

НЕМАГНИТНОЕ УДЕРЖАНИЕ ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЫ

Г. Е. Векштейн, Д. Д. Рютов, М. Д. Спектор,
И. З. Чеботав

(Новосибирск)

Рассматривается возможность удержания термоядерной плазмы с температурой $T \sim 10^4$ эв и плотностью $n \sim 10^{18}$ см⁻³ не давлением магнитного поля, а жесткими стенками сосуда (немагнитное удержание). Такой способ удержания плазмы имеет свои специфические особенности: возникновение течения плазмы, образование плотного пристеночного слоя, возрастание роли радиационных потерь из плазмы и др. В работе на основе численного решения уравнений переноса плазмы исследуется вопрос о влиянии этих особенностей на энергетическое время жизни плазмы. Как следует из полученных результатов, дополнительные потери энергии из плазмы не оказываются катастрофически большими и немагнитное удержание плотной плазмы в принципе возможно.

1. Описание проблемы. В традиционных системах удержания плазмы с плотностью $n \sim 10^{13} \div 10^{14}$ см⁻³ основная задача состоит в обеспечении надежного отрыва плазмы от стенок сосуда. Это возможно только в условиях, когда магнитное давление $H^2 / 8\pi$ превышает газокинетическое давление плазмы $2nT$ (магнитное удержание). При переходе к плазме с плотностью $n \sim 10^{17} \div 10^{18}$ см⁻³ и температурой $T \sim 10^4$ эв магнитное удержание требует применения магнитных полей мегагауссного диапазона, создание которых представляет собой сложную задачу. Поэтому интересно рассмотреть возможность удержания плотной плазмы стенками сосуда («немагнитное» удержание). При таком методе удержания магнитное поле требуется только для подавления поперечной теплопроводности, что может быть достигнуто уже при весьма умеренных магнитных полях (таких, что $\beta = 16 \pi nT / H^2 \gg 1$). Возможность немагнитного удержания отмечалась еще в работе [1] и с тех пор неоднократно упоминалась различными авторами.

Характерные отличия немагнитного удержания плазмы с $\beta \gg 1$ от случая малых β наиболее отчетливо проявляются в задаче с начальными условиями. Пусть в начальный момент времени однородная холодная плазма заполняет промежуток между двумя плоскими параллельными стенками (для простоты рассматриваем случай плоской геометрии). Так как в практически интересных случаях время нагрева¹ существенно больше инерционного времени, то полное давление в плазме $2nT + H^2/8\pi$ будет однородно по сечению и после включения нагрева. Если $\beta \ll 1$, то механическое равновесие в системе обеспечивается давлением магнитного поля, и можно считать, что нагрев происходит при фиксированной плотности плазмы (принимается, что время нагрева много меньше времени диффузии плазмы поперек магнитного поля). В случае же плазмы $\beta \gg 1$ должно выполняться условие с $nT = \text{const}$, т. е. $n \propto 1/T$.

¹ Источником нагрева может быть, в частности, релятивистский электронный пучок.

Поэтому по мере нагрева плазма будет вытекать из относительно горячих центральных областей к холодным стенкам, вблизи которых появится область с очень высокой плотностью.

Наличие такого холодного пристеночного слоя может в принципе привести к резкому возрастанию роли тормозного излучения, свободно уходящего из объема плазмы. Действительно, мощность излучения из единицы объема плазмы Q_{rad} , пропорциональная $n^2 \sqrt{T}$, при условии $nT = \text{const}$ растет как $T^{-3/2}$ с уменьшением температуры. Кроме того, течение плазмы дает дополнительный (по сравнению с диффузионным) поток тепла к стенкам. Целью настоящей работы является выяснение вопроса о том, как эти особенности немагнитного удержания повлияют на динамику нагрева плотной плазмы и ее энергетическое время жизни. Такое исследование представляется важным, так как для термоядерной плазмы с температурой $T \sim 10^4$ эв даже для $D - T$ смеси время радиационного остывания $\tau_{\text{rad}} = 3nT/Q_{\text{rad}}$ всего лишь на порядок больше необходимого времени удержания плазмы, следующего из критерия Лоусона: $\tau_{\text{L}} (\text{сек}) = 10^{14} / n$ (см^{-3}). Указанное возрастание Q_{rad} могло бы сделать немагнитное удержание плазмы в принципе неприемлемым.

Задача о немагнитном удержании плазмы сильно усложняется из-за необходимости учета разнообразных эффектов, имеющих место непосредственно около стенки, таких как неполная ионизация плазмы и рекомбинационное излучение, нарушение условия незапертости излучения, неидеальность плазмы и связанные с этим изменения ее коэффициентов переноса, разрушение стенки тепловым потоком и быстрыми частицами плазмы, проникновение в плазму тяжелых примесей со стенки.

В настоящей работе исследуется только поведение плазмы в областях с относительно высокой температурой ($T \geq 10$ эв). При этом наличие стенки учитывается в виде некоторых простых граничных условий, налагаемых на параметры плазмы в точке, где ее температура еще достаточно велика, чтобы можно было не рассматривать упомянутые выше пристеночные эффекты (в разных обсуждаемых ниже случаях температура этой «эффективной» стенки выбиралась в пределах от 3 до 100 эв).

Из проведенного ниже в рамках этой упрощенной модели анализа вопросов о возрастании радиационных потерь и конвективном переносе тепла к холодным стенкам следует, что при разумных параметрах плазмы ее время жизни по-прежнему с некоторым запасом удовлетворяет критерию Лоусона.

Однако следует иметь в виду, что этот результат имеет смысл лишь необходимого условия возможности немагнитного удержания плазмы, поскольку не вполне ясна роль процессов, происходящих у самой стенки (в области $T \leq 3$ эв). Однако есть некоторые указания на то, что эти процессы не слишком существенны: варьирование температуры эффективной стенки в данной модели слабо влияет на характеристики горячей плазмы (подробности см. в п. 3 и 4).

Поскольку в плазме возможно возбуждение различных микронеустойчивостей (рассматриваемая здесь система устойчива относительно наиболее опасных магнитогидродинамических неустойчивостей), кроме случая классических коэффициентов переноса, рассмотрен также случай аномальной (бомовской) теплопроводности плазмы. Полученные результаты дают соответственно приближенные значения верхней и нижней границ энергетического времени жизни плазмы.

2. Постановка задачи. Рассматривается слой плазмы, ограниченный неподвижными идеально проводящими плоскостями $x = \pm L$, температура которых предполагается постоянной. Магнитное поле параллельно стенкам. Уравнения переноса плазмы поперек магнитного поля записы-

ваются в виде (обозначения те же, что и в работе [2])

$$(2.1) \quad \begin{aligned} Mn \frac{dv}{dt} &= -\frac{\partial}{\partial x} \left(2nT + \frac{H^2}{8\pi} \right), & \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (nv) &= 0 \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (vH) &= \frac{c^2}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sigma_{\perp}} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{c}{e} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta_{\Lambda}^{uT}}{n} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \\ 3 \frac{\partial}{\partial t} (nT) + 3 \frac{\partial}{\partial x} (nTv) + 2nT \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_{\perp} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{c\beta_{\Lambda}^{uT}T}{4\pi ne} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \\ &+ \frac{c\beta_{\Lambda}^{uT}}{4\pi ne} \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{c^2}{16\pi^2\sigma_{\perp}} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + Q_t - Q_{\text{rad}} \end{aligned}$$

Здесь v — массовая скорость ионов, направленная по оси x перпендикулярно стенкам; κ_{\perp} , σ_{\perp} — теплопроводность и проводимость плазмы поперек магнитного поля; β_{Λ}^{uT} — коэффициент, определяющий поперечную к ∇T и \mathbf{H} составляющую термосилы

$$Q_{\text{rad}} = 10^{-13} (n \text{ см}^3)^2 \sqrt{T (\text{эв})^{-1}} \text{ эв} \cdot \text{см}^{-3} \cdot \text{сек}^{-1}$$

Q_{rad} — мощность тормозного излучения из плазмы (см., например, [3])

$$Q_t = W \{ \exp [1 - (x/L)^2] - 1 \} t \exp (-t/\Delta t) (e - 1)^{-1} (\Delta t)^{-2}$$

Q_t — объемная мощность внешних источников нагрева (такая зависимость может имитировать, например, нагрев плазмы релятивистским электронным пучком).

Термоядерные источники тепла в задачу не включаются, поскольку в настоящее время, по мнению авторов, более актуальным является расчет модельных экспериментов, в которых максимальная температура плазмы в несколько раз меньше термоядерной.

Температуры и плотности электронов и ионов можно считать равными, излучение считается незапертым, вязкие эффекты несущественны. Как уже отмечалось, инерционные эффекты малы, но инерционные члены оставлены в уравнении движения для удобства численного интегрирования.

Система (2.1) решается численно на отрезке $0 \leq x \leq L$ со следующими начальными и граничными условиями:

$$\begin{aligned} t = 0, \quad n &= n_0, \quad H = H_0, \quad T = T_x, \quad v = 0 \\ x = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{\partial H}{\partial x} = 0, \quad v = 0 \\ x = L, \quad T &= T_x, \quad v = 0 \\ \frac{c}{4\pi\sigma_{\perp}} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\beta_{\Lambda}^{uT}}{ne} \frac{\partial T}{\partial x} &= 0 \end{aligned}$$

Последнее соотношение описывает граничное условие на идеально проводящей стенке. Такое приближение является разумным, если за время эксперимента магнитное поле проникает в глубь стенки на расстояние, малое по сравнению с толщиной «магнитного» пристеночного слоя $\Delta_H = (\partial \ln H / \partial x)^{-1}$

$$\frac{c^2}{4\pi\sigma_{\perp}} t \ll \Delta_H^2$$

Это условие для полученных ниже значений $t \sim 10^{-4}$ сек, $\Delta_H \sim 6 \cdot 10^{-1}$ см имеет вид

$$\sigma \gg 10^{16} \text{ сек}^{-1}$$

и выполняется для хорошо проводящих металлов.

Некоторые предварительные результаты расчетов содержатся в [4]. Проблема немагнитного удержания плотной плазмы рассматривалась также в [5-7]. В работе [5] решалась задача о стационарном немагнитном удержании стенками, когда потери тепла из-за теплопроводности и излучения компенсируются термоядерными источниками. Оказалось, что существование имеющих физический смысл стационарных решений существенно зависит от профиля магнитного поля. Однако магнитное поле в [5] не определялось самосогласованным образом, а задавалось произвольно.

В [6] рассматривался стационарный термоядерный реактор с плотной плазмой, в котором топливо (дейтерий и тритий) непрерывно диффундирует от стенок в зону горения, а продукты реакции (α -частицы) — в обратном направлении. По сравнению с данной работой результаты [6] относятся к существенно другому масштабу времени. В данной работе речь идет о временах порядка лоусоновского, тогда как решение [6] устанавливается за время, много большее времени полного выгорания, которое на два порядка больше лоусоновского (для $D - T$ смеси). Следует заметить также, что в расчетах авторы [6] используют коэффициенты переноса для замагниченной плазмы, что становится неверным в холодных пристеночных областях.

Динамика остывания плотной плазмы, контактирующей с холодной стенкой, обсуждалась в [7]. Однако эта работа относилась к таким параметрам плазмы, при которых излучение несущественно.

3. Классическая теплопроводность. В этом случае характерным временем в задаче является время остывания горячей плазмы из-за ионной теплопроводности поперек магнитного поля (принимается, что в горячей плазме замагничены как электроны, так и ионы, причем плазма предполагается дейтериевой)

$$\tau_h = L^2 e H_0 (m / M)^{1/2} [c T_0 \delta_0 (n_0, T_0, H_0)]^{-1}$$

Параметр замагниченности $\delta_0 \equiv v_e / \omega_{He}$ представляет собой отношение кулоновской частоты рассеяния электронов к их циклотронной частоте. Характерная температура T_0 связана с мощностью нагрева соотношением $T_0 = W / 3n_0$, так что температура в центре в случае однородности плазмы и в отсутствие тепловых потерь росла бы до величины T_0 . В действительности максимальная температура в центре не достигает этого значения, так как часть энергии теряется из-за теплопроводности и излучения, а часть идет на сжатие более холодных слоев плазмы.

В уравнениях (2.1) и граничных условиях удобно перейти к безразмерным переменным, используя в качестве масштабов x, n, H, T, t и v величины L, n_0, H_0, T_0, τ_h и τ_h / L соответственно

$$(3.1) \quad \epsilon n \frac{dv}{dt} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(nT + \frac{H^2}{\beta_0} \right)$$

$$(3.2) \quad \frac{dn}{dt} + n \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

$$(3.3) \quad \left(\frac{M}{m} \right)^{1/2} \delta_0 (n_0, T_0, H_0) \frac{d}{dt} \left(\frac{H}{n} \right) = \frac{4}{3\epsilon n} \frac{\partial}{\partial x} \left(\delta_0 \frac{H}{n} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial x} \left(\delta_1 \frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

$$(3.4) \quad \left(\frac{M}{m} \right)^{1/2} \delta_0 (n_0, T_0, H_0) \left(n \frac{dT}{dt} - \frac{2}{3} T \frac{dn}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{nT}{H} \delta_2 \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{4}{3\beta_0} \frac{\partial}{\partial x} \left(\delta_1 T \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{4}{3\beta_0} \frac{\partial H}{\partial x} \left(\frac{4\delta_0}{\beta_0 n} H \frac{\partial H}{\partial x} + \delta_1 \frac{\partial T}{\partial x} \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{M}{m}\right)^{1/2} \delta_0(n_0, T_0, H_0) \left[\frac{t}{(\Delta t)^2} \exp(-t/\Delta t) \frac{\exp(1-x^2)-1}{e-1} - \right. \\
& \left. - \alpha n^2 \sqrt{T} \frac{(T-\gamma)^2}{\gamma^2 + (T-\gamma)^2} \right] \\
v_{x=0} = v_{x=1} = 0, \quad T_{x=1} = \gamma; \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial H}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \\
\left(\frac{4\delta_0}{\beta_0} H \frac{\partial H}{\partial x} + \delta_1 n \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_{x=1} = 0, \quad \beta_0 = 16\pi n_0 T_0 / H_0^2
\end{aligned}$$

Здесь при записи уравнений и условий для безразмерных величин сохранены прежние обозначения. Параметр $\varepsilon = ML^2 / 2T_0\tau_h^2$ характеризует роль инерции плазмы (в практически важных случаях $\varepsilon \ll 1$), а величина α равна отношению времени τ_h ко времени радиационного остывания горячей плазмы τ_{rad} ($\alpha = \tau_h / \tau_{\text{rad}}$, $\tau_{\text{rad}} = 3n_0T_0 / Q_{\text{rad}}(n_0T_0)$). Величина $\gamma \ll 1$ есть безразмерная температура стенки. Множитель $(T-\gamma)^2 / \gamma^2 + (T-\gamma)^2$ в последнем слагаемом в правой части уравнения (3.4) учитывает тот факт, что плазма за счет излучения не может остыть до температуры, меньшей, чем температура стенки. Из численных расчетов следует, что, хотя объемная мощность излучения Q_{rad} в пристеночном слое велика, полное излучение из этого слоя $\int Q_{\text{rad}} dx$ составляет небольшую часть излучения из всего объема плазмы. Поэтому такое искусственное «выключение» излучения у стенки практически не влияет на результаты. Коэффициенты δ_1 и δ_2 пропорциональны соответственно термосиле и теплопроводности. Зависимость их от δ_0 определялась с помощью интерполяционных формул (см. [2])

$$(3.5) \quad \delta_1 = \frac{3\delta_0}{2 + 4\delta_0^2}, \quad \delta_2 = \delta_0 \left(\frac{1}{0.6 + \delta_0^2} + \frac{1}{3 \cdot 10^{-2} + 37.5\delta_0^2} \right)$$

(слагаемые в δ_2 учитывают вклад в теплопроводность электронов и ионов соответственно). Отметим, что значение величины δ_0 у стенки может на несколько порядков отличаться от $\delta_0(n_0, T_0, H_0)$ и стать даже больше единицы (плазма размагничена).

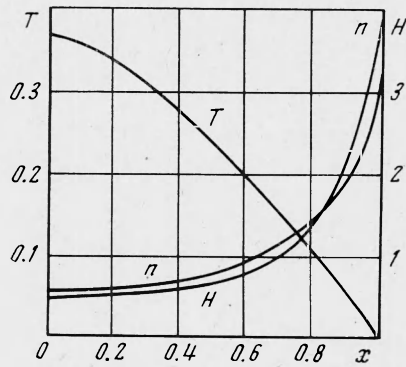
Результаты численных расчетов иллюстрируются фигурами и числовыми данными, приведенными ниже. Характерные параметры задачи были выбраны следующими: $\varepsilon = 10^{-6}$, $\Delta t = 0.2$, $\alpha = 0.1$, $\delta_0(n_0, T_0, H_0) = 10^{-4}$, $\gamma = 10^{-3}$ (отметим, что дальнейшее уменьшение величины γ не влияло на характер процессов в области горячей плазмы).

β_0	1	10	10^2	10^3
T_{max}	0.354	0.365	0.367	0.355
n_m	0.93	0.68	0.523	0.92
$\tau_{1/2}$	0.42	0.36	0.36	0.48

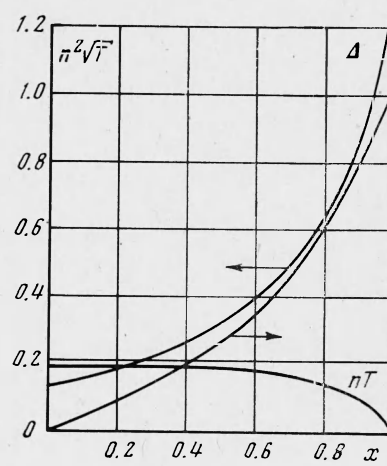
На фиг. 1 изображены профили плотности n , температуры T и магнитного поля H при $\beta_0 = 10^2$ в момент времени $t = t^*$, когда температура в центре максимальна. Как видно из фиг. 1, образование пристеночного слоя в этом случае выражено довольно слабо: $n_{\text{max}} / n_{\text{min}} = 6.3$. Это происходит потому, что магнитное поле выносится из центра вместе с плазмой, и у стенки главную роль играет магнитное давление ($\beta|_{x=1} \ll 1$). Отношение $H_{\text{max}} / H_{\text{min}} = 8.3$ (из-за наличия термосилы это отношение оказывается даже больше, чем если бы поле было заморожено в плазму). Максимальная температура в центре равна 0.37.

Приведем еще значение «коэффициента полезного действия» η , равного отношению тепловой энергии, запасенной в системе в момент времени

$t = t^*$, к полной энергии источника. Для рассмотренного случая $\eta \approx 0.28$. Довольно малое значение η и максимальной температуры объясняется тем, что характерное время нагрева Δt было всего лишь вдвое меньше времени остывания плазмы $\tau_{1/2}$, определяемого как время в течение которого температура в центре системы падает вдвое по сравнению с максимальной.

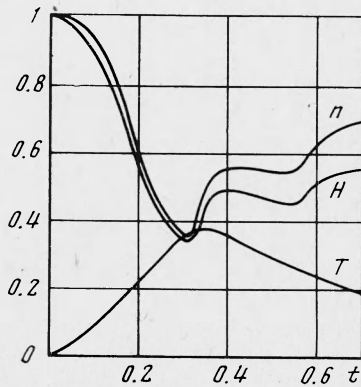


Фиг. 1

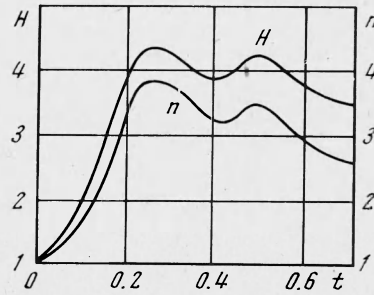


Фиг. 2

В таблице приведены значения максимальной температуры в центре системы T_{\max} , плотности в центре n_m в момент $t = t^*$, а также времени остывания $\tau_{1/2}$ при различных значениях параметра β_0 .



Фиг. 3



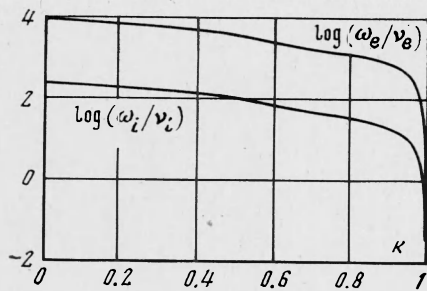
Фиг. 4

На фиг. 2 приведены профили давления плазмы nT , плотности излучения $n^2\sqrt{T}$ и излучения $\Delta = \int_0^x n^2\sqrt{T} dx / \int_0^1 n^2\sqrt{T} dx$ при $\beta_0 = 10^2$ в момент времени t^* . На фиг. 3 и 4 изображены зависимости плотности, магнитного поля и температуры от времени соответственно в центре системы и у стенки. Из графиков видно, что по окончании нагрева начинается обратный отток плазмы к центру (плотность в центре начинает расти). На фиг. 5 показаны профили замагниченности электронов и ионов в момент времени t^* .

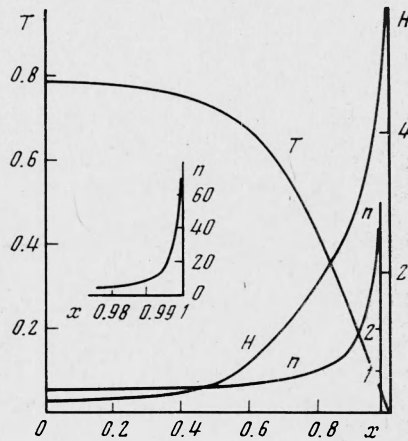
Приведем значения некоторых величин для термоядерных параметров плазмы: $n_0 = 10^{18} \text{ см}^{-3}$, $H_0 = 10^5 \text{ гс}$, $T_0 = 10^4 \text{ эв}$. Поперечный размер

системы L выбирается так, чтобы время остывания $\tau_{1/2}$ было порядка лонсоновского времени для $D - T$ смеси: $\tau_{\Delta} = 10^{14} (n \text{ см}^3)^{-1} \text{сек} = 10^{-4} \text{сек}$. Тогда поперечный размер системы $L \approx 2.2 \text{ см}$; потери на излучение $\int Q_{\text{rad}} dx = 6.4 \cdot 10^6 \text{ Дж} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{сек}^{-1}$ ($t = t^*$); поток тепла на стенку $q \approx 1.3 \cdot 10^7 \text{ Дж} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{сек}^{-1}$ ($t = t^*$).

4. Бомовская теплопроводность. Влияние неустойчивостей приближенно можно учесть в уравнениях (2.1), если под ν_e понимать некоторую эффективную частоту рассеяния электронов, которая может быть много



Фиг. 5



Фиг. 6

больше кулоновской. При заданном магнитном поле теплопроводность плазмы максимальна при $\nu_e \approx \omega_{He}$ (это дает коэффициент температуропроводности порядка бомовского). Поэтому в этом разделе будем считать, что параметр $\delta_0 = 1$.

Так как характерным временем является бомовское время $\tau_B = L^2 e H_0 / c T_0$, то время и скорость удобно в этом случае обезразмерить на τ_B и τ_B / L соответственно.

Остальные переменные обезразмериваются так же, как и в классическом случае. Параметры ϵ и α равны

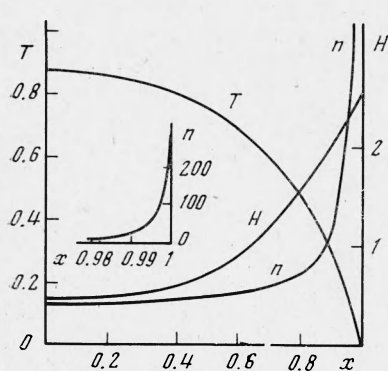
$$\epsilon = ML^2 / 2T_0 \tau_B^2, \quad \alpha = \tau_B / \tau_{\text{rad}}$$

Величины ϵ , Δt , α и γ в расчетах были такими же, как и в классическом случае.

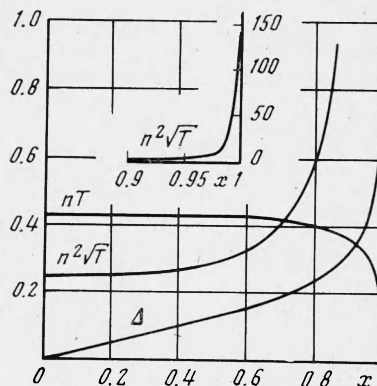
Величина и знак термосилы определяются зависимостью частоты рассеяния электронов на флуктуациях от скорости электронов. Поскольку для колебаний, приводящих к бомовским коэффициентам переноса, такая зависимость, вообще говоря, неизвестна, рассмотрено два случая: с термосилой, определяемой по формуле (3.5), и без термосилы, чему соответствует $\delta_1 = 0$. Сравнение расчетов в обоих случаях показывает, что характеристики горячей плазмы при этом мало отличаются, т. е. результаты слабо зависят от конкретного вида термосилы.

На фиг. 6 изображены профили n , T и H при $t = t^*$ с учетом термосилы. На фиг. 7 — те же зависимости в отсутствие термосилы. Отчетливо видно образование тонкого холодного слоя у стенки с плотностью, приблизительно на два порядка большей (~ 70 и ~ 270 соответственно), чем первоначальная. Безразмерная ширина слоя Δ , определенная как

$|d \ln n / dx|^{-1}$, в первом случае равна 10^{-3} , во втором случае $5 \cdot 10^{-4}$. Вытеснение магнитного поля к стенкам выражено гораздо слабее, чем вытеснение плазмы ($H|_{x=1} = 5.7$ при наличии термосилы, $H|_{x=1} = 2.5$ без термосилы). Это связано с тем, что из-за большой частоты рассеяния электронов в боровском случае существенную роль играет диффузия магнитного поля.



Фиг. 7



Фиг. 8

Для коэффициента полезного действия получаются следующие значения: $\eta_1 \approx 0.7$, $\eta_2 = 0.6$. Увеличение к.п.д. по сравнению с классическим случаем объясняется тем, что при тех же значениях безразмерных параметров ϵ , Δt , α , γ отношение времени нагрева ко времени остывания плазмы оказывается меньше.

На фиг. 8 приведены профили давления плазмы nT , плотности излучения $n^2\sqrt{T}$ и излучения $\Delta = \int_0^x Q_{\text{rad}} dx \Big| \int_0^1 Q_{\text{rad}} dx$ в момент времени t^* .

Давление плазмы почти постоянно по сечению, магнитное давление играет роль лишь у самой стенки. Графики для излучения показывают, что хотя плотность излучения велика в пристеночной области, в полное излучение из системы основной вклад дает область горячей плазмы.

На фиг. 9 и 10 изображены зависимости плотности, магнитного поля и температуры от времени в центре системы и у стенки.

Ниже приведены значения максимальной температуры в центре системы, плотности в центре в момент $t = t^*$ и времени остывания плазмы $\tau_{1/2}$ при различных значениях β_0 .

β_0	10^{-1}	1	10^2	10^3
T_{max}	0.698	0.706	0.79	0.75
n_m	0.58	0.58	0.54	0.43
$\tau_{1/2}$	1.6	1.7	1.7	2

Как видно из следующей таблицы, в которой собраны характеристики системы с боровской теплопроводностью для термоядерных параметров плазмы ($n_0 = 10^{18} \text{ см}^{-3}$, $H_0 = 10^5 \text{ гс}$, $T_0 = 10^4 \text{ эв}$), полные потери на излучение могут составить заметную часть потерь за счет теплопроводности.

5. Схема численного интегрирования. Для численного счета было существенно, в каких переменных записаны исходные уравнения. Если исходная система записана в эйлеровских координатах, то их разностная аппроксимация на пространственной сетке с постоянным шагом дает

большие ошибки в определении градиентов около стенки, что приводит к образованию больших ускорений в пристеночном слое, к раскачке колебаний и несохранению массы. Введение лагранжевой переменной $dm = n(x) dx$ дает сетку, уплотняющуюся в области больших концентраций, и, следовательно, более точную аппроксимацию пространственных

	$n_0 = 10^{18} \text{ см}^{-3}, T_x = 10 \text{ эв},$ $H_0 = 10^5 \text{ эс}$	
	с термо- силой	без термосилы
$L, \text{ см}$	8	6.5
$\int Q_{\text{рад}}, \text{ Дж/см}^2 \cdot \text{сек}$	$2.9 \cdot 10^7$	$2.6 \cdot 10^7$
$Q_{\text{рад}}(\text{max})/Q_{\text{рад}}(\text{min})$	$6.5 \cdot 10^2$	$1.4 \cdot 10^4$
$q _{x=L}, \text{ Дж/см}^2 \cdot \text{сек}$	$7.2 \cdot 10^7$	$2.7 \cdot 10^8$
$\delta, \text{ см} (\delta = 1/ d \ln n/dx _{\text{max}})$	$8 \cdot 10^{-3}$	$3.3 \cdot 10^{-3}$
$H_{\text{max}}/H_{\text{min}}$	33.5	5.6
$n_{\text{max}}, \text{ см}^{-3}$	$6.8 \cdot 10^{19}$	$2.7 \cdot 10^{20}$
$T_{\text{max}}, \text{ эв}$	10^4	10^4
$\tau_{1/2}, \text{ сек}$	10^{-4}	10^{-4}

производных. Однако попытка выполнить условие $\nabla(nT + H^2/\beta_0) = 0$ при счете привела к сильной счетной неустойчивости, причину которой можно объяснить следующим образом. При условии постоянства давления по всему объему концентрация n определялась из уравнения

$$(5.1) \quad nT + H^2/\beta_0 = f(t)$$

а скорость — из уравнения непрерывности. Если продифференцировать соотношение (5.1) по времени, подставить в него значения $dT/dt, dH/dt$

и использовать условие $\int_0^1 n(x) dx = \text{const}$, то можно определить производную df/dt . Однако ошибки численного дифференцирования и интегрирования дают ошибку Δf на каждом шаге по времени. Максимальная ошибка в определении концентрации будет вблизи стенки, где $T \ll 1$, что приводит в конечном счете к появлению отмеченной неустойчивости счета. Введение малого параметра ϵ в уравнение движения

$$\epsilon \frac{dv}{dt} = - \frac{\partial}{\partial m} \left(nT + \frac{H^2}{\beta_0} \right)$$

позволяет восстановить «нормальный» порядок определения скорости и концентрации. При этом давление во всем объеме было почти постоянным во все время счета. Из системы разностных уравнений

$$(5.2) \quad T_j^{m+1} - T_j^m + \frac{\tau}{3h} (nT)_j^m (v_{j+1}^m - v_{j-1}^m) = \\ = \frac{\tau}{h^2} \left\{ \frac{(n_{j+1/2}^m)^2 T_{j+1/2}^m}{H_{j+1/2}^m} \delta_{2j+1/2}^m (T_{j+1}^{m+1} - T_j^{m+1}) - \right. \\ \left. - \frac{(n_{j-1/2}^m)^2 T_{j-1/2}^m}{H_{j-1/2}^m} \delta_{2j-1/2}^m (T_j^{m+1} - T_{j-1}^{m+1}) \right\} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{4\tau}{3\beta_0^2 h} (H_{j+1}^m - H_{j-1}^m) \left\{ \delta_{0j}^m H_j^m (H_{j+1}^m - H_{j-1}^m) + \right. \\
& + \left. \frac{\beta_0}{4} \delta_{1j}^m n_j^m (T_{j+1}^m - T_{j-1}^m) \right\} + \frac{2\tau}{3\beta_0 h^2} \left\{ \delta_{1j+1/2}^m n_{j+1/2}^m T_{j+1/2}^m (H_{j+1}^m - H_j^m) - \right. \\
& - \left. \delta_{1j-1/2}^m n_{j-1/2}^m T_{j-1/2}^m (H_j^m - H_{j-1}^m) \right\} - \tau \left\{ \alpha (n_j^m)^2 \sqrt{T_j^m} \frac{(T_j^m - \gamma)^2}{(T_j^m - \gamma)^2 + \gamma^2} - \right. \\
& - \left. \frac{1}{n_j^m} \frac{t^m}{(\Delta t)^2} \exp\left(-\frac{t^m}{\Delta t}\right) \frac{\exp(1 - x_j^2) - 1}{e - 1} \right\}
\end{aligned}$$

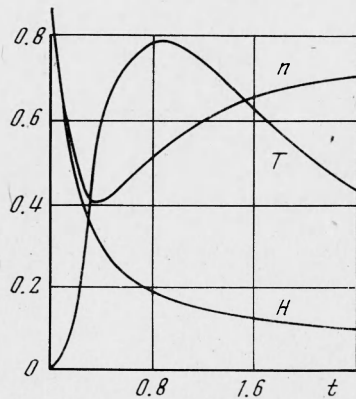
$$(5.3) \quad v_j^{m+1} = v_j^m - \varepsilon^{-1} \frac{\tau}{h} \left(n_{j+1/2}^m T_{j+1/2}^m + \frac{(H_{j+1/2}^m)^2}{\beta_0} - n_{j-1/2}^m T_{j-1/2}^m - \frac{(H_{j-1/2}^m)^2}{\beta_0} \right)$$

$$(5.4) \quad x_j^{m+1} = x_j^m + \tau v_j^{m+1}$$

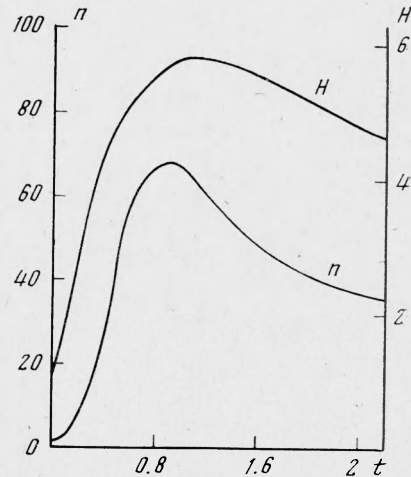
$$(5.5) \quad n_{j+1/2}^{m+1} = \frac{\Delta m_0}{x_{j+1}^{m+1} - x_j^{m+1}}$$

$$\begin{aligned}
(5.6) \quad \frac{H_j^{m+1}}{n_j^{m+1}} - \frac{H_j^m}{n_j^m} &= \frac{4\tau}{\beta_0 h^2} \left\{ \delta_{0j+1/2}^m H_{j+1/2}^m (H_{j+1}^{m+1} - H_j^{m+1}) - \right. \\
& - \delta_{0j-1/2}^m H_{j-1/2}^m (H_j^{m+1} - H_{j-1}^{m+1}) \left. \right\} + \frac{\tau}{h^2} \left\{ \delta_{1j+1/2}^m n_{j+1/2}^m (T_{j+1}^{m+1} - T_j^{m+1}) - \right. \\
& - \left. \delta_{1j-1/2}^m n_{j-1/2}^m (T_j^{m+1} - T_{j-1}^{m+1}) \right\}
\end{aligned}$$

видно, что в рассматриваемом объеме будут сохраняться поле и с большой точностью масса. Разностные уравнения теплопроводности и диффузии магнитного поля решались методом прогонки. Вся система уравнений ус-



Фиг. 9



Фиг. 10

ловно устойчива. Временной шаг определялся соотношением

$$\tau = \alpha \min_j (\Delta x_j) / (1 + \max_j |v_j|)$$

где α выбиралось из условия сохранения интеграла $\int_0^1 H(x) dx$. Для всех просчитанных вариантов интеграл сохранялся в пределах 0—0.3.

6. Основные результаты. Перечислим основные результаты работы. Показана возможность удержания плотной плазмы стенками — получены приемлемые решения с перепадом температур от термоядерных до $T_x \sim \sim 10^5$ °К. Выявлены характерные особенности немагнитного удержания плотной плазмы: течение плазмы, образование пристеночного слоя. Показано, что, хотя эти особенности и приводят к дополнительным потерям энергии из плазмы, относительная величина этих потерь по порядку величины равна единице. Поэтому энергетическое время жизни плазмы остается такого же порядка, как и в случае чистой теплопроводности, и оценивается по формуле $\tau \sim L^2 / \kappa_{\perp}$, где κ_{\perp} — коэффициент температуропроводности (классический или бомовский).

Поступила 3 VI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Сахаров А. Д. Теория магнитного термоядерного реактора. В сб. «Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций», т. 1. М., Изд-во иностр. лит., 1958.
2. Брагинский С. И. Явления переноса в плазме. В сб. «Вопросы теории плазмы», т. 1. М., Атомиздат, 1963.
3. Арцимович Л. А. Управляемые термоядерные реакции. М., Физматгиз, 1963.
4. Векштейн Г. Е., Рютов Д. Д., Спектор М. Д., Чеботаев П. З. Динамика остывания плотной плазмы, удерживаемой стенками. Материалы 6-й Европейской конференции по физике плазмы, т. 1. М., 1973, стр. 411.
5. Alikhanov S. G., Konkashbaev I. K., Chebotaev P. Z. The energy balance in a dense fusion plasma contained by walls. Nucl. Fusion, 1970, vol. 10, No. 1.
6. Verboom G. K., Rem J. The temperature profile in a thermonuclear reactor. Nucl. Fusion, 1973, vol. 13, No. 1.
7. Chu M. S. Hot plasma in contact with a cold wall. Phys. Fluids, 1973, vol. 16, No. 9.