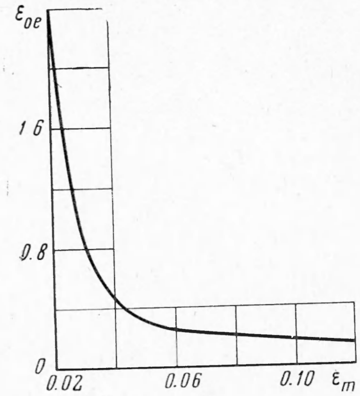
# ОБ АЛГОРИТМАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ДЛИНЫ ВОЛНЫ КОМПТОНОВСКИ РАССЕЯННОГО ГАММА-КВАНТА

*О. С. Маренков*

*(Ленинград)*

Решение задач $\gamma$-нереноса в веществе методом Монте-Карло связано с многократным моделированием комптоновского рассеяния. В качестве энергетической характеристики кванта целесообразно использовать длину волны в комптоновских единицах $\lambda$, поскольку все формулы для комптон-процесса имеют наиболее простой и, следовательно, экономный вид с точки зрения затрат машинного времени.

Случайная длина волны $n$-кратно рассеянного $\gamma$-кванта $\lambda_n$, как известно, определяется на основе распределения Клейна — Нишины. Для вычисления $\lambda_n$ по данным $\lambda_{n-1}$ и $\xi$ (случайное число) приходится решать трансцендентное уравнение, что является весьма малоэкономичной операцией даже при использовании быстродействующих ЭВМ. Возможна аппроксимация функциональной зависимости $\lambda_n = f(\lambda_{n-1}, \xi)$ в ограниченных интервалах изменения $\lambda$ некоторыми несложными формулами типа многочленных приближений по $\lambda_{n-1}$ и $\xi$. Однако ясно, что для улучшения качества статистического моделирования имеет смысл использовать только точные способы вычисления $\lambda_n$.




Точные экономные алгоритмы моделирования $\lambda_n$ основаны на применении так называемой техники случайной «отбраковки» или исключения. Известен алгоритм Кана [1] и алгоритм, основанный на использовании простейшей методики случайного исключения (см., например, [1]) и реализованный в единицах $\alpha = \lambda^{-1}$ в [2].

Реализуем второй алгоритм в единицах $\lambda$. Для этого необходимо определить абсолютный максимум функции плотности вероятности на интервале изменения аргумента. Можно показать, что максимальное значение клейн — нишиновской функции плотности вероятности

$$k(\lambda_{n-1}, \lambda_n) = \left(\frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_n}\right)^2 \left[\frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_n} + \frac{\lambda_n}{\lambda_{n-1}} + 2(\lambda_{n-1} - \lambda_n) + (\lambda_{n-1} - \lambda_n)^2\right]$$

на интервале $\lambda_{n-1} \leqslant \lambda_n \leqslant \lambda_{n-1} + 2$ равно 2 и достигается при $\lambda_n = \lambda_{n-1}$. В этом случае алгоритм моделирования $\lambda_n$ выглядит так:

а) выбираются два случайных числа $\xi_1$ и $\xi_2$ и вычисляется

$$\Lambda_n = \lambda_{n-1} + 2\xi_1$$

б) проверяется неравенство

$$2\xi_2 \leqslant k(\lambda_{n-1}, \Lambda_n)$$

Если неравенство выполняется, то $\lambda_n = \Lambda_n$. В противном случае $\xi_1$ и $\xi_2$ отвергаются, и процедура повторяется с новой парой случайных чисел.

Представляет практический интерес сравнить эффективность алгоритма Кана (в дальнейшем — I) и вышеприведенного (в дальнейшем — II) в широком энергетическом интервале. Это было выполнено непосредственно на цифровой машине с фиксацией в процессе многократного комптоновского рассеяния среднего времени $t$ деградации энергии квантов от начальной $\varepsilon_0$ до конечной $\varepsilon \min = \varepsilon_m$, т. е. моделировался только процесс «замедления», а не траектория кванта в целом. Прослеживалось не менее 1000 подобных замедлений для каждого набора $\varepsilon_0$ и $\varepsilon_m$.

Приводим результаты определения отношения $\tau = t_{\rm I} / t_{\rm II}$ для значений $\varepsilon_m = 0.02$, 0.05, 0.13 *Мэв* в зависимости от значений $\varepsilon_0$, *Мэв*.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varepsilon_0 =$ | 10 | 8 | 6 | 4 | 3 | 2.6 | 2 | 1 | ($\varepsilon_m = 0.02$) |
| $\tau =$ | 0.79 | 0.93 | 0.95 | 0.96 | 0.97 | 1 | 1.05 | 1.12 | |
| $\varepsilon_0 =$ | 0.8 | 0.6 | 0.4 | 0.2 | 0.1 | 0.08 | 0.06 | 0.94 | ($\varepsilon_m = 0.02$) |
| $\tau =$ | 1.17 | 1.19 | 1.22 | 1.32 | 1.35 | 1.37 | 1.38 | 1.40 | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varepsilon_0 =$ | 10 | 8 | 6 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0.8 | ($\varepsilon_m = 0.05$) |
| $\tau =$ | 0.61 | 0.62 | 0.64 | 0.66 | 0.72 | 0.75 | 0.83 | 0.90 | |
| $\varepsilon_0 =$ | 0.6 | 0.5 | 0.4 | 0.32 | 0.2 | 0.1 | 0.08 | 0.06 | ($\varepsilon_m = 0.05$) |
| $\tau =$ | 0.92 | 0.95 | 0.97 | 1 | 1.07 | 1.17 | 1.30 | 1.37 | |
| $\varepsilon_0 =$ | 10 | 8 | 6 | 4 | 3 | 2 | | | ($\varepsilon_m = 0.13$) |
| $\tau =$ | 0.34 | 0.61 | 0.45 | 0.47 | 0.52 | 0.57 | | | |
| $\varepsilon_0 =$ | 1 | 0.8 | 0.6 | 0.4 | 0.3 | 0.2 | | | ($\varepsilon_m = 0.13$) |
| $\tau =$ | 0.62 | 0.69 | 0.75 | 0.86 | 0.89 | 0.98 | | | |

Экономичность алгоритмов I и II существенно зависит от $\varepsilon_0$ и $\varepsilon_m$. Если $\varepsilon_m \geqslant 13$ *Мэв*, то для любых $\varepsilon_0$ алгоритм I более выгоден, чем алгоритм II ($\tau \leqslant 1$). Для каждого значения $\varepsilon_m < 0.13$ *Мэв* существует такое значение $\varepsilon_0 = \varepsilon_{0e}$, при котором оба алгоритма одинаково экономны ($\tau = 1$). С увеличением $\varepsilon_m$ значение $\varepsilon_{0e}$ смещается в сторону более низких энергий. В случае $\varepsilon_0 \leqslant \varepsilon_{0e}$ необходимо использовать алгоритм II ($\tau > 1$).

Данные, приведенные на фигуре, позволяют определить значение $\varepsilon_{0e}$ в зависимости от $\varepsilon_m < 0.13$ *Мэв*. Очевидно, что в случае $\varepsilon_0 > \varepsilon_{0e}$ имеет смысл последовательное использование алгоритмов I и II соответственно, в особенности при $\varepsilon_0 \gg \varepsilon_{0e}$ и относительно более низких $\varepsilon_m$.

Поступила 20 I 1969

## ЛИТЕРАТУРА

1. Фано У., Спенсер Л., Бергер М. Перенос гамма-излучения. М., Атомиздат, 1963.
2. Дядькин И. Г. Моделирование случайной энергии гамма-кванта, рассеянного в результате комптон-эффекта. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1966, т. 6, № 2.

# ОТРАЖЕНИЕ МАГНИТОЗВУКОВЫХ ВОЛН ОТ УПРУГОГО СЛОЯ С КОНЕЧНОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬЮ

*Л. Я. Косачевский, В. Г. Пономаренко*

*(Донецк)*

В работе [1] была решена задача об отражении магнитозвуковых волн от плоского слоя электропроводящей жидкости (или газа), находящейся в постоянном однородном магнитном поле **H**.

Ниже решается аналогичная задача для упругого слоя. Найдены коэффициенты отражения и прозрачности слоя в предельных случаях слабого и сильного магнитных полей.

1. Рассмотрим отражение от упругого плоского слоя толщины $d$, на который под произвольным углом падает быстрая магнитозвуковая волна (фигура). Граница слоя совпадает с плоскостью $xy$. Плоскость падения волны совмещена с плоскостью $xz$. Предполагаем, что вектор **H** лежит в этой же плоскости и составляет с осью $x$ угол $\varphi$. Жидкие (или газообразные) среды по обе стороны слоя электропроводящие.

В жидкой среде имеют место быстрая и медленная магнитозвуковые волны, поляризованные в плоскости $xz$, и волны Альфвена,— поляризованные перпендикулярно этой плоскости.

В упругой среде существует пять типов волн. Три из них — быстрая и медленная магнитоупругие, а также электромагнитная, связанная с процессом диффузии магнитного поля в среде,— поляризованы в плоскости $xz$. Четвертая и пятая волны поляризованы перпендикулярно $xz$.

Волны, поляризованные перпендикулярно плоскости падения, распространяются независимо от остальных, поэтому в данной работе мы их можем не принимать во внимание.

Если на слой под произвольным углом $\theta$ падает быстрая магнитозвуковая волна, то при этом будут отражаться в верхнюю среду и проходить в нижнюю как быстрые, так и медленные магнитозвуковые волны. Внутри слоя в результате многократных отражений от его границ образуются результирующие волны трех типов.

Среду, из которой падает волна, слой и нижнюю среду будем обозначать соответственно номерами 3, 2 и 1. Величины, относящиеся к различным типам волн, будем обо-