

ЛИТЕРАТУРА

1. Marble F. E., Candel S. M. Acoustic attenuation in fans and ducts by vaporization of liquid droplets // AIAA J.— 1975.— V. 13, N 5; Рус. пер.— РТК.— 1975.— Т. 12, N 5.
2. Азаматов А. Ш., Шаганов В. Ш. Распространение малых возмущений в парогазо-жидкостной среде // Акуст. журн.— 1981.— Т. 27, № 2.
3. Гумеров И. А., Ивандаев А. И., Нигматуллин Р. И. Дисперсия и диссипация акустических волн в газовзвешах // ДАН СССР.— 1983.— Т. 272, № 3.
4. Гумеров И. А., Ивандаев А. И. Особенности распространения высокочастотных акустических возмущений в паро- и газовзвешах // ПМТФ.— 1985.— № 6.
5. Ивандаев А. И. Законы взаимодействия фаз в акустике газовзвесей // Акуст. журн.— 1985.— Т. 31, № 4.
6. Губайдуллин Д. А. Акустические возмущения в парогазокапельных смесях с малым массовым содержанием капель // Современные проблемы теплофизики.— Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1987.
7. Губайдуллин Д. А. О влиянии тепломассообмена на распространение звуковых волн в парогазокапельных системах // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика. Механика.— 1987.— № 3.
8. Губайдуллин Д. А., Ивандаев А. И. Скорость и затухание звука в парогазокапельных системах. Роль тепломассообменных процессов // ПМТФ.— 1987.— № 3.
9. Нигматуллин Р. И. Динамика многофазных сред.— М.: Наука, 1987.— Ч. 1.
10. Kazakov Y. V., Fedorov A. V., Fomin V. M. Calculation of the dust cloud expansion into the atmosphere // Arch. Combust.— 1987.— V. 7, N 1—2.
11. Борнцов А. А., Вахгельт А. Ф., Накоряков В. Е. Распространение длинноволновых возмущений конечной амплитуды в газовзвешах // ПМТФ.— 1980.— № 5.
12. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн.— М.: Наука, 1979.
13. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика // Гидродинамика.— М.: Наука, 1984.— Т. 6.
14. Оренбах З. М., Шрейбер И. Р. Распространение волн в жидкости с фазовыми переходами // Акуст. журн.— 1986.— Т. 32, № 1.
15. Гапонов В. А. Пакет программ быстрого преобразования Фурье с приложениями к моделированию случайных процессов.— Новосибирск, 1976.— (Препр./АН СССР, Спб. отд-ние, ИТ).
16. Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В., Ягола А. Г. Регуляризирующие алгоритмы и априорные информации.— М.: Наука, 1983.
17. Ярославский Л. Г., Мерзляков И. С. Методы цифровой голографии.— М.: Наука, 1977.

г. Казань,
г. Тюмень

Поступила 21/II 1989 г.,
в окончательном варианте — 28/XI 1989 г.

УДК 536.24 + 517.946

В. А. Ломазов

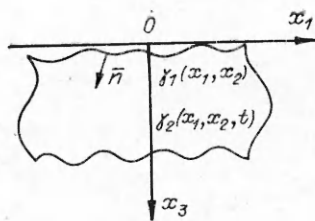
ОБ ОДНОЙ ПОСТАНОВКЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛОВОЙ ДИАГНОСТИКИ «ЗАЩИТНОГО» СЛОЯ

Под проблемой диагностики понимается задача определения характеристик тела по экспериментально полученной информации о физических полях, возникающих в нем под влиянием специальным образом подобранных внешних воздействий [1, 2]. Условия эксплуатации ряда изделий, связанные с комбинированным воздействием облучения, силовых и тепловых нагрузок, сильных магнитных полей и агрессивных сред, требуют обеспечения необходимой безопасности. При этом значительное внимание должно уделяться изучению разрушительного влияния данных воздействий на характеристики материала как в рамках периодического контроля за состоянием эксплуатируемой конструкции, так и в режиме тестовых лабораторных испытаний разрабатываемых материалов [3].

В настоящей работе рассматривается задача определения изменений удельной теплоемкости и коэффициента теплопроводности материала (вследствие накопления микроповреждений) слабо криволинейного «защитного» слоя по результатам термометрических измерений температуры на его доступной поверхности, в то время как другая поверхность подвергается разрушительному воздействию агрессивной среды. Исследуется возможность определения изменения толщины слоя (что также может являться следствием влияния разрушающих факторов) и уточнения температуры агрессивной среды. В математическом плане задача относится к типу обратных задач математической физики [4].

8 ПМТФ № 2, 1991 г.

113



Р и с. 1

1. Распространение тепла в неоднородном криволинейном слое $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3) | -\infty < x_1, x_2 < \infty, \gamma_1 \leq x_3 \leq \gamma_2\}$,

$$0 \leq \gamma_1 < \gamma_2 \leq H - \text{const}, \quad \gamma_1 = \gamma_1(x_1, x_2),$$

$$\gamma_2 = \gamma_2(x_1, x_2, t) \in C^1$$

(рис. 1) в соответствии с [5] может быть описано соотношениями

$$(1.1) \quad C_\varepsilon \theta - (K \theta_{,i})_{,i} = f;$$

$$(1.2) \quad (a\theta + b n_i \theta_{,i})|_{x_3=\gamma_1} = p(x_1, x_2, t),$$

$$(1.3) \quad n_k = \gamma_{1,k} (1 + \gamma_{1,1}^2 + \gamma_{1,2}^2)^{-1/2}, \quad n_3 = (1 + \gamma_{1,1}^2 + \gamma_{1,2}^2)^{-1/2}, \quad k = 1, 2;$$

$$\theta|_{x_3=\gamma_2} = q(x_1, x_2, t);$$

$$(1.4) \quad \theta|_{t=0} = \varphi(x_1, x_2, x_3).$$

Здесь удельная теплоемкость C_ε и коэффициент теплопроводности слоя K зависят от пространственных переменных $x = (x_1, x_2, x_3)$, а относительная температура θ является функцией x и времени t . Точка означает частную производную по времени, индекс после запятой — производную по соответствующей координате, всюду $k = 1, 2, i = 1, 2, 3, m = 1, 2, \dots$ По повторяющемуся индексу (если противное не оговорено) производится суммирование. Граничное условие (1.2) представляет условие теплообмена на внешней (доступной) поверхности слоя $x_3 = \gamma_1$. Условие (1.3) задано на внутренней (контактирующей с некоторой агрессивной средой температуры q) поверхности $x_3 = \gamma_2$. Эта поверхность полагается недоступной для проведения непосредственных измерений, и в силу действия различных факторов ее геометрия может меняться с течением времени, т. е. $\gamma_2 = \gamma_2(x_1, x_2, t)$.

Рассматриваемая нами задача диагностики заключается в определении удельной теплоемкости $C_\varepsilon(x)$ и коэффициента теплопроводности $K(x)$, а также в уточнении геометрии слоя (функции $\gamma_2(x_1, x_2, t)$ и температуры агрессивной среды $q(x, t)$ из двух задач вида (1.1)–(1.4) при различных условиях иницирования тепловых процессов (после подстановки $\{\theta, f, p, \varphi\}^k \rightarrow \{\theta, f, p, \varphi\}$ в (1.1)–(1.4)) по дополнительной информации

$$(1.5) \quad \theta^k|_{x_3=\gamma_1} = \chi^k(x_1, x_2, t), \quad K|_{x_3=\gamma_1} = K^{(0)}.$$

Соотношения (1.5) — следствия непосредственных измерений на внешней поверхности слоя, не подвергающейся разрушающим воздействиям, тогда $\gamma_1 = \gamma_1(x_1, x_2)$, $K^{(0)} = \text{const}$. С учетом (1.5) граничное условие (1.2) заменим уравнением

$$(n_i \theta_{,i}^k)|_{x_3=\gamma_1} = (p^k - \alpha \chi_{,t}^k)/\alpha = S^k(x_1, x_2, t).$$

Примем, что исследуемый слой слабо неоднородный, т. е. величины $\|C_\varepsilon - C_\varepsilon^{(0)}\|_{C^0}/C_\varepsilon^{(0)}$, $\|K - K^{(0)}\|_{C^1}/K^{(0)}$ имеют порядок малости $O(\varepsilon)$, $0 < \varepsilon \ll 1$, где $C_\varepsilon^{(0)}$, $K^{(0)} = \text{const}$ — характеристики, соответствующие контрольному (неподвергнутому действию разрушающих факторов) однородному слою. Данное предположение справедливо, по крайней мере на начальном этапе накопления микрповреждений в материале. Слабая неоднородность теплофизических свойств материала вовсе не означает, что он будет таковым и в прочностном плане. Так, α -облучение металлов меняет K на 10–15 %, в то время как предел текучести увеличивается в несколько раз [6]. Значит, неравномерное облучение вызывает слабую неоднородность теплопроводных характеристик металлов, определив которую и выделив зоны с различным уровнем радиационных повреждений, можно оценить резервы прочности изделия. Ограничившись рассмотрением слабо криволинейных слоев, получим $\|\gamma_1(x_1, x_2)\|_{C^1}/H$, $\|\gamma_2(x_1, x_2, t) - H\|_{C^1}/H \sim O(\varepsilon)$, $0 < \varepsilon \ll 1$, $0 < H - \text{const}$.

Сравним тепловой процесс $\theta^h(x, t)$ с аналогичным образом инициированным процессом $\theta^{(0)h}(x, t)$, протекающим в контрольном однородном слое $\Omega^{(0)} = \{x | -\infty < x_1, x_2 < \infty, 0 \leq x_3 \leq H\}$. Процесс $\theta^{(0)h}(x, t)$ описывается соотношениями (1.1)–(1.4) после замены $\{C_\varepsilon^{(0)}, K^{(0)}, q^{(0)}, 0, H\} \rightarrow \{C_\varepsilon, K, q, \gamma_1, \gamma_2\}$, где $C_\varepsilon^{(0)}, K^{(0)}, q^{(0)}, H = \text{const}$. Предположим, что влияние слабой неоднородности, малого изменения толщины защитного слоя и небольшого отклонения от постоянного значения $q(x, t)$ на количественные характеристики возбужденного в слое теплового процесса тоже достаточно мало, т. е. на доступной поверхности слоя $\theta^h|_{x_3=\gamma_1} = \theta^{(0)h}|_{x_3=\gamma_1} + \varepsilon \theta^{(1)h}|_{x_3=\gamma_1}$, причем $\|\theta^{(1)h}|_{x_3=\gamma_1}\|_{C^2} \sim O(\|\theta^{(0)h}|_{x_3=\gamma_1}\|_{C^2})$. Полагаем, что искомые характеристики исследуемого слоя и протекающих в нем тепловых процессов аналитичны по введенному малому параметру ε :

$$\{\theta^h, C_\varepsilon, K\} = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^m \{\theta^h, C_\varepsilon, K\}.$$

Учитывая сказанное и принимая $\gamma_1(x_1, x_2) = \varepsilon \alpha_1(x_1, x_2)$, $\gamma_2(x_1, x_2, t) = H + \varepsilon \alpha_2(x_1, x_2, t)$, можно при помощи разложения в ряд Тейлора перейти от значений функций на поверхностях $x_3 = \gamma_1$, $x_3 = \gamma_2$ к соответствующим величинам на плоскостях $x_3 = 0$, $x_3 = H$. Принятые предположения позволяют, согласно методу возмущений, перейти от (1.1)–(1.5) в области $\Omega \times R_+$ к цепочке уравнений в области $\Omega^{(0)} \times R_+$

$$(1.6) \quad C_\varepsilon^{(0)} \theta^{(0)h}_{,ii} - K^{(0)} \theta^{(0)h}_{,ii} = f^h, \\ \dots \dots \dots$$

$$C_\varepsilon^{(0)} \theta^{(m)h}_{,ii} - K^{(0)} \theta^{(m)h}_{,ii} = \sum_{s=0}^{m-1} [(K^{(m-s)} \theta^{(s)h}_{,i,i})_{,i} - C_\varepsilon^{(m-s)} \theta^{(s)h}_{,i,i}],$$

замыкаемых начальными и граничными условиями

$$(1.7) \quad \theta^{(m)h}|_{t=0} = \delta_{0m} \varphi^h;$$

$$(1.8) \quad \sum_{s=0}^m \left[\frac{\alpha_1^s}{s!} \frac{\partial^s}{\partial x_3^s} \left(a \theta^{(m-s)h} + b \sum_{r=0}^{m-s} (\theta^{(m-s-r)h}_{,i} n_i^{(r)}) \right) \right] \Big|_{x_3=0} = \delta_{0m} p^h$$

($n_i^{(r)}$ — коэффициенты разложения n_i в ряд по степеням ε ; $n_1^{(0)} = n_2^{(0)} = 0$, $n_3^{(0)} = 1$);

$$(1.9) \quad \sum_{s=0}^m \left(\frac{\alpha_2^s}{s!} \frac{\partial^s}{\partial x_3^s} \theta^{(m-s)h} \right) \Big|_{x_3=H} = q^{(m)};$$

$$(1.10) \quad \sum_{s=0}^m \left(\frac{\alpha_1^s}{s!} \frac{\partial^s}{\partial x_3^s} \theta^{(m-s)h} \right) \Big|_{x_3=0} = \delta_{0m} \chi^{(0)h} + \delta_{1m} \chi^{(1)h};$$

$$(1.11) \quad \sum_{s=0}^m \left(\frac{\alpha_1^s}{s!} \frac{\partial^s}{\partial x_3^s} K^{(m-s)} \right) \Big|_{x_3=0} = \delta_{0m} K^{(0)}.$$

В соответствии с физическим смыслом задачи характеристики $C_\varepsilon^{(0)}, K^{(0)}, q^{(0)}$ контрольного слоя считаем известными, т. е. задача заключается в уточнении искомых величин — определении изменений характеристик исследуемого слоя. Структура (1.7)–(1.11) позволяет искать $\{\theta^h, C_\varepsilon, K\}^{(m)}$ последовательно по m . Приведем алгоритм нахождения этих величин.

2. Первое векторное уравнение из (1.6) при $m = 0$ не содержит неизвестных $\{\theta^h, C_\varepsilon, K\}^{(m)}$ ($m = 1, 2, \dots$) и вместе с (1.7)–(1.9) при $m = 0$ представляет относительно $\theta^{(0)h}$ ($k = 1, 2$) две обычные начально-

краевые задачи для уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами в области $\Omega^{(0)} \times R_+$. Для простоты будем полагать, что их решения известны и имеют стационарный вид $\theta^{(0)k}(x, t) = \exp(-a_k t) g_k(x) + q_k$ (по $k = 1, 2$ не суммировать, $a_k, q_k - \text{const}$), что, естественно, накладывает ограничения на $\{f, p, \varphi\}^k$, т. е. на условия инициирования тепловых процессов в исследуемом «защитном» слое.

3. Согласно (1.6)–(1.11), относительно функций $\{\theta^k, C_\varepsilon, K\}^{(1)}$ имеем

$$(3.1) \quad C_\varepsilon^{(0)} \theta^{(1)k} - K^{(0)} \theta_{,ii}^{(1)k} = (K^{(1)} \theta_{,i}^{(0)k})_{,i} - C_\varepsilon^{(1)} \theta^{(0)k};$$

$$(3.2) \quad \theta^{(1)k}|_{t=0} = 0;$$

$$(3.3) \quad (a \theta^{(1)k} + b \theta_{,3}^{(1)k})|_{x_3=0} = -(b \theta_{,i}^{(0)k} n_i^{(1)} + \alpha_1 (a \theta_{,3}^{(0)k} + b \theta_{,33}^{(0)k}))|_{x_3=0};$$

$$(3.4) \quad (\theta^{(1)k} + \alpha_1 \theta_{,3}^{(0)k})|_{x_3=0} = \chi^{(1)k};$$

$$(3.5) \quad K^{(1)}|_{x_i=0} = 0.$$

Определение этих функций во многом аналогично линейаризованной обратной задаче для уравнения теплопроводности, рассмотренной в рамках термоупругой диагностики в [1, 2]. Приведем только этапы ее решения: 1 — определение $\theta^{(1)k}(x, t)$; 2 — восстановление $C_\varepsilon^{(1)}(x)$, $K^{(1)}(x)$ из правой части (3.1).

Этап 1. Применим к (3.1) оператор $l = \partial/\partial t + a_k I$ (I — единичный оператор), при каждом фиксированном k получим

$$(3.6) \quad C_\varepsilon^{(0)} T^* - K^{(0)} T_{,ii} = 0;$$

которое будем рассматривать в области $\{(x, t) | x_1, x_2 \in R; x_3, t \in R_+\}$. Относительно введенной неизвестной функции $T = \theta^{(1)k} + a_k \theta^{(1)k}$ из (3.2)–(3.4) имеем

$$(3.7) \quad T|_{x_3=0} = l \chi^{(1)};$$

$$(3.8) \quad T_{,3}|_{x_3=0} = -\frac{a}{b} l \chi^{(1)}.$$

Соотношения (3.6)–(3.8) представляют собой задачу Коши для уравнения теплопроводности с данными на временно-подобной поверхности [7]. Задача принадлежит к типу условно-корректных, что приводит к условной корректности всей задачи диагностики. Единственность ее решения в различных классах функций показана в [4, 7, 8]. Там же приведены методы построения решения. Так, задача может быть сведена к негиперболической задаче Коши для волнового уравнения (с данными на временно-подобной поверхности) при помощи преобразования L [9], где

$$T(x, t) = L^{-1} W(x, t) = (\pi t)^{-1/2} \int_0^\infty \exp(-\tau^2/4t) W(x, \tau) d\tau.$$

Задача определения $W(x, t)$

$$\sqrt{C_\varepsilon^{(0)}} W - K^{(0)} W_{,ii} = 0, \quad W|_{x_3=0} = L(l \chi^{-1}), \quad W_{,3}|_{x_3=0} = -\frac{a}{b} L(l \chi^{-1})$$

также условно-корректна в классе функций C^n [10], но является классически корректной (по Адамару) в классе аналитических функций и при помощи замены Вольтерра [11] $i\tilde{x}_3 \rightarrow t, \tilde{it} \rightarrow x_3$ (i — мнимая единица) сводится к обычной задаче Коши для волнового уравнения. Решение последней может быть найдено по формуле Кирхгофа [10]. Определив W , а затем T , нетрудно из $\theta^{(1)k} + a_k \theta^{(1)k} = T, \theta^{(1)k}|_{t=0} = 0$ восстановить

$$\theta^{(1)k}(x, t) = \exp(-a_k t) \int_0^t \exp(a_k \tau) T(x, \tau) d\tau.$$

При этом процедура этапа 1 должна быть проделана при $k = 1, 2$, т. е. 2 раза.

Этап 2. Зная $\theta^{(1)k}(x, t)$, можно найти правую часть (3.1): $\exp(-a_k t) \times F^{(1)k}(x)$ (по $k = 1, 2$ не суммировать). Таким образом, задача этого этапа заключается в определении $C_\varepsilon^{(1)}(x)$, $K^{(1)}(x)$ из системы уравнений

$$(3.9) \quad a_k C_\varepsilon^{(1)} g_k - (K^{(1)} g_{k,i})_{,i} = F^{(1)k}, \quad x_1, x_2 \in R, \quad x_3 \in R_+.$$

Исключая из (3.9) неизвестную функцию $C_\varepsilon^{(1)}$, входящую в эти уравнения алгебраическим образом, относительно $K^{(1)}$ получим линейное дифференциальное уравнение первого порядка

$$(3.10) \quad a_1 g_1 (K^{(1)} g_{2,i})_{,i} - a_2 g_2 (K^{(1)} g_{1,i})_{,i} = a_1 g_1 F^{(1)2} - a_2 g_2 F^{(1)1}.$$

Однозначность определения $K^{(1)}$ из этого уравнения и из (3.5) (необходимо, например, чтобы плоскость $x_3 = 0$ не была ни характеристической поверхностью, ни огибающей семейства характеристических поверхностей [10]) зависит от значений a_k , $g_k(x)$, т. е. от условий проведения тестовых испытаний. После нахождения $K^{(1)}$ из (3.9) имеем

$$C_\varepsilon^{(1)} = (F^{(1)1} - (K^{(1)} g_{1,i})_{,i}) / a_1 g_1.$$

4. Для определения $\{C_\varepsilon, K, \theta^{(k)}\}^{(2)}$ из (1.8)–(1.11) запишем

$$(4.1) \quad C_\varepsilon^{(0)} \theta^{(2)k} - K^{(0)} \theta_{,ii}^{(2)k} = (K^{(2)} \theta_{,i}^{(0)k})_{,i} - C_\varepsilon^{(2)} \theta^{(0)k} + [(K^{(1)} \theta_{,i}^{(1)k})_{,i} - C_\varepsilon^{(1)} \theta^{(1)k}],$$

$$(4.2) \quad \theta^{(2)k}|_{t=0} = 0;$$

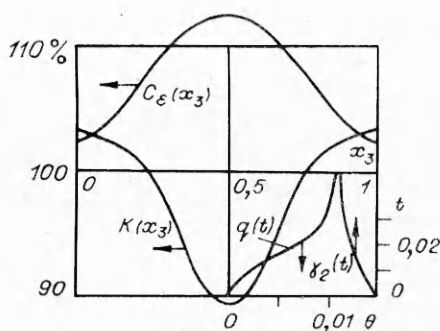
$$(4.3) \quad (a\theta^{(2)k} + b\theta_{,3}^{(2)k})|_{x_3=0} = - \left[\sum_{s=1}^2 \left(\frac{\alpha_1^s}{s} \frac{\partial^s}{\partial x_3^s} \left(a\theta^{(2-s)k} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + b \sum_{r=0}^{2-s} (\theta_{,i}^{(2-s-r)k} n_i^{(r)}) \right) \right) \right] \Big|_{x_3=0};$$

$$(4.4) \quad \theta^{(2)k}|_{x_3=0} = - \left[\alpha_1 \theta_{,3}^{(1)k} - \frac{\alpha_1^2}{2} \theta_{,33}^{(0)k} \right] \Big|_{x_3=0};$$

$$(4.5) \quad K^{(2)}|_{x_3=0} = - [\alpha_1 K_{,3}^{(1)}] \Big|_{x_3=0}.$$

В (4.1)–(4.5) квадратными скобками выделены выражения, состоящие из уже найденных функций. Представим искомое решение в виде $\theta^{(2)k} = U^k + V^k$, где векторная функция V^k удовлетворяет (4.1)–(4.3) в области $\{(x, t) | x_1, x_2 \in R; x_3, t \in R_+\}$, в которых в качестве правых частей стоят только выражения в квадратных скобках. Задача определения V^k в математическом плане — это две обычные начально-краевые задачи, описывающие процессы распространения тепла в полупространстве при заданных условиях теплообмена на границе и с учетом распределенных тепловых источников. После нахождения $V^k(x, t)$ определение U^k , $C_\varepsilon^{(2)}$, $K^{(2)}$ из (4.1)–(4.5) совершенно аналогично определению $\theta^{(1)k}$, $C_\varepsilon^{(1)}$, $K^{(1)}$ из (3.1)–(3.5). Таким образом можно получить все члены разложений характеристик тепловых процессов $\theta^k(x, t)$, используемых для диагностики, и члены разложений характеристик исследуемого слоя $C_\varepsilon(x)$, $K(x)$.

5. При решении задачи искомые функции $\theta^k(x, t)$, $C_\varepsilon(x)$, $K(x)$ были определены в полупространстве $x_3 \geq 0$. Физический смысл имеют только ограничения этих функций на область, занимаемую слоем. Однако форма внутренней контактирующей с агрессивной средой поверхности слоя (в отличие от доступной поверхности) неизвестна, и ее определение (уточнение), наряду с уточнением значения температуры q на этой поверхности, также представляет практический интерес. В некоторых случаях эти величины находят из анализа температурных полей $\theta^k(x, t)$. Воспользуемся тем, что q является температурой агрессивной среды и не зависит от условий возбуждения тепловых процессов, применяемых при проведении испытаний. Значит, на искомой поверхности $\theta^k|_{x_3=y_2} = q$, $k = 1, 2$



Р и с. 2

Данные соотношения можно рассматривать как систему уравнений относительно $\gamma_2(x_1, x_2, t)$ и $q(x_1, x_2, t)$. В отличие от задачи определения $C_\varepsilon(x)$, $K(x)$, где классическая и условная корректность входящих в нее задач делает всю ее условно-корректной, при нахождении γ_2, q нельзя без наложения дополнительных условий гарантировать ни существования, ни единственности решения. Однако иногда эта практически важная информация может быть достаточно легко получена из анализа численных значений темпе-

ратурных полей θ^1, θ^2 .

Опишем некоторые результаты расчетов. В (1.6)–(1.14) проводилась обезразмеривающая замена переменных по формулам $\bar{x}_i = x_i/H$, $\bar{t} = K^{(0)}t/(C_\varepsilon^{(0)}H^2)$, $\bar{\theta} = \theta/T_0$, $\bar{C}_\varepsilon = C_\varepsilon/C_\varepsilon^{(0)}$, $\bar{K} = K/K^{(0)}$. В рамках иллюстрационного примера полагалось, что $\gamma_1 = 0$, а $\gamma_2, C_\varepsilon, K$ не зависят от x_1, x_2 . Тогда использование равномерно распределенных по поверхности $x_3 = 0$ тепловых воздействий и не зависящих от x_1, x_2 распределений тепловых источников делает задачу диагностики «защитного» слоя одномерной по пространственной координате x_3 .

Для расчетов использовалось $a_1 = 0$, $a_2 = 4\pi^2$, $\bar{K}|_{x_3=0} = 1, 3$, $\bar{g}_1 = \sin \pi x_3$, $\bar{g}_2 = -\sin \pi x_3$, $\bar{\chi}^{(1)1} = \bar{\chi}^{(1)2} = 0$, $S^1 = 0,1(1 - \exp(-9\pi^2 \bar{t}))$, $S^2 = 0,4(\exp(-4\pi^2 \bar{t}) - \exp(-\pi^2 \bar{t}))$.

На рис. 2 приведены распределения $C_\varepsilon(x_3)$, $K(x_3)$ в процентном отношении к их контрольным постоянным значениям, а также графики изменения толщины слоя $\gamma_2(t)$ и температуры агрессивной среды $q(t)$ с течением времени. Приведенные значения соответствуют учету первых трех членов разложений. Учет четвертого члена не вносит заметного количественного вклада при вычислении данных величин, что может свидетельствовать о сходимости рядов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ломазов В. А., Немировский Ю. В. Об одной постановке задачи диагностики для термоупругой среды // ПМТФ.— 1984.— № 5.
2. Ломазов В. А., Немировский Ю. В. Математическая модель проблемы диагностики термоупругой среды // ПММ.— 1986.— Т. 50, № 2.
3. Коллакот Р. Диагностика повреждений.— М.: Мир, 1989.
4. Романов В. Г. Обратные задачи математической физики.— М.: Наука, 1984.
5. Лыков А. В. Теория теплопроводности.— М.: Высш. шк., 1967.
6. Конобеевский С. Т. Действие облучения на материалы.— М.: Атомиздат, 1967.
7. Лаврентьев М. М., Романов В. Г., Шинятский С. П. Некорректные задачи математической физики и анализа.— М.: Наука, 1980.
8. Романов В. Г. Обратные задачи для дифференциальных уравнений.— Новосибирск: Изд-во НГУ, 1973.
9. Резницкая К. Г. Связь между решениями задачи Коши для уравнений различного типа и обратные задачи // Математические проблемы геофизики и обратные задачи.— Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1974.— Вып. 5, ч. 1.
10. Курант Р. Уравнения с частными производными.— М.: Мир, 1964.
11. Адамар Ж. Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа.— М.: Наука, 1978.

г. Белгород

Поступила 21/XI 1989 г.