf{v}_j \in \Omega_2, \quad F_j = F_{0j}^+ \quad \text{при } \mathbf{v}_j \in \Omega_1 \quad (2.10)$$

Здесь Ω_1 и Ω_2 — подпространства в пространстве скоростей такие, что для рассматриваемой точки у физического пространства скорость $\mathbf{u} \in \Omega_1$, если частица с этой скоростью попадает в рассматриваемую точку после столкновения с телом; $\Omega_2 = \Omega - \Omega_1$, где Ω — все пространство скоростей.

Таким образом, задача сводится к определению потенциала электрического поля

$$\epsilon^2 \Phi_{\alpha\beta} g^{\alpha\beta} = \frac{1}{(\pi \mu)^{3/2}} \{ n_e (1 + \Phi) - n_i \}, \quad \left(n_i = \int_{\Omega} F_i d\mathbf{v}_i, \quad n_e = \int_{\Omega} F_e d\mathbf{v}_e \right) \quad (2.11)$$

с граничными условиями (2.4). Это линейное эллиптическое уравнение второго порядка с малым параметром при старших производных. К уравнению могут быть применены асимптотические методы; задача допускает регулярное вырождение в смысле [9]; ее решение может быть представлено в виде

$$\Phi^{(n)} = \Phi_0 + \Phi^{\circ(n)} \varepsilon^{2n} + O(\varepsilon^{2n}) \quad (2.12)$$

Здесь Φ_0 — решение предельной задачи ($\varepsilon = 0$) и Φ° — функция «пограничного» слоя, характеризующая решение вблизи границ. В зависимости от гладкости параметров задачи получаем характер асимптотики и для производных от потенциала. Решение предельной задачи

$$\Phi_0 = \frac{n_i - n_e}{n_e} = n_{\delta} \quad (2.13)$$

Здесь n_{δ} — относительная избыточная плотность ионов в потоке, возмущенном телом. Это решение удовлетворяет граничному условию на бесконечности и не удовлетворяет, вообще говоря, условию на теле (все дальнейшие рассмотрения будут проводиться для случая, когда тело — проводник, однако затруднений не вызывает рассмотрение случая диэлектрика). Невязку в граничных условиях будем компенсировать при помощи функции «пограничного слоя» Φ° , являющейся решением уравнения

$$\varepsilon^2 \Phi_{/\alpha\beta}^{\circ} g^{\alpha\beta} = \Phi^{\circ} \quad (2.14)$$

при граничных условиях

$$\Phi^{\circ}|_{y=\infty} = -\Phi_0|_{y=\infty}, \quad \Phi^{\circ}|_{y=y_s} = (\mu_0 - \Phi_0)|_{y=y_s} \quad (2.15)$$

Таким образом, решение с точностью до $O(\varepsilon)$ представимо в виде

$$\Phi = n_{\delta} + \Phi^{\circ(0)} \quad (2.16)$$

Здесь предельное решение дает поведение потенциала на достаточном удалении от тела, а функция $\Phi^{\circ(0)}$ характеризует быстро меняющийся «пограничный» слой вблизи тела. Задача отыскания потенциала сводится, таким образом, к нахождению плотности электронов и ионов, решению предельного уравнения и уравнения «пограничного» слоя.

3. В качестве иллюстративного примера рассмотрим плоскую задачу обтекания бесконечного цилиндра потоком сильно разреженной плазмы. Найдем плотность частиц в точке M вне тела. Очевидно, область Ω_1 в пространстве скоростей определяется системой неравенств

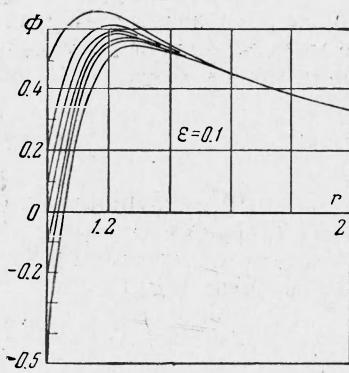
$$\left| \frac{[\mathbf{v} \times \mathbf{r}]}{|\mathbf{v}|} \right| \leq 1, \quad (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) > 0 \quad (3.1)$$

Или, переходя к полярной системе координат в физическом пространстве и пространстве скоростей,

$$0 \leq v < \infty, \quad \theta - \delta \leq \beta \leq 0 + \delta, \quad \delta = \arcsin 1/r \quad (3.2)$$

Здесь r — безразмерный радиус, отнесенный к радиусу цилиндра. Плотность частиц находим из соотношения

$$\begin{aligned} n_j &= \frac{1}{\pi^{3/2}} \left\{ \int_{\Omega_1} F_j^+ d\mathbf{v}_j + \int_{\Omega_2} F_j^- d\mathbf{v}_j \right\} = \frac{1}{\pi^{3/2}} \left\{ \int_{\Omega} F_j^- d\mathbf{v}_j - \int_{\Omega_1} F_j^- d\mathbf{v}_j + \int_{\Omega_1} F_j^+ d\mathbf{v}_j \right\} = \\ &= n_0 + \frac{1}{\pi^{3/2}} \left[\int_{\Omega_1} (F_j^+ - F_j^-) d\mathbf{v}_j \right] \end{aligned}$$



Фиг. 1

Так как $F_j^- = \exp [-(v_j + S_s)^2]$, а в случае зеркального отражения имеем

$$K(v, v', r_s) = \delta[(v'n) + (vn)]$$

т.е.

$$F_j^+ = \exp \{-(v_j + S_j - 2n(vn'))^2\}$$

Здесь n' — нормаль в рассматриваемой точке круга с координатами $(1, \theta')$. Таким образом, в полярной системе координат

$$n_j = 1 + \frac{1}{\pi} \int_{\theta-\delta}^{\theta+\delta} \int_0^\infty \{ \exp [-(v_j^2 + 2v_j S_j \cos \beta + v_j^2 - 4v_j S_j \cos \theta' \cos(\beta - \theta'))] -$$

$$- \exp [-(v_j^2 + S_j^2 + 2v_j S_j \cos \beta)] \} v_j d\theta_j d\beta$$

Найдем связь между θ' и β для молекулы, отражающейся от точки $(1, \theta')$ круга и попадающей в рассматриваемую точку пространства (y, θ) .

По теореме синусов находим

$$\frac{r}{\sin [\pi - (\theta' - \beta)]} = \frac{1}{\sin(\theta - \beta)}, \quad \text{или} \quad \theta' = \beta + \arcsin[r \sin(\theta - \beta)] \quad (3.3)$$

Подставляя полученное выражение (3.3) и вычисляя интегралы, получим для плотности частиц

$$n_j = 1 + \frac{1}{4} \{ \operatorname{sign}(\theta + \delta - \varepsilon_1) - \operatorname{sign}(\theta - \delta + \varepsilon_1) + \\ + \operatorname{erf}[S \sin(\theta + \delta)][1 - \operatorname{sign} \cos(\theta + \delta - \varepsilon_1)] - \\ - \operatorname{erf}[S \sin(\theta - \delta)][1 - \operatorname{sign} \cos(\theta - \delta + \varepsilon_1)] \} + J_1$$

Здесь ε_1 — сколь угодно малое положительное число

$$J_1 = \frac{1}{2 \sqrt{\pi}} \int_{\theta-\delta}^{\theta+\delta} S \cos \alpha \exp[-S^2 \sin^2 \alpha] [1 + \operatorname{erf}(S \cos \alpha)] d\alpha \\ \alpha = \beta + 2 \arcsin[r \sin(\theta - \delta)]$$

Таким образом, решение предельной задачи имеет вид

$$\Phi_0 = \frac{1}{4} \{ \operatorname{sign}(\theta + \delta - \varepsilon_1) - \operatorname{sign}(\theta - \delta + \varepsilon_1) + \operatorname{erf}[S \sin(\theta + \delta)][1 - \operatorname{sign} \cos(\theta + \delta - \varepsilon_1)] - \operatorname{erf}[S \sin(\theta - \delta)][1 - \operatorname{sign} \cos(\theta - \delta + \varepsilon_1)] \} + J_1$$

Найдем функцию «пограничного» слоя, ограничиваясь точностью $O(\varepsilon)$. В рассматриваемом случае обтекания круга Φ° , согласно (2.7), есть решение уравнения

$$\varepsilon^2 d^2 \Phi^\circ / dr^2 - \Phi^\circ = 0$$

с граничными условиями $\Phi^\circ|_\infty = 0$ и $\Phi^\circ|r=1 = \mu_0 - \operatorname{erf}(S \cos \theta)$. Решение это имеет вид

$$\Phi^\circ = [\mu_0 - \operatorname{erf}(S \cos \theta)] \exp \left[-\frac{r-1}{\varepsilon} \right]$$

В результате потенциал электрического поля, создаваемого движущимся в разженной плазме заряженным телом, дается выражением

$$\Phi = \frac{1}{4} \{ \operatorname{sign}(\theta + \delta - \varepsilon_1) - \operatorname{sign}(\theta - \delta + \varepsilon_1) + \operatorname{erf}[S \sin(\theta + \delta)][1 - \operatorname{sign} \cos(\theta + \delta - \varepsilon_1)] - \operatorname{erf}[S \sin(\theta - \delta)][1 - \operatorname{sign} \cos(\theta - \delta + \varepsilon_1)] + J_1 + [\mu_0 - \operatorname{erf}(S \cos \theta)] \exp[-(r-1)/\varepsilon] \}$$

Легко видеть, что влияние быстро меняющегося экспоненциального члена проявляется лишь в непосредственной близости границы, и при достаточном удалении от тела выражение для потенциала дается решением предельной задачи. При $\mu_0 = 0$

получаем распределение электрического поля, создаваемого лишь за счет чисто аэродинамических возмущений, вызываемых движением незаряженного тела.

Для некоторой области переменных и параметров задачи было найдено распределение безразмерного потенциала Φ в зависимости от безразмерного радиуса r для различных значений θ для случаев положительно и отрицательно заряженного тела.

Результаты вычислений приводятся на фиг. 1—5, где построены кривые распределения безразмерного потенциала $\Phi = e\varphi/kT$ в зависимости от безразмерного радиуса r . Эти кривые позволяют проследить влияние заряда тела, а также дебаевского радиуса, на положение и величину экстремума потенциала. На фиг. 1, 2 дано распределение потенциала впереди тела ($\theta = 0^\circ$) для значений $\varepsilon = 0.1$ и $\varepsilon = 0.2$ соответственно. При этом впереди тела потенциал достигает некоторого положительного максимума, после чего падает до нуля. Положительному максимуму потенциала впереди тела соответствует область максимальной концентрации электронов, что согласуется с наблюдаемым перед движущимся телом электронным облаком, экранирующим заряд тела.

На фиг. 3 и 4 дается распределение потенциала для значений $\theta = 90^\circ$ и $\theta = 150^\circ$, при этом кривые 1, 2, 3, 4 соответствуют значению $\varepsilon = 0.2$, кривые 1', 2', 3', 4' — значению $\varepsilon = 0.1$. За телом (фиг. 5) потенциал достигает значительной величины, оставаясь отрицательным (область «следа» значительной протяженности). Нужно отметить, что в случае цилиндра здесь не выполнены условия малости аэродинамических возмущений, и поэтому получившееся решение может давать лишь качественный характер явления.

Для количественного уточнения нужно учесть ионы, на которые действует электрическое поле; очевидно, в область за телом будут попадать именно такие частицы, так как заполнение пространства за телом происходит в основном за счет частиц, скорость которых порядка тепловой скорости движения. Поэтому для более точного количественного описания нужно учесть влияние поля на тяжелые частицы и в области за телом решать нелинейную задачу. Можно, однако, показать, что качественное поведение электрического поля будет таким же, как и в полученном приближении¹.

Следует отметить, что полученная в задаче обтекания цилиндра асимптотика несправедлива для производных от потенциала ввиду недостаточной гладкости функции $n_\delta(\partial n_\delta / \partial r \rightarrow \infty$ при $r \rightarrow 1$), и поэтому выражение для производной в окрестности тела должно быть получено другим путем. Вследствие существования «пограничного» слоя уравнение для потенциала у тела может быть с достаточной точностью заменено обыкновенным дифференциальным уравнением

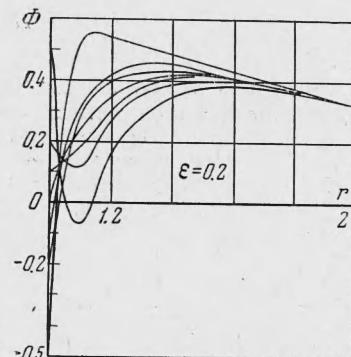
$$\varepsilon^2 \frac{d^2 \Phi}{dr^2} - \Phi := n_\delta$$

допускающим непосредственное интегрирование.

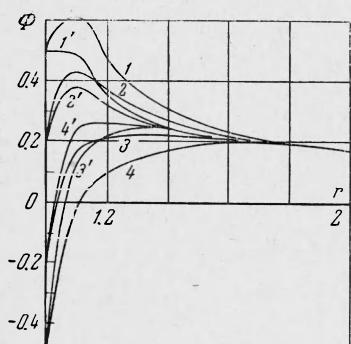
Решение этого уравнения имеет вид

$$\Phi = \left[\mu_0 + \frac{1}{2\varepsilon} \int_1^\infty n_\delta \exp\left(-\frac{x-1}{\varepsilon}\right) dx - \frac{1}{2\varepsilon} \int_1^r n_\delta \exp\left(\frac{x-1}{\varepsilon}\right) dx \right] \exp\left(-\frac{r-1}{\varepsilon}\right) - \\ - \frac{1}{2\varepsilon} \int_r^\infty n_\delta \exp\left(-\frac{x-1}{\varepsilon}\right) dx \exp\left(\frac{r-1}{\varepsilon}\right)$$

¹ В этой связи нужно отметить, что рассматриваемое решение для цилиндра несправедливо в случае диффузного отражения, так как в предположении диффузного отражения чисто аэродинамические возмущения, вызываемые движущимся телом, не малы, и чтобы выяснить влияние механизма взаимодействия частиц с поверхностью, нужно рассматривать обтекание тонких тел, мало возмущающих поток. Отметим, что здесь не рассматривались частицы, совершающие финитные движения.



Фиг. 2



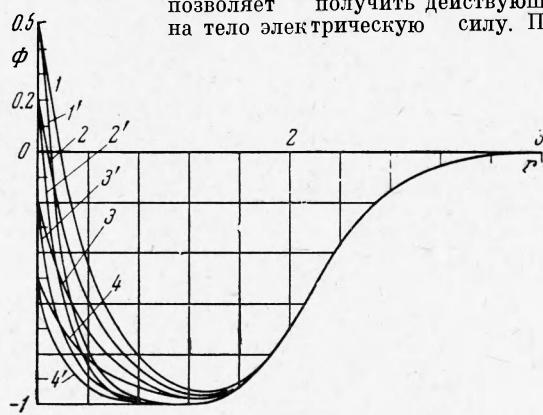
Фиг. 3

Отсюда для плотности поверхностного заряда получим следующее выражение

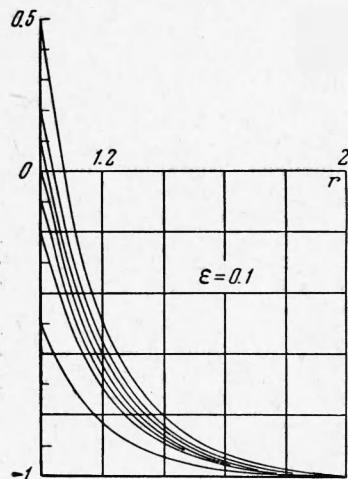
$$\sigma_s = n_0 e \left[\mu_0 + \frac{1}{\varepsilon} \int_{-1}^{\infty} n_\delta \exp \left(-\frac{x-1}{\varepsilon} \right) dx \right]$$

т. е. величина поверхностного заряда определяется главным образом дебаевским радиусом, потенциалом тела и плотностью частиц.

Значение поверхностного заряда позволяет получить действующую на тело электрическую силу. При-



Фиг. 4



Фиг. 5

ходящаяся на элемент поверхности сила [10] определяется соотношением

$$\mathbf{F} = -n \frac{\mathbf{E}^2}{8\pi} \Big|_{r=1}, \quad \mathbf{E} = -\operatorname{grad} \varphi$$

Полная сила, действующая на тело, может быть получена интегрированием по поверхности тела.

Действующие на тело аэродинамические силы за счет передачи импульса заряженными и нейтральными частицами при их соударениях с поверхностью могут быть получены при помощи формул, приводимых, например, в [11]. Можно видеть, что для ряда параметров потока и поля электрические силы могут оказаться сравнимыми с аэродинамическими.

Поступила 14 V 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Jastrow R., Pearse C. A. Atmospheric Drag on the Satellite. *J. Geophys. Res.*, 1957, vol. 62, No. 3.
2. Joshi Hara H. Motion of Thin Bodies in a Highly Rarefied Plasma. *Phys. Fluids*, 1961, vol. 4, No. 1.
3. Greifinger P. S. Induced Oscillations in a Rarefied Plasma in a Magnetic Field. *Phys. Fluids*, 1961, vol. 4, No. 1.
4. Kraus L., Watson K. Plasma Motion Induced by Satellites in the Ionosphere. *Phys. Fluids*, 1958, vol. 1, No. 6.
5. Гуревич А. В. О возмущениях в ионосфере, вызываемых движущимся телом. ИСЗ, 1961, № 7.
6. Альперт Я. Л., Гуревич А. В., Питаевский Л. П. Об эффектах, вызываемых искусственным спутником, быстро движущимся в ионосфере и магнитной среде. Успехи физ. наук, 1963, т. 79, № 1.
7. Власов А. А. Теория многих частиц.
8. Grad H. The Principles of Kinetic Theory of Gases. *Handbuch der Physik*, B. 12, 1958.
9. Вишник М. И., Люстерник Л. А. Регулярное вырождение и пограничный слой для линейных дифференциальных уравнений с малым параметром. Успехи матем. наук, 1957, т. 12, вып. 5 (77).
10. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. Физматгиз, М., 1959.
11. Пашенко Н. Т. Обтекание колеблющейся поверхности потоком сильно разреженного газа. *ПММ*, 1959, т. 23, вып. 4.