

## РУДНИЧНАЯ АЭРОГАЗОДИНАМИКА

УДК 622.4;519.25

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И НАПРАВЛЕНИЯ ОБЩЕРУДНИЧНОЙ ЕСТЕСТВЕННОЙ ТЯГИ С ЗАДАННОЙ ДОВЕРИТЕЛЬНОЙ ВЕРОЯТНОСТЬЮ

**Г. Б. Лялькина, А. В. Николаев**

*Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
E-mail: bg@pstu.ru, nikolaev0811@mail.ru,  
ул. Комсомольский проспект, 29, 614990, г. Пермь, Россия*

Представлен порядок определения величины и направления общерудничной естественной тяги (тепловой депрессии). Полученные в ходе измерений на главной вентиляторной установке опытные данные обрабатываются на основе методов математической статистики. Результаты расчетов дают возможность выполнить оценки общерудничной естественной тяги с заданной доверительной вероятностью, а предложенный алгоритм позволяет оперативно управлять процессом проветривания рудника.

*Общерудничная естественная тяга, доверительные оценки, тепловая депрессия, математическая статистика, главная вентиляторная установка*

Проблемы безопасности в процессе добычи полезных ископаемых подземным способом требуют особого внимания к вопросам вентиляции рудников (шахт). Общерудничная естественная тяга (ОЕТ), возникающая между воздухоподающими и вентиляционными стволами, может как способствовать проветриванию, так и препятствовать поступлению наружного воздуха в воздухоподающие стволы.

Оценка величины и направления действия естественной тяги требует разработки соответствующих способов расчета и закладывает основу для эффективного воздухораспределения [1–3]. Величина и направление ОЕТ зависят от множества случайных обстоятельств [4–9], а методы математической статистики позволяют отыскать точечные и интервальные оценки искомым величин, гарантируя выбор оптимальных режимов вентиляции.

Существующие методы определения ОЕТ основаны на расчете ее абсолютного значения по замерам, проводимым при воздушно-депресссионной съемке рудника (шахты). Обычно такие измерения требуют временных затрат (от нескольких часов до нескольких суток), в связи с чем полученное значение тяги будет иметь существенную погрешность [10].

Приведем методику оценки величины  $h_e$  общерудничной естественной тяги, основанную на измерении производительности  $Q_B$  главной вентиляторной установки (ГВУ) и развиваемого ею статического давления  $h_{ст}$ .

Отметим, что аэродинамическое сопротивление рудника  $R_{руд}$  можно вычислить по измеренным значениям  $h_{изм.в}$  и  $h_{изм.н}$  во всасывающем и нагнетательном (диффузорном) каналах (рисунок), опираясь на формулу из работы [11]:

$$R_{руд} = \frac{h_{изм.в} + h_{изм.н}}{Q_B^2} - 0.0125 \left[ \frac{\rho_в}{S_B^2} + \frac{\rho_н}{S_н^2} \right]. \quad (1)$$

Здесь  $\rho_в$  и  $\rho_н$  — плотность воздуха во всасывающем и нагнетательном каналах соответственно, кг/м<sup>3</sup>;  $S_н$  и  $S_в$  — сечение соответственно нагнетательного канала и канала перед направляющим аппаратом, м<sup>2</sup>.

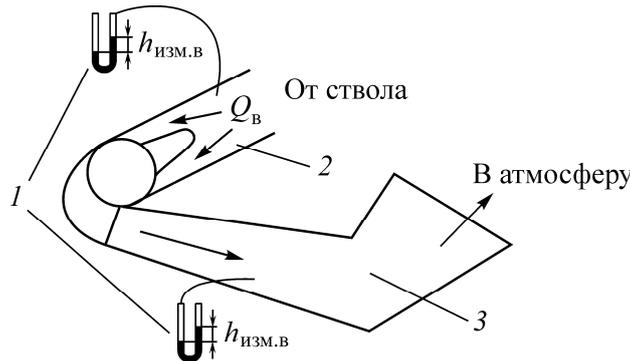


Схема расположения приборов для измерения давления в диффузорном канале и канале ГВУ: 1 — микроманометры; 2 — канал ГВУ; 3 — диффузор

Для получения совокупности опытных значений производительности ГВУ  $Q_{в,i}$  выполняются следующие измерения. В канале ГВУ (см. рисунок) измеряются  $n$  значений скорости  $v_{вент,i}$  движения воздуха. Тогда

$$Q_{в,i} = v_{вент,i} S_н \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Для каждого из значений производительности  $Q_{в,i}$  находится соответствующее значение  $h_{ст,i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) статического давления ГВУ  $h_{ст}$  по формуле

$$h_{ст,i} = R_{руд} Q_{в,i}^2. \quad (2)$$

Таким образом, получаем две совокупности опытных значений производительности и соответствующих им значений статического давления как двух случайных величин  $Q_в$  и  $h_{ст}$ :  $(Q_{в,1}, \dots, Q_{в,n})$  и  $(h_{ст,1}, \dots, h_{ст,n})$ .

Методика состоит в следующем. Уравнение (1) справедливо только для случая  $h_e = 0$ . При  $h_e \neq 0$  зависимость статического давления  $h_{ст}$  от естественной тяги  $h_e$  и аэродинамического сопротивления  $R_{руд}$  следует искать в форме уравнения регрессии [11]:

$$h_{ст} = h_e + R_{руд} Q_в^2, \quad (3)$$

где  $h_e$  и  $R_{руд}$  подлежат одновременному определению на основании опытных данных, т. е. совокупности опытных значений  $Q_{в,i}^2$  и соответствующих значений  $h_{ст,i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

Уравнение регрессии (3) в координатах  $(Q_в^2; h_{ст})$  представляет собой прямую линию. Процесс построения уравнения регрессии состоит из нескольких этапов, начиная с исследования корреляционной зависимости изучаемых случайных величин и заканчивая проверкой адекватно-

сти построенного уравнения опытными данными. Доверительные оценки величины  $h_e$  позволяют достоверно установить ее знак и гарантируют точность расчетов с заданной вероятностью [12, 13]. Заключительный этап — оценка точности прогноза в целом, которую может обеспечить использование уравнения (3). Отметим, что ОЕТ может иметь как положительное  $h_e = h_e^+ > 0$ , так и отрицательное значение  $h_e = h_e^- < 0$ , либо способствуя, либо препятствуя процессу проветривания.

Опишем процесс поиска указанных доверительных оценок. Пусть величины  $Q_B^2$  и  $h_{ст}$  представлены выборочными совокупностями  $(Q_{B,1}^2, Q_{B,2}^2, \dots, Q_{B,n}^2)$  и  $(h_{ст,1}, h_{ст,2}, \dots, h_{ст,n})$  своих опытных значений. Коэффициент корреляции  $r_{Q_B^2 h_{ст}}$  величин  $Q_B^2$  и  $h_{ст}$  определяется по формуле

$$r_{Q_B^2 h_{ст}}^{оп} = \frac{\overline{Q_B^2 h_{ст}} - \overline{Q_B^2} \overline{h_{ст}}}{\sqrt{(\overline{Q_B^4} - (\overline{Q_B^2})^2)(\overline{h_{ст}^2} - (\overline{h_{ст}})^2)}}. \tag{4}$$

Здесь и далее черта над каждой из переменных означает ее среднее значение, вычисляемое по опытными данными. Проверка значимости полученного значения  $r_{Q_B^2 h_{ст}}^{оп}$  осуществляется с помощью  $t$ -критерия Стьюдента, опытные значения которого вычисляются по формуле

$$t_r^{оп} = \sqrt{\frac{(n-2)(r_{Q_B^2 h_{ст}}^{оп})^2}{1 - (r_{Q_B^2 h_{ст}}^{оп})^2}}, \tag{5}$$

и при заданном уровне значимости  $\alpha$  их сравнивают с критическим значением  $t_\alpha^{кр} = t(\alpha, n-2)$ . Обычно значения уровня значимости принимают равными  $\alpha = 0.01, 0.05$  или  $0.1$ . При  $t_r^{оп} > t_\alpha^{кр}$  коэффициент корреляции  $r_{Q_B^2 h_{ст}}^{оп}$  считается значимым, тогда параметры  $h_e$  и  $R_{руд}$  уравнения (3) ищутся как решение системы

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n h_{ст,i} - R_{руд} \sum_{i=1}^n Q_{B,i}^2 - h_e n = 0, \\ \sum_{i=1}^n h_{ст,i} Q_{B,i}^2 - R_{руд} \sum_{i=1}^n Q_{B,i}^4 - h_e \sum_{i=1}^n Q_{B,i}^2 = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Найденные из системы (6) значения  $R_{руд}$  и  $h_e$ :

$$R_{руд} = \frac{\overline{Q_B^2 h_{ст}} - \overline{Q_B^2} \overline{h_{ст}}}{\overline{Q_B^4} - (\overline{Q_B^2})^2}, \quad \overline{h_e} = \overline{h_{ст}} - R_{руд} \overline{Q_B^2} \tag{7}$$

подставляем в выражение (3) и получаем искомое уравнение регрессии. Но требуется еще дать ответ на самый важный вопрос: насколько можно доверять полученному уравнению? Для этого необходимо выполнить три процедуры: проверку значимости найденных параметров  $h_e$  и  $R_{руд}$ , проверку адекватности уравнения (3) опытными данными (его значимости в целом) и оценку точности полученного уравнения.

Оценка значимости величины  $h_e$  — это ответ на вопрос о наличии или отсутствии ОЕТ. Заметим, что сопротивление  $R_{руд}$  не может быть нулевым.

Проверка значимости найденного значения  $h_e$  снова выполняется с помощью  $t$ -статистики Стьюдента, опытное значение  $t_{h_e}^{оп}$  которой вычисляется через стандартную ошибку  $m_{h_e}$  параметра  $h_e$  по формулам [12, 13]:

$$t_{h_e}^{\text{оп}} = \frac{h_e}{m_{h_e}}, \quad m_{h_e} = \sqrt{\frac{(h_{\text{ст},i} - R_{\text{руд}} Q_{\text{в},i}^2 - h_e)^2 \sum_{i=1}^n Q_{\text{в},i}^4}{(n-2)n \sum_{i=1}^n (Q_{\text{в},i}^2 - \bar{Q}_{\text{в}}^2)^2}}. \quad (8)$$

Если полученное значение  $t_{h_e}^{\text{оп}}$  критерия Стьюдента больше его критического значения  $t_{\alpha}^{\text{кр}} = t(\alpha, n-2)$ :

$$t_{h_e}^{\text{оп}} > t_{\alpha}^{\text{кр}}, \quad (9)$$

то свободный член  $h_e$  уравнения регрессии считается значимым, а его значения с доверительной вероятностью  $p = 1 - \alpha$  будут лежать в интервале

$$h_e \in (h_e - m_{h_e} t_{h_e}^{\text{оп}}; h_e + m_{h_e} t_{h_e}^{\text{оп}}). \quad (10)$$

Если неравенство (9) не выполнено, то можно считать, что в руднике отсутствует общерудничная естественная тяга:  $h_e = 0$ , и для оценки статического давления  $h_{\text{ст}}$  можно использовать формулы (1), (2). Таким образом, неравенство (9) — это критерий наличия (отсутствия) тяги  $h_e$ .

Зная границы доверительного интервала, можно определить знак (направление действия) общерудничной естественной тяги  $h_e$ . Если границы интервала (10) положительны, то с вероятностью  $p = 1 - \alpha$  направление общерудничной естественной тяги положительно и она способствует проветриванию рудника. При достаточно больших положительных значениях разности  $h_e - m_{h_e} t_{h_e}^{\text{оп}}$  можно изменить режим работы ГВУ на более экономичный путем перевода рабочей области вентилятора в область более низких давлений, сохраняя условия безопасности горнорабочих.

С целью проверки достоверности полученных результатов и их адекватности опытным данным рекомендуется дополнительно выполнить проверку значимости уравнения регрессии (3) с помощью  $F$ -критерия Фишера, опытное значение  $F_{\text{оп}}$  которого рассчитывается по формуле

$$F_{\text{оп}} = \sum_{i=1}^n (\bar{h}_{\text{ст}} - R_{\text{руд}} Q_{\text{в},i}^2 - h_e)^2 \cdot \frac{n-2}{\sum_{i=1}^n (h_{\text{ст},i} - R_{\text{руд}} Q_{\text{в},i}^2 - h_e)^2}. \quad (11)$$

Если вычисленное значение  $F_{\text{оп}}$  меньше критического значения  $F_{\alpha}^{\text{кр}} = F(\alpha, 1, n-2)$ :  $F_{\text{оп}} < F_{\alpha}^{\text{кр}}$ , то уравнение в целом следует считать незначимым и найденной зависимостью следует пренебречь. Если же  $F_{\text{оп}} > F_{\alpha}^{\text{кр}}$ , то с вероятностью  $p = 1 - \alpha$  уравнение (6) адекватно описывает опытные данные и им можно пользоваться для расчетов режимов работы ГВУ с целью управления процессом проветривания рудника.

Оценку точности уравнения регрессии (3) в некоторой точке  $Q_{\text{в}}^2$  дает средняя стандартная ошибка  $m_{h_{\text{ст}}}$  теоретического значения статического давления  $h_{\text{ст}} = R_{\text{руд}} Q_{\text{в}}^2 + h_e$  вентилятора ГВУ, которая ищется по формуле

$$m_{h_{\text{ст}}} = \frac{1}{\sqrt{n-2}} \sqrt{\sum_{i=1}^n (h_{\text{ст},i} - R_{\text{руд}} Q_{\text{в},i}^2 - h_e)^2 \left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{(Q_{\text{в}}^2 - \bar{Q}_{\text{в}}^2)^2}{\sum_{i=1}^n (Q_{\text{в},i}^2 - \bar{Q}_{\text{в}}^2)^2} \right)}. \quad (12)$$

Тогда с вероятностью  $p = 1 - \alpha$  значение статического давления  $h_{ст}$  в точке  $Q_B^2$  лежит в доверительном интервале:

$$h_{ст} \in (R_{руд} Q_B^2 + h_e - m_{h_{ст}}; R_{руд} Q_B^2 + h_e + m_{h_{ст}}), \tag{13}$$

который указывает его точность.

Отметим, что найденное с помощью уравнения (3) теоретическое значение  $h_{ст} Q_B^2 = R_{руд} Q_B^2 + h_e$  может отличаться от опытного значения изучаемой переменной  $h_{ст}$  при заданной производительности  $Q_B^2$ . Для оценки значимости этого различия снова можно использовать  $t$ -критерий Стьюдента, опытное значение которого в этом случае рассчитывается по формуле

$$t_{h_{ст}}^{оп} = \frac{R_{руд} Q_B^2 + h_e}{m_{h_{ст}}}$$

и сравнивается с критическим значением  $t_{\alpha}^{кр} = t(\alpha, n - 2)$ , которое ищется по статистическим таблицам. Если  $t_{h_{ст}}^{оп} > t_{\alpha}^{кр}$ , то с вероятностью  $p = 1 - \alpha$  отличие теоретического значения  $(h_{ст} Q_B^2) = R_{руд} Q_B^2 + h_e$ , полученного по уравнению регрессии, от его опытного значения считается незначимым и, следовательно, уравнением (3) можно пользоваться для расчетов и построения алгоритмов регулирования процессов проветривания.

Приведем пример оценки величины общерудничной естественной тяги по опытным данным с доверительной вероятностью  $p = 95\%$  ( $p = 1 - \alpha$ , где  $\alpha = 0.05 = 5\%$  — выбранный уровень значимости). Измерения проведены на руднике БКПРУ-2 (ПАО “Уралкалий”). Значения производительности  $Q_B$  и статического давления  $h_{ст}$ , развиваемого ГВУ:

$Q_B, \text{ м}^3/\text{с}$	419.9	430.1	464.3	482.1	499.5	512.6	530.5	547.1
$h_{ст}, \text{ Па}$	1574.7	1583.2	1590.1	1677.2	1995.9	2060.2	2303.5	2505.9

С целью установления зависимости величин  $Q_B^2$  и  $h_{ст}$  вычисляем коэффициент корреляции  $r_{Q_B^2 h_{ст}}^{оп}$  по формуле (4):  $r_{Q_B^2 h_{ст}}^{оп} = 0.941$ . Близость значения  $r_{Q_B^2 h_{ст}}^{оп}$  к единице свидетельствует, что величины  $Q_B^2$  и  $h_{ст}$  связаны корреляционной зависимостью. Однако проверим значимость  $r_{Q_B^2 h_{ст}}^{оп}$  с помощью критерия Стьюдента по формуле (5) и сравним его с критическим значением  $t_{\alpha}^{кр}$  [12] при  $\alpha = 0.05$  и  $n - 2 = 6$  — числе измерений:

$$t_r^{оп} = 6.835 > 2.446 = t_{\alpha}^{кр}.$$

В этом случае подтверждается наличие корреляционной зависимости  $Q_B^2$  от  $h_{ст}$ . Поэтому далее можно переходить к поиску коэффициентов  $R_{руд}$  и  $h_e$  уравнения регрессии (3). Коэффициенты  $R_{руд}$  и  $h_e$  находятся из системы уравнений (6) и в результате расчетов соответственно оказываются равными  $h_e = 70.583 \text{ Па}$ ,  $R_{руд} = 0.0077 \text{ Н} \cdot \text{с}^2/\text{м}^8$ .

Проверка значимости коэффициента  $h_e$  проводится по формулам (8) и показывает, что опытное значение  $t_{h_e}^{оп} = 14.449 > 2.446 = t_{\alpha}^{кр}$ , т. е. величина ОЕТ значима, а ее значения с доверительной вероятностью  $p = 95\%$  ( $p = 1 - \alpha$ ) лежат в интервале  $h_e \in (0.015; 141.17) \text{ Па}$ .

В рассматриваемом примере обе границы доверительного интервала оказались положительными. Следовательно, общерудничная естественная тяга с доверительной вероятностью 95% является положительной и будет способствовать проветриванию не менее чем на 0.015 Па и не более чем на 141.17 Па.

Дополнительная проверка значимости (статистической достоверности) уравнения (3) по критерию Фишера показывает, что  $F_{\text{оп}} = 70.092 > 5.99 = F_{\alpha}^{\text{кр}}$ , т. е. уравнение (11) действительно адекватно описывает опытные данные и им можно пользоваться для расчетов.

Статическое давление, развиваемое ГВУ для соответствующего значения  $Q_b = 419.9 \text{ м}^3/\text{с}$ , с доверительной вероятностью 95 % лежит в интервале  $h_{\text{ст}} \in (1402.543; 1468.402) \text{ Па}$ , т. е. минимальное и максимальное значения интервала отличаются от измеренного. Однако оценка точности уравнения (3) при  $Q_b = 419.9 \text{ м}^3/\text{с}$  с помощью критерия Стьюдента по формуле (13) показала, что опытное значение  $t_{h_{\text{ст}}}^{\text{оп}}$  больше критического  $t_{h_{\text{ст}}}^{\text{оп}} = 43.59 \gg 2.446 = t_{\alpha}^{\text{кр}}$ , т. е. с доверительной вероятностью 95 % отличие значения статического давления, развиваемого ГВУ при действии общерудничной естественной тяги, от опытного значения считается незначимым и его можно использовать для расчетов и построения алгоритмов регулирования процессов проветривания.

### ВЫВОДЫ

Представленный способ определения величины  $h_e$  общерудничной естественной тяги по опытным данным позволяет найти ее значение с заранее заданной доверительной вероятностью. Отметим, что технически все необходимые замеры можно выполнять непосредственно на ГВУ, в результате чего в значительной степени сокращается время на получение опытных данных и уменьшается влияние на них случайных обстоятельств. Кроме того, оперативные расчеты доверительных оценок  $h_e$  позволяют регулировать процесс проветривания рудника одновременно и тем самым обеспечивать аэрогазодинамическую безопасность подземных работ.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Bruce W. E.** Natural draft: its measurement and modeling in underground mine ventilation systems, US: Dept. of Labor, Mine Safety and Health Administration, 1986.
2. **Linden P. F.** The fluid mechanics of natural ventilation, Annual Review of Fluid Mechanics, 1999, Vol. 31.
3. **Jianwei Cheng, Yan Wu, Haiming Xu, Jin Liu, Yekang Yang, Huangjun Deng, Yi Wang.** Comprehensive and integrated mine ventilation consultation model, Tunneling and Underground Space Technology, 2015, Vol. 45.
4. **McPherson M. J., Robinson G.** Barometric survey of shafts at baaulbay mine, Cleveland Potash, Mine vent. South Africa, 1980. Vol. 33.
5. **Hanjalic K., Launder B. E.** A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows, J. Fluid Mech., 1972, Vol. 52, No. 4.
6. **Van Ulden, Holtslag A.** Estimation of atmospheric boundary layer parameters for diffusion applications, J. Clim. Appl. Meteorol., 1985, Vol. 24.
7. **Alymenko N. I., Nikolaev A. V.** Influence of mutual alignment of mine shafts on thermal drop of ventilation pressure between the shafts, Journal of Mining Science, 2011, Vol. 47, No. 5.
8. **Казаков Б. П., Шалимов А. В., Гришин Е. Л.** Теплообмен вентиляционного воздуха с крепью воздухоподающего ствола и породным массивом // ФТПРПИ. — 2011. — № 5.
9. **Kazakov B. P., Shalimov A. V., Grishin E. L.** Two-layer approximated approach to heat exchange between the feed air and ventilation shaft lining, Journal of Mining Science, 2011, Vol. 47, No. 5.
10. **Мохирев Н. Н., Радько В. В.** Инженерные расчеты вентиляции шахт. Строительство. Реконструкция. Эксплуатация. — М.: ООО «Недра-Бизнесцентр», 2007.
11. **Николаев А. В.** Управление тепловыми депрессиями в системах вентиляции калийных рудников: автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Пермь, 2012.
12. **Айвазян С. А., Мхитарян В. С.** Прикладная статистика в задачах и упражнениях. — М.: ЮНИТИ, 2001.
13. **Лялькина Г. Б., Бердышев О. В.** Математическая обработка результатов эксперимента: учеб. пособие // Совр. проблемы науки и образования. — 2014. — № 3.

Поступила в редакцию 30/X 2014