УДК 536.46, 532.517,3; 535.3: 536.42

## БИХРОМАТИЧЕСКИЕ ЛАЗЕРНЫЕ ДОПЛЕРОВСКИЕ ИЗМЕРИТЕЛИ ВЕКТОРА СКОРОСТИ

© Ю. Н. Дубнищев<sup>1,2,4</sup>, Т. Я. Дубнищева<sup>3</sup>, В. Г. Нечаев<sup>2</sup>

 <sup>1</sup>Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090, г. Новосибирск, просп. Академика Лаврентьева, 1
 <sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет, 630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20
 <sup>3</sup>Новосибирский государственный университет экономики и управления, 630099, г. Новосибирск, ул. Каменская, 56а
 <sup>4</sup>Конструкторско-технологический институт научного приборостроения, 630058, г. Новосибирск, ул. Русская, 41 E-mail: dubnistchev@itp.nsc.ru

Обсуждается возможность построения лазерных доплеровских измерителей вектора скорости, основанная на использовании бихроматического источника пространственно совмещённых гауссовых или бесселевых пучков, двухволнового брэгговского одноканального акустооптического модулятора с отношением частот ультразвуковых волн, равным отношению волновых чисел дифрагирующих лазерных пучков. Пространственная, хроматическая и частотная структура координатно-измерительного 3D-базиса, сформированная из гауссовых или бесселевых пучков одной и той же последовательностью оптических элементов, и адекватное к структуре рассеянного исследуемой средой света фотоэлектрическое преобразование обеспечивают минимальную аппаратную ширину спектра доплеровского сигнала и повышенную помехоустойчивость.

*Ключевые слова:* бихроматический лазерный доплеровский измеритель вектора скорости, двухволновой одноканальный акустооптический модулятор, бесселевский лазерный доплеровский анемометр.

DOI: 10.15372/AUT20200403

Введение. Возможность применения лазерного излучения для измерения скорости по доплеровскому сдвигу частоты в рассеянном движущимся объектом свете была показана вскоре после изобретения лазеров [1]. Первая монография, посвящённая теории и практике лазерных доплеровских измерителей скорости (ЛДИС) появилась уже в 1975 г. [2]. В дальнейшем лазерные доплеровские измерительные технологии, их приборные реализации и разнообразные приложения в научных исследованиях и в промышленности интенсивно развивались, что отражено в [3–5]. Структура ЛДИС состоит из оптического измерительного устройства и блока обработки сигнала. Для измерения вектора скорости наиболее широко используется оптическая система, формирующая шестилучевую структуру координатно-измерительного 3D-базиса [6]. Такой базис по существу является пространственной комбинацией 2D- и 1D-структур, сформированных из четырёх и двух лазерных пучков соответственно. Фактически это две независимые лазерные доплеровские измерительные системы с совмещённым зондирующим полем. Другой способ построения координатно-измерительного 3D-базиса основан на пространственной комбинации базисов из двух 2D-структур, каждая из которых образована четырьмя лазерными пучками. Такие способы формирования координатно-измерительного 3D-базиса стали уже общепринятыми для лазерных доплеровских измерительных систем [7–10] как в мировой практике, так и в России (например, [11]). Определение знака доплеровского сдвига частоты, указывающего на направление измеряемой компоненты вектора скорости, обычно выполняется с

использованием частотной модуляции лазерных пучков. Для этого применяются акустооптические или реже электрооптические частотные модуляторы, число которых в оптическом блоке измерительного устройства выбирается, как правило, равным числу измеряемых компонент вектора скорости. Проблемой является пространственное совмещение 2Dи 1*D*-составляющих координатно-измерительного базиса, поскольку они формируются в зондирующем поле раздельными и независимыми оптическими системами. Совмещение осуществляется механически путём различных конструктивных решений. В такой структуре лазерные пучки в измерительных 2D- и 1D-каналах независимо проходят через различные оптические элементы и различные области исследуемой среды. Это вносит дополнительную погрешность в измерения вследствие влияния механической нестабильности. вибраций, крупномасштабных в сравнении с зондирующим полем фазовых возмущений исследуемой среды и тепловых полей. Кроме того, применение нескольких акустооптических модуляторов усложняет структуру измерительной системы. Другая проблема состоит в том, что для формирования зондирующего поля везде используются гауссовы пучки, угловая расходимость которых является одной из причин уширения спектра доплеровского сигнала. В [12] сообщается о реализации возможности оптического смешения бесселевых пучков, дифрагированных в режиме Рамана — Ната на стационарной дифракционной решётке с блокированием нулевого порядка, что указывает на перспективу применения в ЛЛИС.

Целью представленной работы является исследование возможности построения оптического устройства лазерного доплеровского измерителя вектора скорости, в котором координатно-измерительный 3D-базис формируется гауссовыми или бесселевыми пучками с исключением проблемы механического пространственного совмещения независимых базисов меньшей (2D и 1D, 2D и 2D) размерности.

Структура и функции оптической схемы 3D ЛДИС. Оптическая схема такого устройства [13, 14] приведена на рис. 1. Устройство содержит бихроматический источник ортогонально поляризованных лазерных пучков 1. Последовательно с источником расположены объектив 2, брэгговский биволновой акустооптический модулятор бегущей волны 3, второй объектив 4, ахроматическая полуволновая фазовая пластинка 5, призма Волластона 6, третий объектив 7, четвертьволновые фазовые пластинки 8 и 9 на пути одного из каждой пары расщеплённых поляризационной призмой 6 пучков, объектив 10, формирующий в исследуемой среде зондирующее поле, локализованное в области пересечения хроматических пар лазерных пучков, волновые векторы которых  $\mathbf{k}_{r1}$  и  $\mathbf{k}_{r2}$ ,  $\mathbf{k}_{q1}$  и  $\mathbf{k}_{q2}$ .

Между объективами 7 и 10 установлено поворотное зеркало 11. Световой пучок, отражённый зеркалом 11, направляется объективом 12 на фотоприёмник 13, выход которого через полосовые частотные фильтры 14 и 15 подключён к системе обработки сигналов. На пути одного из монохроматических пучков помещена под углом Брюстера светоделительная пластинка 16, а далее — четвертьволновая фазовая пластинка 17. По ходу отражённого светоделительной пластинкой 16 падающего светового пучка последовательно установлены четвертьволновая фазовая пластинка 18 и зеркало 19. На пути отражённого зеркалом 19 и прошедшего через светоделительную пластинку 16 пучка последовательно размещены светофильтр 20, объектив 21 и фотоприёмник 22, подключённый к системе обработки сигналов.

Лазерный доплеровский измеритель скорости работает следующим образом. Сформированный бихроматическим лазерным источником 1 световой пучок, состоящий из ортогонально поляризованных монохроматических компонент с волновыми векторами  $\mathbf{k}_r$ ,  $\mathbf{k}_g$ , соответствующими, например, красному и зелёному спектральным диапазонам, объективом 2 направляется на одноканальный акустооптический модулятор 3, действующий в режиме дифракции Брэгга.



Puc. 1. Оптическая схема лазерного доплеровского измерителя скорости

В акустооптическом модуляторе возбуждаются две пространственно совмещённые бегущие ультразвуковые волны с волновыми векторами  $\mathbf{K}_r$  и  $\mathbf{K}_g$ . Частоты ультразвуковых волн ( $\Omega_r$  и  $\Omega_g$ ) и волновые векторы ( $\mathbf{k}_r$  и  $\mathbf{k}_g$ ) падающего бихроматического лазерного пучка выбираются удовлетворяющими условию  $\Omega_r/\Omega_g = k_r/k_g$ . Поэтому углы Брэгга для ортогонально поляризованных монохроматических компонент равны ( $\lambda_r/\Lambda_r = \lambda_g/\Lambda_g$ ) и соответственно равны углы между дифрагированными в нулевой и минус первый порядки пучками с длинами волн  $\lambda_r$  и  $\lambda_g$ . Разность частот *r*-компонент дифрагированных пучков равна  $\Omega_r$ , а разность частот дифрагированных *g*-компонент равна  $\Omega_g$ . Поэтому пространственная и поляризационная структура бихроматических пучков, дифрагированных в нулевой и минус первый порядки, одинакова, а частоты монохроматических компонент различаются.

Примерная структура акустооптического модулятора представлена на рис. 2. Здесь показаны волновые векторы  $\mathbf{K}_r$  и  $\mathbf{K}_g$  пространственно совмещённых ультразвуковых волн, возбуждаемых в модуляторе электрическими напряжениями  $U \sin(\Omega_r t)$  и  $U \sin(\Omega_g t)$ , частоты которых  $\Omega = K_r V_a$  и  $\Omega_r = K_g V_a$  ( $V_a$  — скорость распространения в светозвукопроводе,  $K_r$  и  $K_g$  — волновые числа). Сплошными и штриховыми линиями обозначены направления распространения бихроматических пучков с ортогонально поляризованными компонентами  $A_r \sin(\omega_r t - \mathbf{k}_r \mathbf{r})$  и  $A_g \sin(\omega_g t - \mathbf{k}_g \mathbf{r})$ , где  $A_r$  и  $A_g$  — амплитуды;  $\omega_r$  и  $\omega_g$  частоты.



Puc. 2. Бихроматический акустооптический модулятор



*Рис. 3.* Поляризационная структура лазерных пучков: *a* — в плоскости перед фазовой пластинкой 5; *b* — в плоскости за пластинкой 5; *c* — в плоскости за поляризационной призмой Волластона 6; *d* — в плоскости после прохождения полуволновых фазовых пластинок 8 и 9

Поляризационная структура дифрагированных бихроматических лазерных пучков представлена на рис. 3, a (плоскость, в которой распространяются дифрагированные пучки, для примера выбрана вертикальной). Сплошной вектор показывает поляризацию монохроматической r-компоненты дифрагированного пучка, штриховой — поляризацию монохроматической g-компоненты. Ахроматическая полуволновая пластинка 5, установленная на пути верхней пары дифрагированных бихроматических пучков, прошедших через объектив 4, выполняет поворот плоскости поляризации на 90°.

Поляризационная структура лазерных пучков непосредственно после прохождения фазовой пластинки 5 показана на рис. 3, b. Объектив 4 направляет бихроматические пучки с поляризационной структурой на призму Волластона 6. Ориентация этой призмы такова, что плоскость расщепления ортогонально поляризованных пучков ортогональна плоскости, в которой распространяются дифрагированные бихроматические пучки. Поляризационная призма 6 расщепляет бихроматические пучки на монохроматические, поляризация которых показана на рис. 3, c. Взаимное положение акустооптического модулятора 3, объектива 4 и призмы Волластона 6 обеспечивает оптическое сопряжение источника дифрагированных пучков в акустооптическом модуляторе с источником расщеплённых пучков. На рис. 3, d представлена поляризационная структура световых пучков, расщеплённых поляризационной призмой 6, после прохождения полуволновых фазовых пластинок 8 и 9. Объективы 7 и 10 формируют в исследуемой среде зондирующее поле как изображение источника расщеплённых призмой Волластона лазерных пучков. Для гауссовых пучков оно совмещается с плоскостью пересечения перетяжек.

Направления осей координатно-измерительного базиса **X**, **Y**, **Z** задаются разностями волновых векторов лазерных пучков, формирующих зондирующее поле (рис. 4):

$$\mathbf{X} = \mathbf{k}_{r2} - \mathbf{k}_{r1},\tag{1}$$



Puc. 4. Структура зондирующего поля в пространстве волновых векторов

$$\mathbf{Y} = \mathbf{k}_{g2} - \mathbf{k}_{g1},\tag{2}$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{k}_{r2} + \mathbf{k}_{r1}.\tag{3}$$

Здесь  $\mathbf{k}_{sr2} = -\mathbf{k}_{r1}$ ,  $\mathbf{k}_{sr2}$  — волновой вектор светового поля, рассеянного исследуемой средой от светового пучка с волновым вектором  $\mathbf{k}_2$  в направлении, обратном направлению волнового вектора  $\mathbf{k}_{r1}$  лазерного пучка, формирующего зондирующее поле.

Частота светового поля, рассеянного исследуемой средой, движущейся со скоростью  $\mathbf{v}$ , определяется доплеровским эффектом. Доплеровские сдвиги частоты в хроматических компонентах рассеянного света r и g пропорциональны проекциям вектора скорости на разности волновых векторов лазерных пучков, формирующих зондирующее поле и задающих направления осей координатно-измерительного базиса:

$$\omega_{Dx} = \mathbf{v}(\mathbf{k}_{r2} - \mathbf{k}_{r1}),\tag{4}$$

$$\omega_{Dy} = \mathbf{v}(\mathbf{k}_{g2} - \mathbf{k}_{g1}),\tag{5}$$

$$\omega_{Dz} = \mathbf{v}(\mathbf{k}_{r2} + \mathbf{k}_{r1}). \tag{6}$$

Свет, рассеянный движущейся в зондирующем поле средой, объективом 10, поворотным зеркалом 11 и объективом 12, направляется на фотоприёмник 13, действующий в режиме оптического смешения. В результате оптического смешения в структуре фотоэлектрического тока на выходе фотоприёмника 13 появляются составляющие, частоты которых определяются разностными комбинациями частот световых полей, падающих на светочувствительную поверхность фотоприёмника:

$$\omega_x = \Omega_r + \omega_{Dx} = \Omega_r + \mathbf{v}(\mathbf{k}_{r2} - \mathbf{k}_{r1}),\tag{7}$$

$$\omega_y = \Omega_g + \omega_{Dy} = \Omega_g + \mathbf{v}(\mathbf{k}_{g2} - \mathbf{k}_{g1}). \tag{8}$$

Компоненты фотоэлектрического тока являются частотно-модулированными сигналами. Они выделяются полосовыми фильтрами 14 и 15, центральные частоты которых  $\Omega_r$  и  $\Omega_g$  соответственно совпадают с частотами ультразвуковых волн в акустооптическом модуляторе 3.

Из структуры волновых векторов световых пучков, формирующих ортогональный координатно-измерительный базис, и выражений (7) и (8) следует:

$$\omega_x = \Omega_r + 2v_x k_r \sin \theta_r,\tag{9}$$

$$\omega_y = \Omega_q + 2v_x k_q \sin \theta_q,\tag{10}$$

где  $2\Theta_r$  — угол между волновыми векторами  $\mathbf{k}_{r1}$  и  $\mathbf{k}_{r2}$ ;  $2\Theta_g$  — угол между волновыми векторами  $\mathbf{k}_{g1}$  и  $\mathbf{k}_{g2}$ . Из этих уравнений однозначно определяются  $\nu_x$ - и  $\nu_y$ -компоненты вектора скорости исследуемой среды:

$$\nu_x = (\omega_x - \Omega_r)/2k_r \sin \Theta_r,\tag{11}$$

$$\nu_y = (\omega_g - \Omega_g)/2k_g \sin \Theta_g. \tag{12}$$

Полосы фильтрации фотоэлектрического сигнала задаются максимальным динамическим диапазоном измеряемых скоростей. Фильтрованные сигналы через АЦП поступают в систему обработки, измеряющую частоты и компоненты вектора скорости соответственно.

В оптическом измерительном канале, определяющем  $\nu_z$ -компоненту вектора скорости, референтный пучок формируется из падающего. Этот канал содержит светоделительную пластинку 16, фазовые пластинки 17–18, зеркало 19, фильтр 20, объектив 21 и фотопри-ёмник 22.

Частота фотоэлектрического тока на выходе фотоприёмника 22

$$\omega_z = \Omega_r + \omega_{Dz} = \Omega_r + \mathbf{v}(\mathbf{k}_{sr2} - \mathbf{k}_r). \tag{13}$$

Здесь  $\omega_{Dz}$  — доплеровский сдвиг частоты, пропорциональный проекции вектора скорости **v** на ось *z* ортогонального координатно-измерительного базиса, задаваемую разностью волновых векторов  $\mathbf{k}_{sr2} - \mathbf{k}_r$ . Отсюда с учётом рис. 4

$$\nu_z = (\omega_z - \Omega_r)/2k_r \cos\Theta_r. \tag{14}$$

Рассмотренная бихроматическая структура зондирующего поля реализуется за счёт выполнения брэгговского акустооптического модулятора двухволновым с отношением частот бегущих ультразвуковых волн, равным отношению волновых чисел дифрагирующих световых пучков:  $\Omega_r/\Omega_g = k_r/k_g$ . Выполнение этого соотношения обеспечивает идентичность пространственной и поляризационной структур бихроматических компонент лазерных пучков, дифрагированных в нулевой и минус первый порядки, и одинаковость условий их пространственных преобразований единой последовательностью оптических элементов, формирующей зондирующее поле.

Использование в описываемой системе монохроматических ортогонально поляризованных бесселевых пучков вместо гауссовых обеспечивает решение поставленной задачи с большей точностью. Это достигается за счёт практически нулевой кривизны волнового фронта бесселевых лазерных пучков по сравнению с гауссовыми, что позволяет формировать зондирующее поле с однородной пространственно-частотной структурой.



*Puc. 5.* Структура *xz*-сечения зондирующего поля, сформированного бесселевыми пучками

На рис. 5 представлена структура зондирующего поля, сформированного, например, красными бесселевыми пучками с волновыми векторами  $\mathbf{k}_{r1}$  и  $\mathbf{k}_{r2}$ , задающими координатно-измерительный базис, ось 0x в котором параллельна разности волновых векторов  $\mathbf{k}_{r1} - \mathbf{k}_{r2}$ , ось 0z определяется биссектрисой угла между волновыми векторами  $\mathbf{k}_{r1}$ и  $\mathbf{k}_{r2}$ . Конфигурация зондирующего поля при внешнем сходстве обеспечивает качественное преимущество применения бесселевых пучков по сравнению с гауссовыми, состоящее в исключении влияния расходимости на погрешность измерений. Исследуем структуру зондирующего поля, сформированного бесселевыми пучками нулевого порядка:

$$S_r(\rho, z) = J_0(k_r \sin \Theta(\rho - z \operatorname{tg} \alpha)) e^{i(\omega_r t - \alpha k_r x)} + J_0(k_r \sin \Theta(\rho + z \operatorname{tg} \alpha)) e^{i[(\omega_r + \Omega_r)t + \alpha k_r x]}.$$
 (15)

Здесь  $k_r \sin \Theta$  — параметр бесселева пучка;  $\rho$  — радиус зондирующего поля;  $x = \nu_x t$ ,  $\nu_x$  — компонента скорости движения исследуемой среды в направлении координатной оси 0x.

Интенсивность зондирующего поля при  $x = \nu_x t$  составляет

$$|S_r(\rho, z)|^2 = P + 2J_0[k_r \sin\Theta(\rho - z \operatorname{tg} \alpha)]J_0[k_r \sin\Theta(\rho + z \operatorname{tg} \alpha)] \cos\left[(\Omega_r + \omega_{Dx})t\right], \quad (16)$$

где P — низкочастотный пьедестал,  $\omega_{Dx} = 2\alpha k_r v_x$  — доплеровский сдвиг частоты. Как видно из выражения (15), волновой фронт бесселева пучка нулевого порядка плоский. Поэтому влияние кривизны волнового фронта на результат измерения доплеровского сдвига частоты  $\omega_{Dx}$  исключается.

Для сечения интенсивности зондирующего поля (15) в плоскости z = 0 имеем

$$|S_r(\rho, 0)|^2 = 2J_0^2(k_r \sin \Theta).$$
(17)

Размер зондирующего поля (16) вдоль оси Z ограничивается координатами, удовлетворяющими условию

$$J_0[k_r \sin \Theta(\rho \pm z \operatorname{tg} \alpha)] = 0, \tag{18}$$

что соответствует значению аргумента функции Бесселя (18), равному 2,4. Воспользуемся известным свойством функции Бесселя нулевого порядка

$$J_0(a+b) = J_0(a)J_0(b) + 2\sum_n (-1)^n J_n(a)J_n(b), \qquad n = 1, 2, 3, \dots$$
(19)

Ограничиваясь n = 1, получаем для (15) с учётом (19)

$$J_0[k_r\sin\Theta(\rho + z\operatorname{tg}\alpha)] + J_0[k_r\sin\Theta(\rho - z\operatorname{tg}\alpha)] = 2J_0[k_r\rho\sin\Theta]J_0[k_rz\sin\Theta\cdot\operatorname{tg}\alpha].$$
(20)

Найдём продольный размер  $2z_0$  зондирующего поля из условия (18):

$$k_r \sin \Theta(\rho + z \operatorname{tg} \alpha) = 2.4. \tag{21}$$

Отсюда  $z = \pm \operatorname{ctg} \alpha |\rho_0 - \rho|$  и для продольного размера зондирующего имеем

$$2z_0 = 2\rho_0,$$
 (22)

где  $\rho_0 = 2.4/(k_r \sin \Theta).$ 

Структура зондирующего поля в ортогональной плоскости сформирована бесселевыми пучками зелёного цвета с волновыми векторами  $\mathbf{k}_{g1}$  и  $\mathbf{k}_{g2}$ . Она аналитически описывается в тех же выражениях, что и (18)–(22). Отличие состоит лишь в замене  $S_r(\rho, 0)$  и  $k_r$ обозначениями  $S_q(\rho, 0)$  и  $k_q$ .

Применение бесселевых пучков повышает устойчивость структуры зондирующего поля к фазовым возмущениям исследуемой среды. Таким образом, решается проблема формирования 3*D*-структуры зондирующего поля с минимальной угловой расходимостью лазерных пучков, её составляющих.

Пространственная, хроматическая и частотная структуры координатноизмерительного 3D-базиса, сконфигурированные из гауссовых или бесселевых пучков, сформированных брэгговским биволновым акустооптическим модулятором и единой последовательностью оптических элементов, обеспечивают минимальное аппаратное уширение фурье-спектра доплеровского сигнала и высокую помехоустойчивость. Функциональные возможности системы определяются применением нового оптического элемента — бихроматического брэгговского одноканального модулятора бегущей волны.

Заключение. Исследована возможность создания лазерных доплеровских измерителей вектора скорости, в которых пространственная, хроматическая и частотная структура координатно-измерительного 3D-базиса сформирована из гауссовых или бесселевых пучков одной и той же последовательностью оптических элементов. Она основана на применении 3D-структуры зондирующего поля с минимальной расходимостью лазерных, гауссовых или бесселевых пучков, её составляющих. Новизна заключается в использовании бихроматического источника пространственно совмещённых гауссовых или бесселевых пучков, биволнового брэгговского одноканального акустооптического модулятора, действующего при заданном отношении частот ультразвуковых волн, равном отношению волновых чисел дифрагированных лазерных пучков. Пространственная, хроматическая и частотная структура зондирующего поля, формируемая из гауссовых или бесселевых пучков единой последовательностью оптических элементов, и двухканальное фотоэлектрическое преобразование рассеянного исследуемой средой света обеспечивают минимальную аппаратную спектральную ширину доплеровского сигнала и высокую помехоустойчивость.

Исследование носит концептуальный характер.

Финансирование. Работа выполнена в рамках государственного задания (государственная регистрация № АААА-А17-117030310010-9).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Yeh Y., Cummins H. Z. Localized fluid flow measurements with an He–Ne laser spectrometer // Appl. Phys. Lett. 1964. 4. C. 176–178.
- 2. Ю. Г. Василенко, Ю. Н. Дубнищев, В. П. Коронкевич и др. Лазерные доплеровские измерители скорости. Новосибирск: Наука, 1975. 164 с.
- Дубнищев Ю. Т., Ринкевичюс Б. С. Методы лазерной доплеровской анемометрии. М.: Наука, 1982. 304 с.
- 4. Drain L. E. The Laser Doppler Technique. New York: John Wiley & Sons, 1980. 241 p.
- 5. Дубнищев Ю. Н., Арбузов В. А., Белоусов П. П., Белоусов П. Я. Оптческие методы исследования потоков. Новосибирск: Сибирское университетское издательство, 2003. 418 с.

- 6. Albrect H., Bours M., Damaschke N., Tropea C. Laser Doppler and Phase Doppler Techniques Measurement. Berlin—Heidelberg: Springer-Verlag. 2013. 738 p.
- 7. Pat. 4838687 (A) USA. Method for the simultaneous measurement of three velocity components by means of laser doppler anemometry. Publ. 13.06.1989.
- 8. Dantec Dynamics' laser optical measurement systems. URL: https://www.dantecdynamics.com/solutions-applications/solutions/fluid-mechanics/laserdoppler-anemometry-lda/ (дата обращения: 04.06.2020).
- 9. TSI Incorporated URL: https://tsi.com/products/fluid-mechanics-systems/ laser-doppler-(ldv)-systems/ (дата обращения: 04.06.2020).
- Ristic S. Laser doppler anemjmetry and its application in wind tunnel tests // Scientific Technical Rev. 2007. LVII, N 3-4. P. 64–75.
- 11. Климов А. В., Двойнишников С. В., Меледин В. Г. и др. Определение трёхмерного вектора скорости по данным лазерных доплеровских измерений неравномерно дискретизированных компонент // Автометрия. 2017. 53, № 3. С. 19–27. DOI: 10.15372/AUT20170303.
- Voight A., Heitrfm S., Buttner L., Czarske J. A Bessel beam laser Doppler velocimeter // Opt. Commun. 2009. 282, N 9. P. 1874–1878.
- Пат. 2638580 РФ. Лазерный доплеровский измеритель скорости /Ю. Н. Дубнищев, А. Ф. Шибаев. Заявл. 28.06.2016; Опубл. 14.12.2017, Бюл. 35.
- Пат. 2707957 РФ. Лазерный доплеровский измеритель скорости /Ю. Н. Дубнищев, В. Г. Нечаев. Заявл. 18.04.2019; Опубл. 02.12.2019, Бюл. 34.

Поступила в редакцию 04.06.2020 После доработки 29.06.2020 Принята к публикации 29.06.2020