УДК 533.526 + 536.24

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА ПРИ ПРОСТРАНСТВЕННОМ ОБТЕКАНИИ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ

В. И. Зинченко, К. Н. Ефимов, А. Г. Катаев, А. С. Якимов

Томский государственный университет, 634050 Томск

Исследованы способы управления тепловыми режимами при пространственном обтекании затупленного тела сверхзвуковым потоком с одновременным использованием вдува газа с поверхности пористого затупления и перетекания тепла в материале оболочки. Решение задачи в сопряженной постановке позволило учесть влияние неизотермичности стенки оболочки на характеристики тепло- и массообмена в пограничном слое. Показана эффективность использования теплопроводных материалов для снижения максимальных температур в зоне завесы.

При конструировании высокоскоростных летательных аппаратов одной из наиболее сложных проблем является тепловая защита конструкции. Возрастание требований к точности определения характеристик тепло- и массообмена оболочки обтекаемого тела приводит к необходимости решения задачи в сопряженной постановке [1–3].

При повышении тепловых нагрузок материалы конструкции зачастую работают на пределе своих возможностей. Поэтому представляет интерес изучение высокотеплопроводных материалов, обеспечивающих понижение температуры поверхности T_w . Альтернативным решением проблемы, по-видимому, является отработка комбинированной тепловой защиты [3, 4].

В настоящей работе приведены результаты решения задачи прогрева оболочки сферически затупленного конуса, обтекаемого сверхзвуковым потоком воздуха под различными углами атаки, при ламинарном течении в пограничном слое. При этом для понижения максимальной температуры поверхности использовались высокотеплопроводные материалы оболочки обтекаемого аппарата и вдув газа с поверхности пористого сферического затупления.

1. Постановка задачи. Для модели совершенного газа система уравнений пространственного пограничного слоя в естественной системе координат, связанной с внешней поверхностью обтекаемой оболочки, имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial s}(\rho u r_w) + \frac{\partial}{\partial n}(\rho v r_w) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho w) = 0,$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{w}{r_w} \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{w^2}{r_w} \frac{\partial r_w}{\partial s} \right) = -\frac{\partial p_e}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial n} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial n} \right),$$

$$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial s} + v \frac{\partial w}{\partial n} + \frac{w}{r_w} \frac{\partial w}{\partial \eta} + \frac{uw}{r_w} \frac{\partial r_w}{\partial s} \right) = -\frac{1}{r_w} \frac{\partial p_e}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial n} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial n} \right),$$
(1)

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 99-01-00352).

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial s} + v \frac{\partial T}{\partial n} + \frac{w}{r_w} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) = \frac{\partial}{\partial n} \left(\mu \frac{\partial T}{\partial n} \right) + u \frac{\partial p_e}{\partial s} + \frac{w}{r_w} \frac{\partial p_e}{\partial \eta} + \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial n} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial n} \right)^2 \right],$$
$$p = \rho RT/m, \qquad p = p_e(s, \eta).$$

Для пористой сферической оболочки (0 < s < s₁) при одномерной фильтрации вдуваемого газа в направлении нормали к поверхности в рассматриваемой системе координат, связанной с осью симметрии тела, имеем [4]

$$(\rho c_p)_1 (1-\varphi) \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{1}{r_1 H_1} \Big[\frac{\partial}{\partial n_1} \Big(r_1 H_1 \lambda_1 (1-\varphi) \frac{\partial T_1}{\partial n_1} \Big) + \frac{\partial}{\partial s} \Big(\frac{r_1 \lambda_1}{H_1} (1-\varphi) \frac{\partial T_1}{\partial s} \Big) + \frac{\partial}{\partial \eta} \Big(\frac{H_1 \lambda_1}{r_1} (1-\varphi) \frac{\partial T_1}{\partial \eta} \Big) \Big] + (\rho v)_w \frac{r_{1w}}{r_1 H_1} c_{p,r} \frac{\partial T_1}{\partial n_1}, \quad (2)$$

 $0 < n_1 < L, \quad 0 < \eta < \pi, \quad H_1 = (R_N - n_1)/R_N, \quad r_1 = (R_N - n_1)\sin \bar{s}, \quad \bar{s} = s/R_N.$

Для конической части тела (

$$s_1 < s < s_k)$$
уравнение теплопроводности примет вид

$$r_2 \rho_2 c_{p2} \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial n_1} \left(r_2 \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n_1} \right) + \frac{\partial}{\partial s} \left(r_2 \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial s} \right) + \frac{1}{r_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial \eta} \right),$$

$$r_2 = (R_N - n_1) \cos \theta + (s - s_1) \sin \theta.$$
(3)

Граничные и начальные условия запишем следующим образом. На внешней границе пограничного слоя $(n \to \infty)$

$$u \to u_e(s,\eta), \qquad w \to w_e(s,\eta), \qquad T \to T_e(s,\eta),$$
(4)

где u_e, w_e, T_e и P_e определяются из решения системы уравнений Эйлера методом [5].

На поверхности обтекаемого тела

$$u(s,\eta) = w(s,\eta) = 0, \qquad (\rho v) = (\rho v)_w(s,\eta) = \text{const} \qquad (0 < s < s_1), (\rho v) = 0 \qquad (s_1 \le s \le s_k).$$
(5)

На внешней поверхности оболочки ($0 \leq \eta \leq \pi$)

$$\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n}\right)\Big|_{w} - \varepsilon_{1}\sigma T_{1w}^{4} = -\lambda_{1}(1-\varphi)\left(\frac{\partial T_{1}}{\partial n_{1}}\right)\Big|_{w}, \qquad \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n}\right)\Big|_{w} - \varepsilon_{2}\sigma T_{2w}^{4} = -\lambda_{2}\left(\frac{\partial T_{2}}{\partial n_{1}}\right)\Big|_{w}.$$
 (6)

На внутренней поверхности полусферы и конической части выполняются соотношения [4]

$$\lambda_{1}(1-\varphi) \frac{\partial T_{1}}{\partial n_{1}}\Big|_{n_{1}=L} = -\frac{r_{1w}c_{p,r}(\rho v)_{w}}{(r_{1}H_{1})_{n_{1}=L}}(T_{1L}-T_{H}), \qquad 0 < s < s_{1},$$

$$\lambda_{1} \frac{\partial T_{2}}{\partial n_{1}}\Big|_{n_{1}=L} = 0, \qquad s_{1} \leqslant s \leqslant s_{k}.$$

$$(7)$$

На кольце сопряжения сфера — конус $(s = s_1)$ используются условия идеального контакта, а при $s = s_k$ — адиабатическое условие:

$$\frac{\lambda_1(1-\varphi)}{H_1} \frac{\partial T_1}{\partial s}\Big|_{s=s_1-0} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial s}\Big|_{s=s_1+0}, \quad T_1\Big|_{s=s_1-0} = T_2\Big|_{s=s_1+0}, \quad \frac{\partial T_2}{\partial s}\Big|_{s=s_k} = 0.$$
(8)

При наличии плоскости симметрии течения

$$\left(\frac{\partial T_i}{\partial \eta}\right)\Big|_{\eta=0} = \left(\frac{\partial T_i}{\partial \eta}\right)\Big|_{\eta=\pi} = 0, \qquad i = 1, 2.$$
(9)

Начальные условия:

$$T_1\big|_{t=0} = T_2\big|_{t=0} = T\big|_{t=0} = T_{\mathbf{H}}.$$
(10)

В (1)–(10) u, v, w — компоненты вектора среднемассовой скорости в естественной системе координат (s, n, η) ; p, ρ, T — давление, плотность, температура; t — время; $(\rho v)_w$ — поток газа-охладителя; c_p, λ, μ — теплоемкость, теплопроводность, динамическая вязкость; m — молекулярная масса; R — универсальная газовая постоянная; r_w, r_1, H_1 — коэффициенты Ламе; φ — пористость; R_N — радиус сферического затупления; σ — постоянная Стефана — Больцмана; ε_i (i = 1, 2) — коэффициенты излучательной способности поверхности оболочки; нормаль к поверхности n_1 направлена в глубь оболочки; L — толщина оболочки; θ — угол конусности; индексы e, w соответствуют величинам на внешней границе пограничного слоя и на поверхности обтекаемого тела, 1, 2 — характеристикам конденсированной фазы сферической и конической частей тела, г — газовой фазе пористой сферической оболочки, н — начальным условиям; k — периферийному участку оболочки, черта — безразмерным величинам.

Уравнения сохранения в (1) записаны при допущении неизменности состава, справедливом при вдуве газа, состав которого совпадает с составом набегающего потока (в данном случае воздуха).

Краевая задача (1)–(10) решалась численно итерационно-интерполяционным методом [6].

Решение уравнений (1) проводилось в переменных Дородницына — Лиза для ламинарного режима течения в пограничном слое, для решения трехмерных нестационарных уравнений (2), (3) использовалась локально-одномерная схема расщепления [7]. Геометрия модели, давление в точке торможения, интенсивность и закон расхода вдуваемого газа с поверхности затупления взяты из работы [8]: число Маха в набегающем потоке $M_{\infty} = 5$, $R_N = 0.0508$ м, давление в точке торможения $p_{e0} = 3.125 \cdot 10^5$ H/M², $(\rho v)_w(\bar{s}, \eta) = \text{const}$, $T_{\rm H} = 288$ K, $T_{e0} = 1500$ K, энтальпия в точке торможения $h_{e0} = 1.536 \cdot 10^6$ Дж/кг, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.85$, $L = 2.2 \cdot 10^{-3}$ м, $\theta = 5^{\circ}$, угол атаки $\beta = 10^{\circ}$, $\varphi = 0.34$.

В качестве материала оболочки рассматривались асбоцемент ($\lambda_i = 0,349 \text{ Bt/(M} \cdot \text{K})$, $c_{pi} = 837 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K})$, $\rho_i = 1800 \text{ кг/м}^3$, i = 1, 2) и медь ($\lambda_i = 386 \text{ Bt/(M} \cdot \text{K})$, $c_{pi} = 370 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K})$, $\rho_i = 8950 \text{ кг/M}^3$, i = 1, 2) [9].

2. Анализ результатов численного решения. На рис. 1 представлены зависимости конвективного теплового потока из газовой фазы q_w^0 и температуры поверхности T_w от координаты \bar{s} на наветренной и подветренной сторонах плоскости симметрии при $(\rho v)_w = 0$. Сплошные линии соответствуют углу атаки $\beta = 10^\circ$, штриховые — $\beta = 0$. Рис. 1,*a* соответствует моменту t = 0. На рис. 1,*b* кривые 1, 2 получены для оболочки из асбоцемента, кривые 3, 4 — из меди, линии 5, 6 соответствуют условию $\lambda_i \to \infty$, i = 1, 2. Распределения температуры поверхности оболочки вычислены для стационарного $(t \to \infty)$ процесса нагрева тела, результаты расчета прогрева оболочки из меди без учета перетекания тепла по окружной координате η показаны крестиками.

Из рис. 1 следует, что область с наибольшей температурой поверхности непроницаемой оболочки совпадает с областью максимального теплового потока для ламинарного течения в пограничном слое в окрестности точки торможения. При этом изменение угла атаки вызывает смещение максимумов относительно центра симметрии обтекаемого тела.

Для нетеплопроводного материала температура поверхности равна радиационной равновесной температуре T_{wp} , поскольку для асбоцемента процесс прогрева является одномерным. Температура T_{wp} , определяемая из условия сохранения энергии на пористой и конической поверхностях [4]

$$q_w + c_{p,\Gamma}(\rho v)_w (T_{\rm H} - T_{wp}) = \varepsilon_1 \sigma T_{wp}^4, \qquad q_w = \varepsilon_2 \sigma T_{wp}^4,$$



является максимальной достижимой температурой поверхности в отсутствие перетекания тепла в продольном и окружном направлениях. В случае высокотеплопроводного материала оболочки максимальная температура поверхности заметно понижается. В то же время вследствие перетекания тепла по продольной и окружной координатам повышается температура поверхности конической части (особенно на подветренной стороне) по сравнению с T_{wp} . Неучет перетекания тепла в окружном направлении при пространственном обтекании тела приводит к увеличению значений T_w на наветренной стороне и уменьшению на подветренной. При $\lambda_i \to \infty$ (i = 1, 2) происходит значительное понижение температуры сферической части тела и выравнивание температурного профиля в обтекаемом материале, а значения температур поверхности согласуются с результатами расчетов [4].

Рассмотрим влияние расхода газа-охладителя с поверхности затупления. На рис. 2 приведены распределения тепловых потоков q_w при t = 0 и стационарных температур поверхности T_w при обтекании под углом атаки. Сплошные и штриховые кривые получены при значениях (ρv)_w = 1,626; 0,813 кг/($M^2 \cdot c$) соответственно. Вдув газа-охладителя с пористого затупления приводит к значительному снижению теплового потока на сферической части. При этом при (ρv)_w = 0,813 кг/($M^2 \cdot c$) наблюдается линейная зависимость $q_w(\rho v)_w$, хорошо согласующаяся с формулой работы [10] $q_w/q_w^0 = 1 - k(\rho v)_w/(\alpha/c_p)^0$, $k = 0,57 \div 0,61$, а при (ρv)_w = 1,626 кг/($M^2 \cdot c$) зависимость отношения теплового потока в критической точке к соответствующему значению q_w^0 в отсутствие вдува q_w/q_w^0 от параметра вдува (ρv)_w/(α/c_p)⁰ близка к экспериментально найденной в работе [8], в которой проведено исследование влияния интенсивных вдувов на тепловые потоки к пористой сферической поверхности.

Как следует из рис. 2, δ , зависимость $T_w(\bar{s})$ при вдуве газа-охладителя качественно отличается от распределения $T_w(\bar{s}, \eta)$ при $(\rho v)_w = 0$ для различных значений λ_i . Кривые 1 на рис. 2, δ соответствуют оболочке из асбоцемента, причем значения T_w совпадают с зна-



Рис. 3

чением радиационной температуры поверхности T_{wp} , кривые 2 получены для оболочки из меди, линии 3 соответствуют предельному случаю $\lambda_i \to \infty$. При $(\rho v)_w = 0.813 \text{ kr/(m^2 \cdot c)}$ с возрастанием λ_i на наветренной стороне конической части тела вследствие стока тепла в пористое затупление значения T_w уменьшаются по сравнению с T_{wp} , а на подветренной стороне в результате перетекания тепла температура поверхности становится существенно выше радиационной равновесной температуры. С увеличением расхода газа-охладителя характер зависимостей $T_w(\bar{s})$ и $T_{wp}(\bar{s})$ на конической части тела не меняется. На пористой части оболочки с возрастанием параметра вдува и теплопроводности материала происходит интенсивный сток тепла с конической поверхности, понижение и последующее выравнивание температуры сферического затупления.

В случае $\lambda_i \to \infty$ (кривые 3 на рис. 2,6) при $(\rho v)_w \neq 0$ температура поверхности более чем в два раза ниже по сравнению со случаем $(\rho v)_w = 0$ (см. рис. 1). Этот результат подтверждает вывод о целесообразности использования высокотеплопроводных материалов, обеспечивающих интенсивный сток тепла в область проницаемого затупления.

Представляет интерес исследование распределения $T_w(\bar{s},\eta)$ в стационарном режиме для различных расходов газа-охладителя и материалов с различными теплофизическими свойствами. На рис. 3 показано распределение тепловых потоков и температуры поверхности по продольной координате для медной оболочки. Как и на рис. 1, 2, значения q_w соответствуют моменту времени t = 0, T_w — стационарному нагреву тела. Сплошные, штриховые и штрихпунктирные кривые соответствуют (ρv)_w = 1,626; 0,813; 0 кг/($M^2 \cdot c$), а кривые 1–3 — температуре поверхности при $\eta = 0$; $\pi/2$; π . На рис. 4 изображено стационарное поле температур для низкотеплопроводного материала (асбоцемента) (обозначения те же, что на рис. 3).

Как и следовало ожидать, максимальное значение температуры поверхности тела достигается на наветренной стороне оболочки и соответствует максимальному значению



конвективного теплового потока из газовой фазы для $\eta = 0$ как в отсутствие вдува газаохладителя, так и при его наличии. Из анализа рис. 3, 4 следует, что при постоянном вдуве газа-охладителя вдоль образующей на сферической части тела в окрестности точки торможения значение T_{wp} превышает соответствующее значение T_w для медной оболочки. В то же время в окрестности сопряжения сфера — конус ($\bar{s} = \bar{s}_1$) вследствие перетекания тепла температура T_w значительно выше температуры поверхности нетеплопроводной оболочки.

Крестики на рис. 3, 4 соответствуют расчету в упрощенной постановке для коэффициента конвективного теплообмена, взятого из [11], при $\eta = \pi/2$ и $(\rho v)_w = 0$. Следует отметить удовлетворительное соответствие результатов решения задачи в раздельной и сопряженной постановках в отсутствие вдува газа-охладителя.

Помимо решения задачи в сопряженной постановке исследовался вопрос о правомерности использования раздельной постановки в случае заданного коэффициента конвективного теплообмена для изотермической (в начальный момент) поверхности тела. На рис. 5 приведена зависимость $T_w(\bar{s})$ в плоскости симметрии течения при стационарном обтекании оболочки, выполненной из меди ($\beta = 10^{\circ}$). Сплошные кривые соответствуют решению в сопряженной постановке, штриховые — в раздельной, кривые 1–3 получены при $(\rho v)_w = 0;$ 0.813; $1.626 \text{ kr/(m^2 \cdot c)}$ соответственно, крестики — результаты расчета в раздельной постановке для коэффициента теплообмена, взятого из [11], в плоскости симметрии течения при $(\rho v)_w = 0$. Из рис. 5 следует, что раздельная постановка может быть использована для расчета температурного поля оболочки в отсутствие вдува с поверхности при использовании значения коэффициента теплообмена для изотермической (в начальный момент) поверхности либо определенного по формулам работы [11]. При наличии вдува в зоне завесы применение приближенного подхода, основанного на использовании коэффициента теплообмена к изотермической поверхности, приводит к значительному увеличению температуры поверхности по сравнению с точным решением задачи прогрева в сопряженной постановке. Это обусловлено сложным характером теплообмена в случае неизотермической поверхности. В этих условиях, как показано в [1], в выражение для коэффициента теплообмена входит слагаемое $(\partial T_w/\partial \bar{s})/(T_{e0}-T_w)$, влияние которого становится существенным в зоне тепловой завесы, где реализуются значительные градиенты температур $\partial T_w/\partial \bar{s}.$

ЛИТЕРАТУРА

1. Зинченко В. И. Математическое моделирование сопряженных задач тепломассообмена. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1985.

- 2. Башкин В. А., Решетько С. М. О максимальной температуре затупления с учетом теплопроводности // Учен. зап. ЦАГИ. 1989. Т. 20, № 5. С. 53–59.
- 3. Зинченко В. И., Катаев А. Г., Якимов А. С. Исследование температурных режимов обтекаемых тел при вдуве газа с поверхности // ПМТФ. 1992. № 6. С. 57–64.
- Зинченко В. И., Якимов А. С. Исследование характеристик теплообмена при обтекании затупленного по сфере конуса под углом атаки и вдуве газа с поверхности затупления // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 4. С. 162–169.
- 5. Антонов В. А., Гольдин В. Д., Пахомов Ф. М. Аэродинамика тел со вдувом. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990.
- 6. Гришин А. М., Берцун В. Н., Зинченко В. И. Итерационно-интерполяционный метод и его приложения. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1981.
- 7. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971.
- 8. Feldhuhn R. H. Heat transfer from a turbulent boundary layer on a porous hemisphere. N. Y., 1976. (Paper / AIAA; N 119).
- 9. Полежаев Ю. В., Юревич Ф. Б. Тепловая защита. М.: Энергия, 1976.
- 10. Анфимов Н. А., Альтов В. В. Теплообмен, трение и массообмен в ламинарном многокомпонентном пограничном слое при вдуве инородных газов // Теплофизика высоких температур. 1965. № 3. С. 409–420.
- 11. Землянский Б. А., Степанов Г. И. О расчете теплообмена при пространственном обтекании тонких затупленных конусов гиперзвуковым потоком воздуха // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1981. № 5. С. 173–177.

Поступила в редакцию 14/II 2001 г., в окончательном варианте — 23/IV 2001 г.