

О КРИТИЧЕСКОМ ДИАМЕТРЕ ГОРЕНИЯ

О. Я. Романов

Балтийский государственный технический университет «Военмех» им. Д. Ф. Устинова
190005 Санкт-Петербург, romanov@bstu.spb.su

В плоской и осесимметричной постановках определены тепловые потери при горении газообразных и конденсированных веществ. Получены обобщенные выражения для условий срыва горения веществ в зависимости от давления, а также границы устойчивости стационарных режимов горения конденсированных веществ. Показано соответствие теоретических зависимостей критического диаметра от давления экспериментальным данным по горению газовых смесей, жидких и твердых конденсированных веществ.

Ключевые слова: критический диаметр горения, газообразные и конденсированные вещества, обобщенные соотношения.

ВВЕДЕНИЕ

Пределы распространения стационарной волны горения, как известно, связываются с влиянием тепловых потерь и количественно отражаются в значении критического диаметра трубки, в которой происходит сжигание газовой смеси, жидкого конденсированного вещества (КВ), или в значении критического диаметра образца твердого КВ при его торцевом горении.

Впервые задача неадиабатического распространения газового пламени была рассмотрена Я. Б. Зельдовичем. Были установлены условия срыва горения [1, 2]. В случае КВ, если организуется процесс горения с постепенным уменьшением диаметра трубки или толщины образца, т. е. с увеличением относительной доли теплопотерь, возможно достижение границы устойчивости стационарного режима. Как следует из модели нестационарного горения с постоянной температурой поверхности [3], граница устойчивости достигается раньше срыва горения и ею фактически определяется предел существования горения. Соответствующее значение критического диаметра КВ определено в [4]. При использовании модели нестационарного горения с переменной температурой поверхности [5] теоретически возможен срыв горения как в области устойчивых режимов, так и в области неустойчивых режимов. В [6] сформулированы условия срыва горения при большой доле тепловых потерь и условия последовательного перехода горящего КВ

через границы колебательной и экспоненциальной неустойчивости.

Эти результаты используются до последнего времени, причем имеет место определенное противопоставление данных, относящихся к газовым смесям и КВ [7]. В экспериментальных исследованиях механизма горения гетерогенных КВ [8] отмечается широкая вариация значений отношения скоростей горения в адиабатическом режиме и на пределе горения в отличие от того, что дается теорией в [6] и в более раннем исследовании [9]. Пока не находят объяснения установленные опытным путем зависимости критического диаметра горения КВ от давления. Ниже предпринята попытка устранения этих пробелов, нахождения обобщающих соотношений и их апробирования путем сравнения с экспериментом.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Наиболее приемлемой для проведения обобщений представляется комплексная математическая модель определения предельных условий неадиабатического горения, сформулированная в [6]. Она состоит из двух сбалансированных между собой по уровню адекватности моделей. Первая из них, модель А, описывает стационарное распространение двухстадийной волны горения с плоскими, бесконечно тонкими реакционными зонами в конденсированной и газовой фазах между двумя неограниченными плоскостями, на которых поддерживает-

ся постоянная температура, равная начальной (граничные условия 1-го рода) [10]. На основе полученного решения способом, предложенным в [1], формируется условие срыва горения, отвечающее пределу существования стационарного режима. Во второй модели, модель В, дается математическое описание нестационарного одномерного распространения двухстадийной волны горения с плоскими, бесконечно тонкими реакционными зонами в конденсированной и газовой фазах в бесконечном пространстве с формальным учетом теплопотерь. Область вариации параметров соответствует динамически устойчивым стационарным режимам, реализуемым в адиабатических условиях. В [6] постулируется, что, прежде чем наступает срыв горения, стационарный режим теряет устойчивость.

Достоинством комплексной модели является ее феноменологический характер. Несомненно, назначение граничных условий 1-го рода — самый жесткий вариант учета теплоотдачи в стенку, ведущий в такой постановке к математическим трудностям, которые, однако, можно устранить. Но, во-первых, это совместно с феноменологическим подходом приводит к минимизации информационного обеспечения комплексной модели, во-вторых, дает единообразие в сопоставлении с экспериментальными результатами, особенности получения которых не всегда полностью известны.

Существуют ограничения в использовании комплексной модели. Так, рассматриваемые диапазоны вариации параметров, входящих в описание этой модели, должны находиться вне области гидродинамической неустойчивости для газообразных и жидких веществ. Обычно это реализуется, как следует из опытных зависимостей критического диаметра от давления [6]. Кроме того, для приемлемости допущения о плоских границах раздела между стадиями и продуктами сгорания должно выполняться условие, ограничивающее характерные размеры асимптотических пограничных слоев в газовой фазе (динамического, теплового и диффузионного), теплового слоя в конденсированной фазе, а также геометрические размеры мениска при смачивании для жидких КВ. Радиус R трубки (образца) должен значительно превышать максимальный из этих размеров. При значениях чисел Прандтля и Льюиса $Pr = Le = 1$ в газовой фазе ограничение может быть записано в виде [2, 11]

$$R \gg (\lambda_i/c_i m, \delta^{**}, |\cos v|/3H), \quad (1)$$

где m — массовая скорость горения, c_i — удельная теплоемкость, $i = 1, 2$ — индексы, обозначающие конденсированную и газовую фазы соответственно, δ^{**} — толщина потери импульса, не превышающая $\lambda_2/c_2 m$, v — угол смачивания, H — средняя кривизна поверхности мениска.

Возможные направления развития комплексной модели трудно реализуемы. Так, переход к граничным условиям 3-го рода, по аналогии с [1, 2], приводит к усложнению информационного обеспечения и его согласования с экспериментом. С введением в комплексную модель [6] реакционных зон конечной толщины резко увеличивается число определяющих независимых параметров, формируемых на основе опытных данных, при сохранении феноменологического подхода [12]. Возможность учета пристеночных эффектов и искривления границ раздела пока не имеет достаточной теоретической базы [13, 14], которая позволила бы отразить известные экспериментальные данные, свидетельствующие о двумерной неустойчивости двухстадийного процесса горения порохов с теплопотерями [15], и результаты теоретического исследования нестационарных мод одномерных колебаний адиабатической скорости горения пороха в процессе перехода к хаотическому горению [16], связанному с сугубо нелинейными эффектами глубоко в области неустойчивости.

Исследование комплексной модели, сформулированной в [6], было продолжено, поскольку на ее основе возможно получение новых результатов.

Тепловые потери определяются во всем диапазоне вариации диаметра трубки или образца с учетом ограничения использования комплексной модели, что позволяет установить универсальную зависимость диаметра трубки (образца) от давления при срыве горения. Для этого находится полное решение задачи теплообмена (модель А), которое, в частности, позволяет установить области действия аппроксимации [1, 2] и [6]. Оно носит также методологический характер, отражающий способ вычислений при наличии математических особенностей, присущих задачам теплопроводности с граничными условиями 1-го рода [10].

Срыв горения может наступать как в области устойчивости стационарных режимов горения КВ, так и в области динамической

неустойчивости, устанавливаемой с помощью модели В. В пространстве определяющих параметров границы (подпространства), отвечающие срыву горения и потере устойчивости, пересекаются, причем переход в область неустойчивости происходит в колебательном режиме горения [6]. Можно предположить, что в области неустойчивости в процессе развития колебаний скорости неадиабатического горения, например, в форме хаотизации по схеме [16] или как в эксперименте [15] с переходом в очагово-пульсационный режим, срыв горения необратимо будет достигнут. Если прохождение границы устойчивости происходит быстро, например, в связи с горением конических образцов, то достаточным условием для прекращения горения может стать достижение границы устойчивости. Поэтому в качестве гипотезы может быть выдвинуто положение о том, что прекращение горения обеспечивается выполнением хотя бы одного из условий: срывом горения в области устойчивых стационарных режимов или потерей устойчивости стационарного режима.

На практике в этом случае должна наблюдаться смена закономерностей в экспериментальных зависимостях критического диаметра от давления, отражающая смену действующего ограничения.

Далее последовательно отражаются этапы исследования комплексной модели и приложение теоретических результатов иллюстрируется сравнением с экспериментальными данными.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОПТЕРЬ ИЗ ЗОНЫ ГОРЕНИЯ

Рассмотрим двумерную задачу теплопроводности в предположении плоских, бесконечно тонких зон химических реакций с постоянными по сечению образца интенсивностями тепловыделения в двухстадийной модели горения КВ, состоящей из конденсированной и газовой фаз. Зона горения газовой смеси — частный случай задачи (без конденсированной фазы).

Уравнение теплопроводности для обеих фаз имеет вид

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{c_i m}{\lambda_i} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2b}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad (2)$$

где $T = T(x, r)$ — температура, x — продольная координата, r — текущий радиус. Рас-

сматриваются два варианта постановки задачи: неограниченная пластина ($b = 0$) и неограниченный цилиндр ($b = 1$) (терминология [10]). В конденсированной фазе начало отсчета координаты $x = 0$ соответствует положению поверхности горения с температурой T_1 , $x \in (0, \infty)$. В газовой фазе $x \in (-\infty, x_1)$ при $x = 0$ в плоскости пламени с максимальной температурой T_2 и $x = x_1$ на границе с конденсированной фазой. Текущее значение $r \in (-R, R)$.

При граничных условиях для конденсированной фазы $T(0, r) = T_1$, $T(\infty, r) = T(x, R) = T_0$ решение, полученное методом, изложенным в [10], имеет вид

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[-\frac{c_1 m x}{2\lambda_1} (1 + \sqrt{1 + g_{n1}}) \right] \times \frac{2}{\mu_n} (-1)^{n-1} B \left(\mu_n \frac{r}{R} \right), \quad (3)$$

где $g_{n1} = 4\mu_n^2 / \bar{R}_1^2$, $\bar{R}_1 = c_1 m R / \lambda_1$, при $b = 0$ $B(\mu_n r / R) \equiv \cos(\mu_n r / R)$, $\mu_n = \pi(2n - 1)/2$, при $b = 1$ $B(\mu_n r / R) \equiv J_0(\mu_n r / R)$, μ_n — корни бесселевой функции $J_0(\mu_n r / R)$.

Решение уравнения (2) в зоне продуктов горения газовой фазы для $x \in (-\infty, 0)$ с аналогичными граничными условиями записывается следующим образом:

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_2 - T_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[-\frac{c_2 m x}{2\lambda_2} (1 - \sqrt{1 + g_{n2}}) \right] \times \frac{2}{\mu_n} (-1)^{n-1} B \left(\mu_n \frac{r}{R} \right), \quad (4)$$

где $g_{n2} = 4\mu_n^2 / \bar{R}_2^2$, $\bar{R}_2 = c_2 m R / \lambda_2$.

Решение уравнения (2) в зоне подогрева газовой фазы при $x \in (0, x_1)$ с аналогичными граничными условиями затруднительно представить в аналитическом виде из-за тепловыделения Q_1 на границе фаз. Поэтому, сохраняя уровень адекватности решения, запишем его в виде

$$\theta = \frac{T - (c_1 T_0 + Q_1/2)/c_2}{T_2 - (c_1 T_0 + Q_1/2)/c_2} = \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[-\frac{c_2 m x}{2\lambda_2} (1 - \sqrt{1 + g_{n2}}) \right] \times \frac{2}{\mu_n} (-1)^{n-1} B \left(\mu_n \frac{r}{R} \right). \quad (5)$$

Адиабатические варианты решений для всех трех участков волны горения получаются предельным переходом $R \rightarrow \infty$ в (3)–(5). Они соответствуют уравнению (2) без двух последних членов в левой части.

Тепловые потери из волны горения в окружающее пространство должны определяться на каждом из трех участков. Здесь необходимо учитывать особенности решения, свойственные задачам теплопроводности с граничными условиями 1-го рода [10]. На линиях контакта раздела стадий горения со стенкой имеют место разрывы температуры 1-го рода, что может связываться с формально бесконечными температурными градиентами. Однако представляющие интерес теплотери всегда конечны, и для их вычисления следует использовать процедуры интегрирования.

Рассмотрим последовательность действий для решения уравнения теплопроводности в конденсированной фазе. Помимо практического, она имеет и методологический характер. Вначале проведем осреднение температуры по сечению образца, воспользовавшись интегралом уравнения (4) по радиусу:

$$\bar{\theta}_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[-\frac{c_1 m x}{2\lambda_1} (1 + \sqrt{1 + g_{n1}}) \right] \frac{2}{\mu_n^2}. \quad (6)$$

Первый интеграл уравнения (3) в пределах конденсированной фазы для осредненных по сечению параметров дает выражение

$$-\bar{f}_1 - \frac{c_1 m}{\lambda_1} (T_1 - T_0) + \bar{f}_{l1} = 0,$$

где \bar{f}_{l1} — интеграл теплотери в форме градиента температуры, откуда могут быть вычислены теплотери:

$$Q_{l1} = -\frac{\lambda_1}{m} \bar{f}_{l1} = -\frac{\lambda_1}{m} \bar{f}_1 - c_1 (T_1 - T_0).$$

Подставляя сюда градиент температуры на поверхности горения из (6), получаем

$$Q_{l1} = c_1 (T_1 - T_0) \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{1 + g_{n1}} - 1) \frac{1}{\mu_n^2}. \quad (7)$$

Если взять два первых члена разложения ряда в (7) и положить

$$\frac{2\mu_n}{\bar{R}_1} \sqrt{1 + g_{n1}} - 1 \approx \frac{2\mu_n}{\bar{R}_1},$$

можно прийти в варианте неограниченной пластины к полученному в [6] соотношению

$$Q_{l1} \approx \frac{16}{3\pi} c_1 \frac{T_1 - T_0}{\bar{R}_1}. \quad (8)$$

Однако ряд в (7) расходящийся и пользоваться им неудобно. Кроме того, преобразование в правой части (7), приводящее к (8), непригодно для больших значений \bar{R}_1 . Удобнее воспользоваться дальнейшим преобразованием (3).

Проинтегрировав дважды уравнение (3) в пределах конденсированной фазы для осредненной по сечению температуры, получаем

$$-(T_1 - T_0) + \frac{c_1 m}{\lambda_1} \int_0^{\infty} (T - T_0) dx = -\frac{Q_{l1}}{c_1},$$

следовательно,

$$Q_{l1} = c_1 (T_1 - T_0) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{1 + g_{n1}} - 1}{\sqrt{1 + g_{n1}} + 1} \frac{2}{\mu_n^2}. \quad (9)$$

Ряд, входящий в (9), сходящийся; с его помощью можно описать всю физически реализуемую область вариаций \bar{R}_1 . В наиболее интересном диапазоне $1/\bar{R}_1 < 0.3$ достаточно четырех первых членов разложения. Из сравнения (8) и (9) следует, что первое соотношение дает в этом случае завышение теплотери до двух раз.

Аналогичный подход к распределению температуры в зоне подогрева газовой фазы приводит к следующему результату:

$$Q_{l2} = \left[c_2 T_2 - c_1 T_0 - \frac{1}{2} q c_1 (T_1 - T_0) \right] \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{1 + g_{n2}} - 1}{\sqrt{1 + g_{n2}} + 1} \frac{2}{\mu_{n2}^2} [1 - \sigma^{\sqrt{1 + g_{n2}} + 1}], \quad (10)$$

$$\sigma = \frac{c_2 T_1 - c_1 T_1 - q c_1 (T_1 - T_0)/2}{c_2 T_2 - c_1 T_1 - q c_1 (T_1 - T_0)/2},$$

$$q = \frac{Q_1}{c_1 (T_{1a} - T_0)},$$

причем Q_1 — тепловой эффект в конденсированной фазе, индексом a обозначены параметры адиабатического режима горения.

Соотношение (10) определяет тепловые потери в зоне подогрева газовой фазы в интервале температур (T_1, T_2) при горении КВ. При $c_1 = c_2$ и $T_1 = T_0$, выражение (10) соответствует газовым горючим смесям. К такому же результату приводит и формальная замена индекса 1 на 2 в формуле (9).

При рассмотрении вопроса о теплотах из зоны пламени в продукты горения возникает более сложная проблема, связанная с тем, что ряды, входящие в итоговое соотношение, расходящиеся. По этой причине удобно использовать два варианта записи окончательного соотношения, полученные с использованием первого и второго интегралов уравнения (2) для больших и малых \bar{R}_2 соответственно. Для больших значений \bar{R}_2

$$Q_{l3} = c_2(T_2 - T_0) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{1 + g_{n2}} - 1}{\mu_n^2}, \quad (11)$$

для малых значений \bar{R}_2

$$Q_{l3} = c_2(T_2 - T_0) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(\sqrt{1 + g_{n2}} - 1)\mu_n^2}. \quad (12)$$

Температура пламени с учетом теплотерь составляет

$$T_2 = T_{2a} - Q_l/c_2, \quad (13)$$

где $Q_l = Q_{l1} + Q_{l2} + Q_{l3}$, причем для газов $Q_{l1} = 0$, а Q_{l2} определяется соотношением (10) с учетом комментария к нему. Рис. 1 иллюстрирует полученные результаты расчета теплотерь в зонах подогрева конденсированной фазы при горении КВ и газовой фазы при горении газовых смесей. Здесь $F = Q_{l1}/c_1(T_1 - T_0) = Q_{l2}/c_2(T_2 - T_0)$. Кривая теплотерь $F(y)$, представленная в двух вариантах — F_a (неограниченная пластина) и F_b (неограниченный цилиндр), имеет точку перегиба и асимптоту $F = 1$ при $y = 1/\bar{R}_i \rightarrow \infty$, однако постановке задачи соответствует значение $y < 1$. Характер зависимости $F(y)$ таков, что на начальном участке вблизи точки $y = 0$, отвечающей адиабатическому процессу, реализуется квадратичная аппроксимация, аналогичная [1, 2]. В области $\bar{R} \in (3, 10)$ возможна линейная аппроксимация, в частности, для пластины это прямая A . Ее можно сопоставить с прямыми N_1 и N_2 , соответствующими результатам [6], причем N_1 отвечает соотношению (8), а N_2 — аналогичному соотношению, но построенному с сохранением только

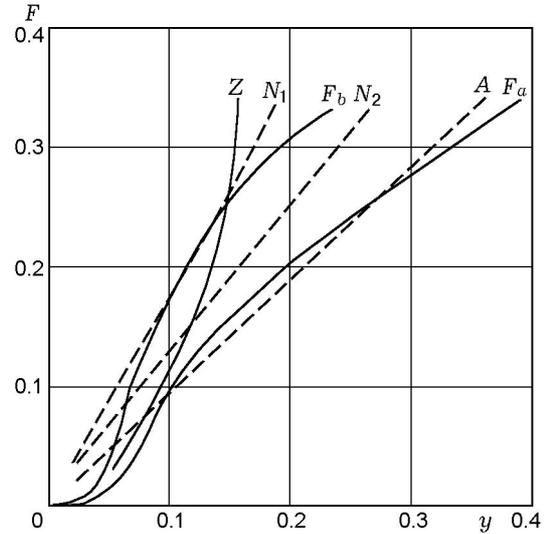


Рис. 1. Зависимость относительных теплотерь (F) в конденсированной фазе КВ или в зоне подогрева при горении газовой смеси от параметра $y = 1/\bar{R}_1 = 1/\bar{R}_2$:

F_a, F_b — неограниченные пластина и цилиндр соответственно; Z — зависимость для газов при числе Био $Bi = 10$, согласно [1, 2]; N_1, N_2 — зависимости для конденсированной фазы и зоны подогрева газовой фазы соответственно, при горении КВ — неограниченная пластина, согласно [6]; A — линейная аппроксимация $F_a(y)$ на участке $0.1 < y < 0.3$

первого члена разложения ряда в (7), что использовано в [6] для описания относительных теплотерь в зоне подогрева газовой фазы и из зоны пламени в продукты горения. Далее, при приближении к $y = 1$ можно найти участок зависимости $F = Cy^{1/2}$, $C = \text{const}$. Таким образом, происходит плавное изменение производной по мере роста y . Однако кривая теплотерь должна быть искусственно прервана при значении y , отвечающем требованию (1), определяющему область адекватности исследуемой комплексной модели.

Аналогичная картина выявлена при анализе составляющей теплотерь, связанной с передачей тепла из зоны пламени в продукты горения согласно (11), (12).

ГРАНИЦЫ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ГОРЕНИЯ

Предел горения веществ, находящихся в различных агрегатных состояниях, определяется способом, впервые предложенным в [1] для газовых смесей. В более доступном издании [2] дается подробное изложение всей процедуры,

которая была использована также и в приложении к горению КВ [6]. В процессе вывода результирующего соотношения используются две зависимости скоростей горения от температуры пламени: одна в форме прямой связи между этими параметрами, вторая в виде, позволяющем учесть теплопотери. В области существования решений их оказывается два, одно из которых, отвечающее более высоким значениям m и T_2 , физически реализуемо. Пределу горения отвечает касание кривых, графически отображающих эти зависимости в координатах m, T_2 , причем при более высоких значениях теплопотерь кривые не имеют общих точек, что свидетельствует об отсутствии решения и соответствующего ему стационарного режима горения. Как отмечено в [2], критические значения скорости горения и температуры газовых смесей, найденные таким способом, отличаются от аналогичных значений, полученных в результате численных решений нестационарных уравнений диффузии и теплопроводности с учетом теплопотерь не более чем на 10 %.

В рассматриваемом варианте использования способа установления критических условий горения с теплопотерями [1, 2] производная массовой скорости горения по температуре пламени в форме прямой связи между параметрами определяется соотношениями $(\partial m / \partial T_2)_p = \beta c_2 m / c_1$, $\beta = (\partial \ln m / \partial T_0)_p$.

Альтернативная зависимость для той же производной может быть вычислена как комбинация нескольких составляющих, например, в следующем виде: $(\partial m / \partial T_2)_p = (\partial m / \partial y)_p (\partial y / \partial G)_p (\partial G / \partial T_2)_p$, где $G(y)$ — относительные полные теплопотери, соответствующие Q_l , причем $(\partial \ln G / \partial \ln y)_p = (\partial \ln Q_l / \partial \ln y)_p = s$, $(\partial \ln m / \partial \ln y)_p = (\partial G / \partial T_2)_p (T_2 - T_0) = -1$. Здесь в качестве y может фигурировать y_1 или y_2 в зависимости от того, по отношению к какой из стадий горения приводится зависимость полных теплопотерь Q_l , определенных согласно (13), от безразмерного диаметра.

Условие срыва горения получается приравниванием производных массовой скорости горения по температуре пламени, определенных в двух вариантах. В результате

$$\beta s Q_1 / c_1 = 1. \quad (14)$$

Отсюда с учетом [13] следует отношение минимально возможной скорости в момент срыва горения к скорости горения в адиабатическом

режиме как для КВ, так и для газовых смесей, при постоянных или осредненных значениях β и s в этом интервале вариации скорости горения: $m_{cr} / m_a = \exp(-1/s)$.

Как следует из соотношений (9) и (13) и рис. 1, зависимость $s(y)$ монотонно убывает начиная от значения, близкого к 2, до нуля и должна быть искусственно прервана в том месте, где исследуемая модель горения оказывается непригодной в силу пренебрежения в ней пристеночными эффектами. Поэтому отношение m_{cr} / m_a варьируется в широких пределах.

В частности, в зоне квадратичной аппроксимации доли теплопотерь ($\bar{R} > 20$) при $s = 2$ получается результат Я. Б. Зельдовича [1, 2], в области линейной аппроксимации при $s = 1$, $3 < \bar{R} < 10$ — результат Б. В. Новожилова [6]. Если $\bar{R} < 3$ и $s = 0.5$, то теоретическое отношение скоростей может достигать значения $\exp(-2)$.

При $s = \text{const}$ на конкретном участке $G(y)$ или $Q_l(y)$ из (14) получаем зависимость критического диаметра от давления

$$d_{cr} = B p^{-\nu + \gamma / s}, \quad (15)$$

где

$$\nu = \left(\frac{\partial \ln m}{\partial \ln p} \right)_{T_0}, \quad \gamma = \left(\frac{\partial \ln \beta}{\partial \ln p} \right)_{T_0},$$

$$B = \text{const}.$$

Область стационарных режимов горения КВ, кроме того, ограничена границей устойчивости, которая может быть достигнута при уменьшении диаметра образца. Устойчивым режимам согласно модели неустойчивого горения с переменной температурой поверхности соответствует условие [5], справедливое, согласно [6], как в адиабатическом режиме, так и в режиме горения с теплопотерями:

$$r > (k - 1)^2 / (k + 1), \quad (16)$$

где $k = (T_1 - T_0) (\partial \ln m / \partial T_0)_p$, $r = (\partial T_1 / \partial T_0)_p$ — параметры Зельдовича — Новожилова для стационарного режима горения. Границе колебательной неустойчивости соответствует равенство правой и левой частей (16).

По мере дальнейшего уменьшения диаметра образца может быть достигнута граница экспоненциальной неустойчивости, определяемая в линейной теории [5] равенством

$$r = (\sqrt{k} - 1)^2. \quad (17)$$

Траектория движения системы в плоскости (k, r) по мере уменьшения диаметра образца и, следовательно, роста относительных теплотерь описывается, согласно [6] и изложенному выше, соотношениями

$$\begin{aligned} k &= \frac{k_a}{1 - \beta Q_1/c_2}, \\ r &= \frac{r_a}{1 - \beta Q_1/c_2}, \end{aligned} \quad (18)$$

где индекс a относится к исходному адиабатическому режиму горения образца, когда теплотерями из зоны горения можно пренебречь.

Argiогi не ясно, в какой точке траектории произойдет срыв горения КВ: либо в области стационарных режимов; либо после прохождения границы колебательной неустойчивости, когда возникают предсказанные линейной теорией колебания скорости горения с возрастающей во времени амплитудой; либо после прохождения границы экспоненциальной неустойчивости, за которой происходит экспоненциальное возрастание амплитуды возмущений.

Отметим, что условия (16) и (17) наиболее просты и удобны, так как требуют при использовании минимальной информации. В более сложных условиях, реализующихся в моделях нестационарного горения с учетом инерционности реакционного слоя конденсированной [12] и газовой [17] фаз, требуются дополнительные экспериментальные данные, что для указанной задачи неприемлемо.

СРАВНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И РАСЧЕТНЫХ ДАННЫХ

Большинство из привлекаемых ниже к анализу опытных данных собрано в [6] из разных источников и представлено с описанием особенностей горения веществ вблизи предела затухания. Отмечено, что при сжигании образцов твердых взрывчатых веществ в конических стеклянных трубках, охлаждаемых водой, погрешность измерения критического диаметра составляет около 10 %. Для порошкообразных веществ предусмотрено получение зарядов высокой плотности, исключающее пористое горение, а в случае жидкостей рассматриваются участки нормального горения вне области газодинамической неустойчивости. Средняя погрешность измерений составляет $3 \div 5$ %. Та-

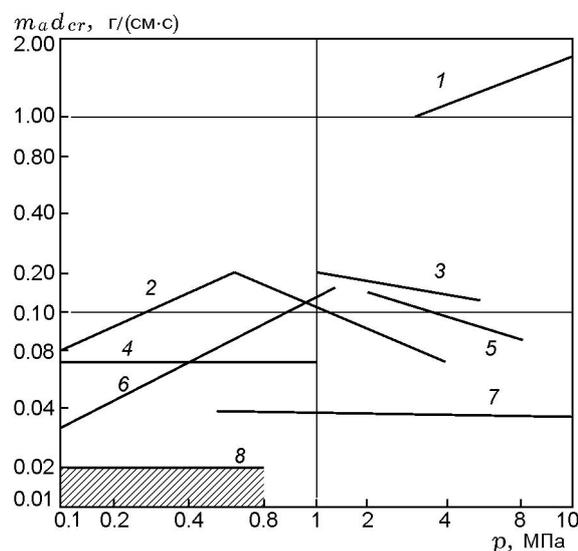


Рис. 2. Зависимость $m_a d_{cr}$ от давления:

1 — ПХА [12, 13]; 2 — тетрил, 3 — тэн, 4 — гексоген, 5 — тротил, 6 — нитрогликоль [6], 7 — порох Н [5, 17]; 8 — область газовых смесей и легколетучих жидкостей [6]

ким образом, обеспечено постепенное приближение в режиме нормального горения к пределу либо в области устойчивого стационарного режима, либо после перехода через границу устойчивости.

Данные о критических диаметрах горения баллиститных порохов и перхлората аммония (ПХА) получены в основном при горении цилиндрических образцов и, как отмечено в [14, 15], имеют различия, вызванные различиями в организуемых условиях теплообмена на границах образцов.

Из-за ограниченности информации об опытных данных сравнение с экспериментом возможно только в форме оценок. Для его проведения использовался такой параметр, как чувствительность критического диаметра горения к изменению давления. В качестве дополнительных данных должны учитываться сведения о возможных колебаниях скорости горения и о связанных с ней параметрах вблизи критического диаметра, свидетельствующие о переходе в область неустойчивости. На рис. 2 представлены зависимости $m_a d_{cr}$ от давления для разнородных веществ. Перевод значений ординаты в значения $\bar{R}_{cr,i}$ осуществляется умножением на величину $\exp(-1/s)c_i/2\lambda_i$.

В первом приближении можно положить

$$G \approx 2F_2(y_2) + \frac{c_1(T_1 - T_0)F_1(y_1)}{c_2(T_2 - T_0)}. \quad (19)$$

Область 1 (см. рис. 2) критических параметров газовых пламен характеризуется значениями $\bar{R}_{cr2} = 20 \div 40$ [6]. Это приводит при $F_1 = 0$ к $s = 2$ (квадратичная аппроксимация кривой относительных теплотерьер), что находится в согласии с изложенным выше и теорией [1, 2] о реализации срыва горения. Такой же закономерности подчиняются данные о критических диаметрах горения легколетучих жидкостей, метилнитрата и этиленгликольдинитрата [6].

В приложении к таким КВ, как вторичные и метательные взрывчатые вещества, целесообразно проводить анализ с последовательной проверкой условий срыва горения (15), где в расчетах принимается $c_1 = c_2$, и переходов через границы колебательной и экспоненциальной неустойчивости (16) и (17).

В качестве исходных будем использовать опытные данные, представленные на рис. 2. В связи с тем, что $y_1/y_2 = \lambda_1 c_2 / \lambda_2 c_1 > 1$ и может превышать 3, составляющие правой части выражения (19) могут отражать существенно различающиеся закономерности, например, $s = 2$ для газовой фазы и $s = 1$ для конденсированной фазы. Это приводит к промежуточному значению показателя s в аппроксимации G .

Нейтральная зависимость $m_a d_{cr}$ от давления характерна для гексогена: параметр β практически не зависит от давления [18], $\gamma = 0$ и согласно формуле (15) $m_a d_{cr} = \text{const}$, что полностью соответствует эксперименту (см. рис. 2, прямая 4).

Экспериментальные зависимости для пороха Н, тэна, тротила и тетрила в области давлений $0.6 \div 4.0$ МПа характеризуются отрицательным значением логарифмического показателя по давлению. Это связано с уменьшением температурной чувствительности скорости горения данных КВ от давления. По данным [2, 3] для пороха Н $\lambda_1/c_1 = 1.5 \cdot 10^{-3}$ г/(см·с), $\lambda_2/c_2 = 0.25 \cdot 10^{-3}$ г/(см·с), и в интервале давлений $0.4 \div 6.0$ МПа с учетом экспериментальной зависимости $m_a(p)$ [5] получаем диапазоны вариаций $\bar{R}_{cr1} = (12 \div 20) / \exp(-1/s)$, $\bar{R}_{cr2} = (70 \div 120) / \exp(-1/s)$. Поскольку вклад в теплотерьер конденсированной и газовой фаз при горении пороха Н приблизительно одинаков, значение s находится в интервале $1 \div 2$,

Таблица 1

Сравнение экспериментальных и расчетных данных

Конденсированное вещество	p , МПа	$-d \ln d_{cr} / d \ln p$	
		эксперимент	расчет
Тетрил	$0.6 \div 4.0$	1.10	1.15
Тэн	$1.0 \div 5.0$	1.05	1.0
Тротил	$2.0 \div 8.0$	0.95	1.0
Гексоген	$0.1 \div 1.0$	0.85	0.85
Порох Н	$0.4 \div 10$	0.75	0.85
ПХА	$2.0 \div 10$	0.6	0.55
Тетрил	$0.1 \div 0.6$	0.17	0.85
Нитрогликоль	$0.1 \div 1.5$	0.15	0.75

а показатель степени в зависимости $d_{cr}(p)$ при $\gamma = 0.2$ и $\nu = 0.7$ составляет $-0.8 \div -0.9$, что близко к экспериментальному значению -0.75 [17, 19] (табл. 1). Для тэна, тротила и тетрила в расчете принято $\lambda_1/c_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ г/(см·с), $\lambda_2 c_1 / \lambda_1 c_2 = 1/3$, $T_2 - T_0 = 10^3$ К (T_2 — температура первичного пламени), $T_{1a} = 637, 818$ и 628 К [6]. Значения $\gamma = -0.4, -0.5, -0.6$ соответственно взяты по экспериментальным данным [20]. Расчетные значения показателя в соотношении (15) близки опытным (см. табл. 1).

Положительные значения показателя чувствительности $m_a d_{cr}$ по давлению имеют ПХА, тетрил в области давлений $0.1 \div 0.6$ МПа и нитрогликоль при давлениях $0.1 \div 1.5$ МПа.

Для ПХА $\gamma = 0.6$ [18], $\lambda_1/c_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ г/(см·с) [7], $\lambda_2/c_2 = 0.25 \times 10^{-3}$ г/(см·с) [3, 6]. Это дает при $\nu = 0.85$ [12] и $s = 2$ показатель степени в (15), равный -0.55 , что находится в согласии с зависимостью $d_{cr} = 3.2p^{-0.6}$, приведенной в [20].

Попытка реализации того же подхода к данным о критическом диаметре горения тетрила и нитрогликоля при низких давлениях [6] не приводит к положительным результатам, опытные и расчетные данные резко различаются (см. табл. 1).

Проведем проверку условия потери устойчивости стационарного горения тетрила и нитрогликоля в области низких давлений. По аналогии с [5, 6] из (16) и (17) следуют записанные в параметрах адиабатического режима условия на границе колебательной и экспоненциальной неустойчивости соответственно: $1 - \beta G(T_2 - T_0) = (\sqrt{k_a} - \sqrt{r_a/2})^2$ и $1 - \beta G(T_2 - T_0) = (\sqrt{k_a} - \sqrt{r_a})^2$.

В табл. 2 и 3 представлены исходные данные для расчетов, составленные на основе нескольких источников [6, 21–23].

Таблица 2

Параметры горения тетрила в области низких давлений

p , МПа	$m_a d_{cr}$, г/(см·с)	T_{1a} , К	T_{2a} , К	u_a , см/с	β , 10^3 /К	k_a	r_a
0.1	0.08	523	1090	0.045	4.72	1.37	0.168
0.3	0.12	613	1160	0.095	4.48	1.44	0.175
0.5	0.17	628	1230	0.14	4.32	1.45	0.177

Таблица 3

Параметры горения нитрогликоля в области низких давлений

p , МПа	$m_a d_{cr}$, г/(см·с)	T_{1a} , К	T_{2a} , К	u_a , см/с	β , 10^3 /К	k_a	r_a
0.1	0.03	473	1200	0.06	4.8	0.87	0.11
0.5	0.09	525	1200	0.21	4.8	1.12	0.14
1.0	0.12	560	1200	0.33	4.8	1.28	0.16

В расчетах приняты значения энергии активации химической реакции в конденсированной фазе 161 и 163 кДж/кг, плотности тетрила и нитрогликоля — 1.7 и 1.5 г/см³ соответственно. Учтено, что вторичные пламена отсутствуют и рассматриваемые условия находятся вне области гидродинамической неустойчивости [21, 23].

Сравнение опытных данных и результатов расчетов представлено на рис. 3. Видно,

что для обоих КВ расчетные зависимости комплекса $m_a d_{cr}$ от давления на границе колебательной неустойчивости имеют положительные градиенты, хотя и существенно меньшие, чем в опыте. При атмосферном давлении значения комплекса в опыте и расчетах достаточно близки. Во всей рассматриваемой области давлений расчетные кривые, отвечающие экспоненциальной неустойчивости, располагаются ниже и более удаленно от опытных.

Была предпринята попытка учесть эффект плавления тетрила при температуре 403 К и теплоте фазового перехода –86.5 Дж/г [22]. Теория, разработанная в [24], не дает простых аналитических соотношений, отвечающих границам устойчивости, аналогичных соотношениям (16) и (17), однако приведенные в этой работе результаты численных экспериментов позволяют внести поправку в условие (16) в виде множителя, вводимого в правую часть. Для указанных выше параметров фазового перехода он равен 1.4 и отражает соответствующее сужение области устойчивых режимов в плоскости (k, r) . Расчетная зависимость для перехода через границу колебательной неустойчивости располагается выше, чем полученная при использовании предыдущей модели, и имеет несколько меньший градиент по давлению.

Результаты, представленные в табл. 1 и на рис. 3, показывают, что в процессе горения рассмотренных КВ, кроме тетрила и нитрогликоля при низких давлениях, наблюдаются закономерности, характерные для реализации срыва горения в области устойчивых стационарных режимов. Это согласуется с опытными данными, свидетельствующими об отсутствии коле-

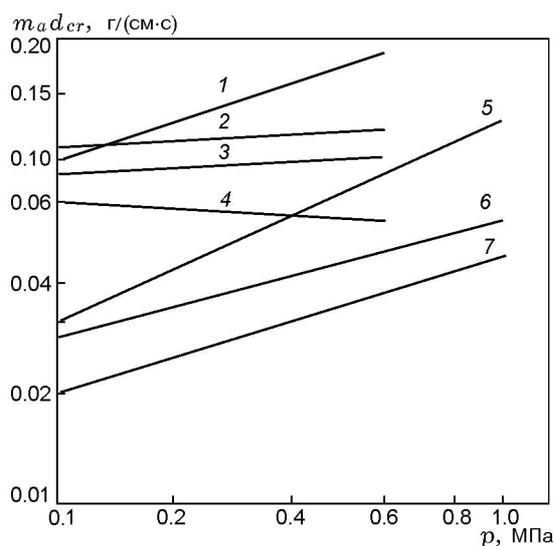


Рис. 3. Сравнение экспериментальных и расчетных данных для тетрила и нитрогликоля:

1 — тетрил, эксперимент [6]; 2, 3 — тетрил, расчет, соответствующий границе колебательной неустойчивости с учетом и без учета плавления; 4 — тетрил, расчет, соответствующий экспоненциальной неустойчивости; 5 — нитрогликоль, эксперимент [6]; 6, 7 — нитрогликоль, расчет, соответствующий границам колебательной и экспоненциальной неустойчивости

баний скорости горения перед срывом. Исключение составляет горение ПХА, у которого такой эффект замечен [20]. По-видимому, в этом случае потухание происходит в ближайшей окрестности границы колебательной неустойчивости. При горении тетрила и нитрогликоля в области низких давлений зависимости для критического диаметра носят черты перехода через границу колебательной неустойчивости. В опытах отмечается колебательный характер горения [21, 23].

ВЫВОДЫ

Зависимость относительной доли теплопотерь из зоны горения от диаметра трубки (образца) для газообразных и конденсированных веществ имеет универсальный характер. Она лежит в основе определения условия срыва горения, предложенного в общей формулировке как функции давления. Для него даны способы расчета. При горении конденсированного вещества возможен переход в область колебательной неустойчивости. При сопоставлении с экспериментальными данными установлено, что срыв горения легколетучих жидкостей, тетрила при давлениях $0.6 \div 4.0$ МПа, тэна, тротила, гексогена, пороха Н и ПХА в рассмотренных диапазонах давления происходит в области устойчивых стационарных режимов. Прекращение горения тетрила при давлении ниже 0.6 МПа и нитрогликоля при давлении менее 1.5 МПа происходит в области колебательной неустойчивости. Результаты сопоставления удовлетворительные.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. Теория предела распространения тихого пламени // ЖЭТФ. 1941. Т. 11, № 1. С. 159–168.
2. Математическая теория горения и взрыва / Я. Б. Зельдович, Г. И. Баренблатт, В. Б. Либрович, Г. М. Махвиладзе. М.: Наука, 1980.
3. Зельдович Я. Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ // ЖЭТФ. 1942. Т. 12, № 11/12. С. 498–525.
4. Кондриков Б. Н. Об устойчивости горения взрывчатых веществ // Физика горения и взрыва. 1969. Т. 5, № 1. С. 51–60.
5. Новожилов Б. В. Нестационарное горение ТРТ. М.: Наука, 1973.
6. Кондриков Б. Н., Новожилов Б. В. О критическом диаметре горения конденсированных веществ // Физика горения и взрыва. 1974. Т. 10, № 5. С. 661–668.
7. Энергетические конденсированные системы: Краткий энциклопедический словарь / Под ред. Б. П. Жукова. М.: Янус-К, 1999.
8. Денисюк А. П., Шепелев Ю. Г., Шабалин В. С. Закономерности катализа горения энергетических материалов на основе активного связующего и октогена // Четвертая междунар. конф. «Внутрикамерные процессы и горение в установках на твердом топливе и в ствольных системах» (ICOS-2002). Ижевск: Изд-во ИПМ УрО РАН, 2004. С. 311–340.
9. Зельдович Я. Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ // ЖЭТФ. 1942. Т. 12. С. 498–524.
10. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.
11. Сергель О. С. Прикладная гидрогазодинамика. М.: Машиностроение, 1981.
12. Романов О. Я. О нестационарной скорости горения пороха // Физика горения и взрыва. 1975. Т. 11, № 2. С. 188–198.
13. Рыбанин С. С., Соболев С. Л. Скорость и пределы горения термически толстого слоя конденсированного вещества при теплообмене с инертной средой // Физика горения и взрыва. 1989. Т. 25, № 5. С. 16–25.
14. Истратов А. Г., Маршаков В. Н. О критическом диаметре горения конденсированных веществ // Ракетные двигатели и их применение для освоения космического пространства. К 100-летию идеи К. Э. Циолковского. Междунар. конф. SPACE 2003, Москва — Калуга: Тез. докл. С. 65–66.
15. Истратов А. Г., Маршаков В. Н. Критический диаметр горения порохов и твердых взрывчатых веществ // Труды XIII Симпоз. по горению и взрыву. Черноголовка, 7–11 февраля 2005. CD-диск, № 46.
16. Новожилов Б. В. Хаотизация нестационарной скорости горения пороха // Хим. физика. 2004. Т. 23, № 5. С. 68–74.
17. Новожилов Б. В. Влияние инерционности газовой фазы на устойчивость горения летучих конденсированных систем // Хим. физика. 1988. Т. 7, № 3. С. 388–396.
18. Atwood A. I., Boggs T. L., Curran P. O. Burning rate of solid propellant ingredients. Pt 1: Pressure and initial temperature effects // J. Propulsion and Power. 1999. V. 15, N 6. P. 740–747.
19. Маршаков В. Н. Параметры очагово-пульсирующего режима горения нитроглицеринового пороха // Хим. физика. 1987. Т. 6, № 4. С. 530–537.
20. Маршаков В. Н., Ананьев А. В. Критический диаметр горения перхлората аммония // 3-я Междунар. конф. «Внутрикамерные процессы и горение в установках на твердом топливе и в ствольных системах» (ICOS-99). Ижевск: ИПМ УрО РАН, 2002. С. 633–639.

21. **Андреев К. К.** Термическое разложение и горение взрывчатых веществ. М.: Наука, 1966.
22. **Марголин А. Д., Фогельзанг А. Е.** О горении тетрила // Физика горения и взрыва. 1966. Т. 2, № 2. С. 10–20.
23. **Марголин А. Д., Чекирда Л. Ф., Чуйко С. В.** Об устойчивости горения жидких взрывчатых веществ при постоянном давлении // Инж. журн. 1963. Т. 3, № 3. С. 460–467.
24. **Cozzi F., De Luca L. T., Novozhilov B. V.** Linear stability and pressure-driven response function of solid propellants with phase transition // J. Propulsion and Power. 1999. V. 15, N 6. P. 806–815.

*Поступила в редакцию I/VI 2005 г.,
в окончательном варианте — 16/V 2006 г.*
