

УРАВНЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ ПОРОХА ПРИ СВЕТОВОМ ОБЛУЧЕНИИ

И. Г. Ассовский
(Москва)

В рамках предложенного в работе [1] обобщения теории Я. Б. Зельдовича [2, 3] и Б. В. Новожилова [4] рассмотрено нестационарное горение гомогенного пороха при световом облучении. Получено интегральное уравнение, связывающее скорость горения с градиентом температуры у поверхности пороха, освещенностью поверхности и начальными и граничными условиями режима горения. Представлены различные формы уравнения, удобные для решения конкретных задач. Уравнение применено к решению задачи о ступенчатом изменении скорости горения пороха с постоянной температурой поверхности. С помощью найденного решения построена кривая потухания пороха при сбросе светового облучения или давления для частной зависимости стационарной скорости горения от начальной температуры [5]. Результаты сопоставлены с экспериментальными данными.

Предполагалось, что световой поток q_0 , падающий на поверхность пороха, поглощаясь в объеме, дополнительно прогревает конденсированную фазу и оказывает тем самым влияние на скорость горения. Фотохимическими эффектами и поглощением света в газовой фазе и в реакционной зоне к-фазы пренебрегалось. Поглощение света в к-фазе описывалось законом Бугера — Ламберта — Бера ($q(x, t) = q_0(t) \exp(kx)$) с постоянным по глубине показателем прозрачности k . Инерционностью всех процессов, кроме процесса теплопередачи, в к-фазе пренебрегалось.

1. ИНТЕГРАЛЬНОЕ СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ГРАДИЕНТОМ ТЕМПЕРАТУРЫ, СКОРОСТЬЮ ГОРЕНИЯ И СВЕТОВЫМ ПОТОКОМ

Предположим, что известны зависимости скорости горения u и температуры поверхности T_1 от градиента температуры у поверхности пороха f и параметров, воздействующих на скорость горения посредством безынерционных зон горения (давление P , скорость эрозионного потока газов G и др.) [3, 4]

$$u = u(f, P, G, \dots), \quad T_1 = T_1(f, P, G, \dots). \quad (1.1)$$

Зависимости (1.1) справедливы как в стационарном, так и в нестационарном режимах горения. Изменение со временем градиента $f(t)$, знание которого необходимо для расчета нестационарных режимов, обычно находят, решая уравнение теплопроводности в к-фазе. Такое неявное задание градиента в ряде случаев затрудняет расчет. В связи с этим получим более удобное явное уравнение для $f(t)$.

Введем безразмерные переменные. Пусть u^0 и T_1^0 — некоторые значения скорости горения и температуры поверхности, соответствующие в стационарном режиме начальной температуре T_0 , световому потоку q_0^0 , давлению P^0 и скорости эрозионного потока G^0 . Тогда безразмерные координату, время и скорость горения запишем в виде

$$\xi = \frac{u^0}{\kappa} x, \quad \tau = \frac{(u^0)^2}{\kappa} t, \quad v = \frac{u}{u^0}, \quad (1.2)$$

где κ — температуропроводность к-фазы. Температуру внутри пороха,

градиент и температуру у поверхности представим как

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_1^0 - T_0}, \quad \varphi = \frac{\kappa f}{u^0 (T_1^0 - T_0)}, \quad \psi = \frac{T_1 - T_0}{T_1^0 - T_0}. \quad (1.3)$$

Соответственно введем безразмерные освещенность, показатель прозрачности, давление и эрозийный поток

$$i = \frac{\kappa q_0}{\lambda u^0 (T_1^0 - T_0)}, \quad \sigma = \frac{k \kappa}{u^0}, \quad \bar{p} = \frac{P}{P_0}, \quad g = \frac{G}{G^0}, \quad (1.4)$$

где λ — теплопроводность к-фазы. Выпишем в этих переменных уравнение теплопроводности с учетом передачи тепла излучением

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + v \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + i \sigma e^{\sigma \xi} \quad (-\infty < \xi \leq 0) \quad (1.5)$$

с граничными и начальными условиями

$$\theta(0, \tau) = \psi(\tau), \quad \theta(-\infty, \tau) = 0, \quad (1.6)$$

$$\theta = (\xi, \tau_0) = \theta_0(\xi). \quad (1.7)$$

Применим к уравнению (1.5) с граничными условиями (1.6) преобразование Фурье (предварительно положим $\theta=0$ справа от поверхности пороха $\xi > 0$)

$$F(\alpha, \tau) = \int_{-\infty}^0 \theta(\xi, \tau) e^{-i\alpha \xi} d\xi, \quad \theta(\xi, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\alpha, \tau) e^{i\alpha \xi} \cdot d\alpha. \quad (1.8)$$

Тогда получим обыкновенное линейное дифференциальное уравнение для Фурье-образа температуры

$$\frac{dF}{d\tau} + (j\alpha v + \alpha^2) F = (j\alpha - v) \psi + \varphi + \frac{i\sigma}{\sigma - j\alpha} \quad (1.9)$$

с начальным условием, согласно (1.7),

$$F(\alpha, \tau_0) = \int_{-\infty}^0 \theta_0(\xi) e^{-i\alpha \xi} \cdot d\xi. \quad (1.10)$$

Решив уравнение (1.9) с условием (1.10) и применив к решению обратное преобразование Фурье (1.8), получим выражение для распределения температуры

$$\begin{aligned} \theta(\xi, \tau) = & \frac{1}{2\sqrt{\pi(\tau - \tau_0)}} \int_{-\infty}^0 \theta_0(\xi') \exp \left[\frac{-(I(\tau_0, \tau) + \xi' - \xi)^2}{4(\tau - \tau_0)} \right] \times \\ & \times d\xi' + \frac{1}{2} \int_{\tau_0}^{\tau} \left(\varphi - v\psi + \psi \frac{I(\tau', \tau) - \xi}{2(\tau - \tau')} \right) \exp \left[\frac{-(I(\tau', \tau) - \xi)^2}{4(\tau - \tau')} \right] \times \\ & \times \frac{d\tau'}{\sqrt{\pi(\tau - \tau')}} + \frac{1}{2} \int_{\tau_0}^{\tau} i\sigma \cdot \exp \{ \sigma^2(\tau - \tau') - \sigma [I(\tau', \tau) - \xi] \} \times \\ & \times \left[1 - \operatorname{erf} \left(\sigma \sqrt{\tau - \tau'} - \frac{I(\tau', \tau) - \xi}{2\sqrt{\tau - \tau'}} \right) \right] \cdot d\tau', \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$I(\tau', \tau) = \int_{\tau'}^{\tau} v d\tau'', \quad \operatorname{erf}(\tau) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\tau} e^{-\alpha^2} \cdot d\alpha. \quad (1.12)$$

При $\xi \rightarrow 0$ в (1.11) получим искомое явное соотношение между градиентом φ , скоростью v , температурой ψ и световым потоком i (при этом, так как в точке $\xi=0$ температура терпит разрыв $\theta(-0, \tau) = \psi$,

$\theta(+0, \tau) = 0$, необходимо правую часть (1.11) умножить на два)

$$\begin{aligned} \theta(\tau) = & \int_{-\infty}^0 \theta_0(\xi) \exp\left\{-\frac{[I(\tau_0, \tau) + \xi]^2}{4(\tau - \tau_0)}\right\} \cdot \frac{d\xi}{\sqrt{\pi(\tau - \tau_0)}} + \\ & + \int_{\tau_0}^{\tau} \left(\varphi - v\theta + \theta \frac{I(\tau', \tau)}{2(\tau - \tau')}\right) \exp\left\{-\frac{I^2(\tau', \tau)}{4(\tau - \tau')}\right\} \cdot \frac{d\tau'}{\sqrt{\pi(\tau - \tau')}} + \\ & + \int_{\tau_0}^{\tau} i(\tau') \sigma \exp[\sigma^2(\tau - \tau') - \sigma I(\tau', \tau)] \cdot \left[1 - \operatorname{erf}\left(\sigma \sqrt{\tau - \tau'} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{I(\tau', \tau)}{2\sqrt{\tau - \tau'}}\right)\right] \cdot d\tau'. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Интегральное соотношение (1.13) вместе с законами горения (1.1) образуют замкнутую систему уравнений нестационарного горения гомогенного пороха (зависимость от времени параметров $p(\tau)$ и $g(\tau)$ предполагается заданной либо явно, либо с помощью, например, уравнения Бори для давления в полужамкнутом объеме). Отметим, что в отсутствие облучения ($i=0$) соотношение (1.13) согласуется с уравнением, рассмотренным в работах [6—8].

При расчете переходных режимов начальный момент можно положить равным нулю. Если же рассматривается установившийся процесс горения, то момент τ_0 необходимо устремить к $-\infty$. При этом интеграл, зависящий от начального распределения $\theta_0(\xi)$, обратится в нуль, и уравнение (1.13) примет вид

$$\begin{aligned} \theta(\tau) = & \int_{-\infty}^{\tau} \left(\varphi - v\theta + \theta \frac{I(\tau', \tau)}{2(\tau - \tau')}\right) \exp\left\{-\frac{I^2(\tau', \tau)}{4(\tau - \tau')}\right\} \frac{d\tau'}{\sqrt{\pi(\tau - \tau')}} + \\ & + \int_{-\infty}^{\tau} i(\tau') \sigma \exp[\sigma^2(\tau - \tau') - \sigma I(\tau', \tau)] \cdot \left[1 - \operatorname{erf}\left(\sigma \sqrt{\tau - \tau'} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{I(\tau', \tau)}{2\sqrt{\tau - \tau'}}\right)\right] \cdot d\tau'. \end{aligned} \quad (1.14)$$

В случае постоянной температуры поверхности $\theta=1$ (модель Я. Б. Зельдовича) уравнение (1.13) можно упростить, учитывая что

$$\int_{\tau_0}^{\tau} \left(v - \frac{I(\tau', \tau)}{2(\tau - \tau')}\right) \exp\left\{-\frac{I^2(\tau', \tau)}{4(\tau - \tau')}\right\} \cdot \frac{d\tau'}{\sqrt{\pi(\tau - \tau')}} = \operatorname{erf}\left(\frac{I(\tau_0, \tau)}{2\sqrt{\tau - \tau_0}}\right). \quad (1.15)$$

В этом случае соотношение (1.13) имеет вид:

$$\begin{aligned} 1 + \operatorname{erf}\left(\frac{I(\tau_0, \tau)}{2\sqrt{\tau - \tau_0}}\right) - \int_{-\infty}^0 \theta_0(\xi) \exp\left\{-\frac{[I(\tau_0, \tau) + \xi]^2}{4(\tau - \tau_0)}\right\} \frac{d\xi}{\sqrt{\pi(\tau - \tau_0)}} = \\ = \int_{\tau_0}^{\tau} \varphi \exp\left\{-\frac{I^2(\tau', \tau)}{4(\tau - \tau')}\right\} \cdot \frac{d\tau'}{\sqrt{\pi(\tau - \tau')}} + \int_{\tau_0}^{\tau} i\sigma \exp[\sigma^2(\tau - \tau') - \sigma I(\tau', \tau)] \times \\ \times \left[1 - \operatorname{erf}\left(\sigma \sqrt{\tau - \tau'} - \frac{I(\tau', \tau)}{2\sqrt{\tau - \tau'}}\right)\right] \cdot d\tau'. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Как было показано в работе [1], в стационарном режиме при облучении скорость горения не зависит от прозрачности пороха. Однако при нестационарном горении влияние изменения облучения на скорость горения, как видно из (1.13), существенно зависит от степени прозрачности пороха, т. е. соотношения между характерной глубиной поглощения излучения k^{-1} и характерной глубиной михельсоновского

слоя κ/u^0 . Так, если $\kappa^{-1} \gg \kappa/u^0$ ($\sigma \ll 1$), то на временах, при которых

$$\int_{\tau_0}^{\tau} v d\tau \ll \sigma^{-1},$$

порох можно считать абсолютно прозрачным. На указанном отрезке времени, согласно (1.13), влиянием изменения светового потока на процесс горения можно пренебречь. Напротив, в другом предельном случае $\kappa^{-1} \ll \kappa/u^0$ ($\sigma \gg 1$) порох в любой момент можно считать абсолютно непрозрачным. Устремив в уравнении (1.13) σ к ∞ , получим

$$\begin{aligned} \Phi = & \int_{-\infty}^0 \theta_0(\xi) \exp \left\{ -\frac{[I(\tau_0, \tau) + \xi]^2}{4(\tau - \tau_0)} \right\} \cdot \frac{d\xi}{\sqrt{\pi(\tau - \tau_0)}} + \\ & + \int_{\tau_0}^{\tau} \left(\varphi + i - v\Phi + \Phi \frac{I(\tau', \tau)}{2(\tau - \tau')} \right) \exp \left[-\frac{I^2(\tau', \tau)}{4(\tau - \tau')} \right] \cdot \frac{d\tau'}{\sqrt{\pi(\tau - \tau')}}. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Следует оговориться, что переход к бесконечно большим значениям σ достаточен условий, так как при слишком сильном поглощении света может оказаться несправедливым пренебрежение толщиной зоны химических реакций в к-фазе и соответствующим фотохимическим влиянием. Однако можно ожидать, что уравнение (1.17) достаточно хорошо описывает случаи, в которых κ^{-1} меньше михельсоновой глубины, но больше ширины зоны химических реакций в к-фазе.

Уравнение (1.17) отличается от уравнения (1.13) в отсутствии облучения только тем, что вместо φ в (1.17) входит сумма $\varphi + i$, т. е. наличие светового облучения приводит к такой скорости горения, которая в отсутствие облучения осуществляется при большем значении градиента φ , но соответственно большем значении давления или скорости эрозийного потока. В случае абсолютно непрозрачного пороха (в отличие от прозрачного) конечное изменение потока i мгновенно вызывает конечное изменение градиента φ и, следовательно, скорости v .

В дополнение представим наиболее простую форму уравнения (1.13), соответствующую установившемуся режиму горения непрозрачного пороха с постоянной температурой поверхности

$$2 = \int_{-\infty}^{\tau} (\varphi + i) \exp \left\{ -\frac{I^2(\tau', \tau)}{4(\tau - \tau')} \right\} \cdot \frac{d\tau'}{\sqrt{\pi(\tau - \tau')}}. \quad (1.18)$$

Полученное интегральное уравнение линейно по отношению к градиенту φ , однако разрешение его даже в наиболее простом случае (1.18) затруднительно из-за сложности ядра уравнения. К настоящему времени точное решение нелинейной задачи нестационарного горения порохов известно только для двух видов изменения скорости горения: так называемого «автомодельного» $v(\tau) \sim \tau^{-1/2}$ [3, 7] и ступенчатого с постоянной температурой поверхности [8, 9]. Ниже второй случай будет обобщен на горение пороха при световом облучении. Предварительно заметим, что решение, соответствующее стационарному режиму горения $v = \text{const} = z$, содержится как частный случай в уравнении (1.18) и соответственно в (1.13). Решение имеет вид

$$\varphi = z - i. \quad (1.19)$$

2. ЗАДАЧА О МГНОВЕННОМ ИЗМЕНЕНИИ СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ

Продемонстрируем использование интегрального соотношения (1.13) на примере расчета переходного режима, в котором скорость горения ступенчато изменяется от u^0 ($\tau \leq \tau_0$) до u_1 ($\tau > \tau_0$). Найдем из-

менение светового облучения, осуществляющего ступенчатое изменение скорости горения. Аналогичная задача о нахождении изменения давления рассматривалась в работе [8]. В данном случае давление будем считать постоянным и равным 1. Будем также предполагать постоянной температуру поверхности $\theta=1$ и отсутствие эрозии $g=0$. При этом закон горения (1.1) будет определять градиент как функцию скорости

$$\varphi = \varphi(v). \quad (2.1)$$

В начальный момент будем предполагать стационарное распределение температуры, соответствующее значению скорости $v=1$ [1, 10]

$$\theta_0(\xi) = \left(1 + \frac{i_0}{\sigma-1}\right) \cdot e^{\xi} - \frac{i_0}{\sigma-1} \cdot e^{\sigma\xi}. \quad (2.2)$$

В указанных предположениях, согласно (1.16), искомое изменение светового потока определяется уравнением ($\tau_0=0$)

$$G(\tau) = \int_0^{\tau} K(\tau - \tau') \cdot i(\tau') \cdot d\tau', \quad (2.3)$$

где

$$G(\tau) = 1 - \frac{2}{z} \left(\varphi - \frac{1}{2}z\right) \operatorname{erf}\left(\frac{1}{2}z\sqrt{\tau}\right) - \left(1 + \frac{i_0}{\sigma-1}\right) \cdot e^{(1-z)\tau} \times \\ \times \left\{1 - \operatorname{erf}\left[\left(1 - \frac{1}{2}z\right)\sqrt{\tau}\right]\right\} + \frac{i_0}{\sigma-1} \cdot e^{\sigma(\sigma-z)\tau} \cdot \left[1 - \operatorname{erf}\left[\left(\sigma - \frac{1}{2}z\right)\sqrt{\tau}\right]\right], \quad (2.4)$$

$$K(\tau) = \sigma \exp[\sigma(\sigma-z)\tau] \cdot \left[1 - \operatorname{erf}\left(\sigma - \frac{1}{2}z\right)\sqrt{\tau}\right]. \quad (2.5)$$

Уравнение (2.3) представляет собой интегральное уравнение типа свертки. Для его решения применим преобразование Лапласа [11]

$$i^*(s) = \int_0^{\infty} \exp(-s\tau) \cdot i(\tau) d\tau. \quad (2.6)$$

При этом вместо (2.3) получим алгебраическое соотношение для изображений

$$s^{-1} \cdot i^*(s) = [sk^*(s)]^{-1} G^*(s). \quad (2.7)$$

Вычислив $K^*(s)$, согласно (2.5) и (2.6), и применив к (2.7) обратное преобразование Лапласа [11], получим выражение для импульса светового облучения

$$\int_0^{\tau} i(\tau') d\tau' = \frac{1}{\sigma} \left[G(\tau) + \frac{z^2}{4} \int_0^{\tau} G \cdot d\tau' \right] + \left(1 - \frac{z}{2\sigma}\right) \int_0^{\tau} \exp\left\{-\frac{z^2}{4}(\tau - \tau')\right\} \times \\ \times \left[G(\tau') + \frac{z^2}{4} \int_0^{\tau'} G d\tau'' \right] \cdot \frac{d\tau'}{\sqrt{\pi(\tau - \tau')}}. \quad (2.8)$$

Дифференцируя (2.8) и принимая во внимание, что $G(0)=0$, найдем выражение для светового потока

$$i(\tau) = \Phi(z, \tau) - \varphi(z) + \frac{1}{\sigma} \left\{ \frac{1 - i_0 - \varphi(z)}{\sqrt{\pi\tau}} \cdot e^{-\frac{1}{4}z^2\tau} + \frac{1}{2}z\varphi(z) \times \right. \\ \times \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{1}{2}z\sqrt{\tau}\right) \right] - \left(1 - \frac{1}{2}z\right) \cdot (1 - i_0) \exp[(1-z)\tau] \times \\ \left. \times \left[1 - \operatorname{erf}\left[\left(1 - \frac{1}{2}z\right)\sqrt{\tau}\right] \right] \right\}, \quad (2.9) \\ \tau > 0,$$

где характерная для задачи о ступенчатом изменении скорости горения функция

$$\Phi(z, \tau) = \frac{1}{2} z \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{1}{2} z \sqrt{\tau} \right) \right] + \left(1 - \frac{1}{2} z \right) \exp \left[(1 - z) \tau \right] \times \\ \times \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left[\left(1 - \frac{1}{2} z \right) \sqrt{\tau} \right] \right\} \quad (2.10)$$

определяет изменение градиента температуры $\varphi(\tau)$ в отсутствие передачи тепла излучением [8].

В случае прозрачного пороха поток излучения в начальный момент имеет интегрируемую особенность

$$i(\tau) \sim \frac{1 - i_0 - \varphi(z)}{\sigma \sqrt{\pi \tau}}, \quad \tau \ll 1. \quad (2.11)$$

Иначе, как было указано выше, конечное изменение светового потока за малое время не сможет изменить режим горения. При этом импульс излучения (2.8) особенности не имеет и в начальный момент равен нулю. Полагая, что отрицательные световые потоки не реализуются, из (2.11) можно заключить, что мгновенное изменение скорости горения прозрачного пороха до значения $v = z$, при котором $\varphi(z) < 1 - i_0$, невозможно.

Указанный бесконечный разрыв в законе изменения светового потока отсутствует для абсолютно непрозрачного топлива

$$i(\tau) = \Phi(z, \tau) - \varphi(z), \quad \tau > 0. \quad (2.12)$$

В этом случае световой поток в начальный момент изменяется скачком от $i = i_0$ до $i = 1 - \varphi(z)$, а затем монотонно (в силу монотонности $\Phi(z, \tau)$ [8]) изменяется до $i = z - \varphi$, соответствующего новому стационарному режиму (1.19).

Для более детального рассмотрения процесса необходимо задать конкретным видом закона горения (2.1). Предположим, что в отсутствие облучения стационарная скорость горения u_0^0 зависит от начальной температуры и давления, согласно [5]:

$$u_0^0 = A (P^0)^{\nu} \cdot (1 - \alpha T_0)^{-1}. \quad (2.13)$$

В переменных (1.3) и (1.4) закону горения (2.13) отвечает линейное соотношение между скоростью горения и градиентом

$$\varphi = p^{\nu} (\mu - i_0) - \nu (\mu - 1), \quad (2.14)$$

где

$$\mu = \frac{1 - \alpha T_0}{\alpha (T_1 - T_0)} = 1 + \left(\frac{u_0^0(T_1)}{u_0^0(T_0)} - 1 \right)^{-1} > 1. \quad (2.15)$$

При этом i_0 должно удовлетворять условию [1]

$$i_0 = \frac{\kappa q_0^0}{\lambda u_0^0 (T_1 - T_0)} < 1. \quad (2.16)$$

Согласно закону (2.13), должна существовать минимальная стационарная скорость горения u_0^0 при $T_0 = -273^\circ \text{C}$. Нестационарная скорость горения может принимать значения, меньшие u_0^0 , вплоть до нулевого (или пренебрежимо малого по сравнению с начальным значением). Будем предполагать, что при этом сохраняется зависимость (2.14). В частности, когда скорость достигает нулевого или пренебрежимо малого значения, будем считать, что наступает погасание пороха.

Подставляя градиент (2.14) при $p = 1$ в (2.12), получим выражение для светового потока, изменяющего скорость горения непрозрачного

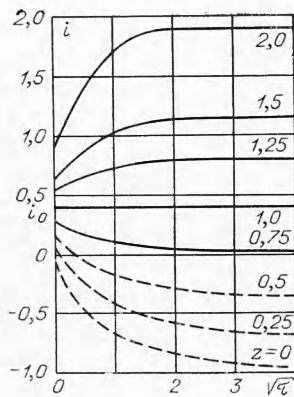


Рис. 1.

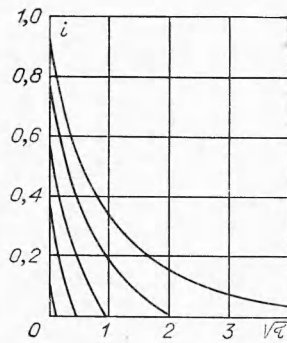


Рис. 2.

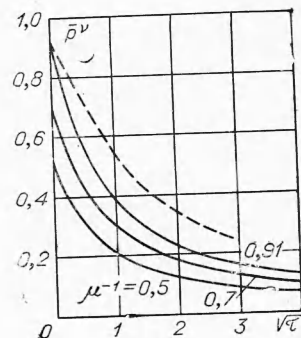


Рис. 3.

топлива от стационарного значения $v=1$ до стационарного значения $v=z$

$$i(z, \tau) = i_0 - (\mu - 1) \cdot (1 - z) - (1 - \Phi(z, \tau)). \quad (2.17)$$

На рис. 1 представлено семейство кривых (2.17), соответствующих $\mu=1,5$ и начальному потоку $i_0=0,4$. Согласно (2.17), чтобы мгновенно повысить (понизить) скорость до значения $z > 1$ ($z < 1$) и затем поддерживать ее на новом уровне, необходимо скачком увеличить (уменьшить) поток облучения от i_0 до $i_0 + (\mu - 1) \cdot (z - 1)$, а затем монотонно повышать (понижать) до уровня $i_0 + \mu(z - 1)$. Поскольку уменьшение светового потока ограничено снизу нулевым значением (отрицательные потоки предполагаются нереализуемыми), то уменьшение скорости связано с некоторыми особенностями. Так, если $i_0 < \mu - 1$, то мгновенно понизить скорость горения можно только до

$$z \geq 1 - \frac{i_0}{\mu - 1} = z^- \quad (2.18)$$

(на рис. 1 $z^- = 0,2$). При этом поддерживать достигнутое меньшее значение скорости можно только в течение времени, при котором поток $i(z, \tau) \geq 0$. Указанный отрезок времени ограничен для скоростей

$$z < 1 - \frac{i_0}{\mu} = z^+ \quad (2.19)$$

(на рис. 1 кривые, отвечающие $z=0,5; 0,25$). Значение скорости $z=z^+$ соответствует горению топлива при $p=1$ в отсутствие облучения. В свою очередь повышение скорости горения с помощью светового излучения при постоянном давлении, согласно (2.14), ограничено значением z^* , соответствующим нулевому градиенту $\varphi=0$

$$z < z^* = \frac{\mu - i_0}{\mu - 1}, \quad (2.20)$$

а световой поток должен удовлетворять условию, аналогичному (2.16),

$$i(\tau) < i(z^*, \tau). \quad (2.21)$$

3. ПОГАСАНИЕ ПОРОХА ПРИ СПАДЕ ИЗЛУЧЕНИЯ

Как было отмечено выше, погасанию топлива, горение которого подчиняется закону (2.14), отвечает достижение нулевого значения скорости горения; градиент φ достигает своего максимального значения

$$\varphi^+ = p^v (\mu - i_0). \quad (3.1)$$

С учетом этого найденное решение позволяет определить условия погасания. Подставляя $z=0$ в (2.17), получим

$$i(z=0, \tau) = i_0 - (\mu - 1) - [1 - e^{\tau} (1 - \operatorname{erf} \sqrt{\tau})]. \quad (3.2)$$

На рис. 2 представлено семейство кривых (3.2), зависящих от одного параметра $i(\tau=0)$. Зависимость (3.2) можно рассматривать как соотношение между глубиной спада светового потока i , приводящего к потуханию топлива, и временем осуществления этого спада τ . Так, при $\tau=0$ из (3.2) получаем критическую глубину мгновенного спада излучения, приводящего к погасанию топлива

$$i(0, 0) = i_0 - (\mu - 1). \quad (3.3)$$

Из уравнения (3.3) или (2.18) можно определить минимальное значение начального светового потока i_0^- , сбрасывая который мгновенно до нулевого значения, можно прекратить горение

$$i_0^- = \mu - 1 = \left(\frac{u^0(T_1)}{u^0(T_0)} - 1 \right)^{-1}. \quad (3.4)$$

Отсюда, чем больше температурная чувствительность скорости горения пороха $u^0(T_1)/u^0(T_0)$, тем меньший начальный поток требуется для его мгновенного гашения. Если начальный световой поток $i_0 > i_0^-$, то, согласно (3.2), гашение можно осуществить, уменьшая излучение до нулевого значения в течение времени, не большего τ^+ , определяемого уравнением

$$e^{\tau^+} \cdot [1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\tau^+})] = \mu - i_0. \quad (3.5)$$

Можно также осуществить погасание менее глубоким, но более быстрым спадом излучения, глубина и характерное время которого определяются условием (3.2). При этом порох с большей температурной чувствительностью (меньшим μ) можно погасить более медленным спадом излучения. Сделанные выводы согласуются с экспериментальными факторами, отмеченными в работах [12, 13].

В общем случае погасание пороха при спаде светового излучения или давления зависит не только от таких параметров как глубина и характерное время спада, но от изменения излучения или давления в течение всего процесса вплоть до погасания. Однако, если для семейства спадов давления или излучения, определяемого глубиной и временем спада, существует кривая погасания пороха, горящего по закону (2.14) (зависимость между критическими значениями параметров), то она определяется решением задачи о ступенчатом обращении в нуль скорости горения.

Сделанный вывод подтверждается тем, что при изменении излучения или давления вдоль кривой погасания (точнее, в бесконечно малой ее окрестности) скорость горения бесконечно мала. При этом производная кривых указанного семейства должна достаточно быстро возрастать, чтобы погасание наступало не позднее характерного времени τ . Иначе при изменении давления или излучения вдоль кривой погасания скорость горения не обязана быть бесконечно малой.

Зависимость кривых погасания (3.2) от параметра μ позволяет по известным условиям погасания судить о температурной чувствительности скорости горения топлива. Так, например в экспериментах по воспламенению излучением пороха Н+сажа [12—14] было отмечено погасание горящего пороха при снятии излучения. Минимальный (критический) поток q^* , при снятии которого наступало погасание, равнялся $3,5 \text{ кал/см}^2 \cdot \text{с}$ ($p=1 \text{ атм}$, $T_0=20^\circ \text{С}$, $\lambda/\kappa=0,55 \text{ кал/см}^3 \cdot \text{град}$, $T_1 \cong 240^\circ \text{С}$). В этих условиях $u=1,05 \text{ мм/с}$ [15]. Учитывая, что в к-фазе поглощается $\sim 74\%$ падающего излучения [15], из (1.4) найдем значение безраз-

мерного критического светового потока $i_0^- = 0,21$. Подставляя значение i_0^- в (3.4), получим, что отношение максимально возможной скорости горения $u_0^0(T_1)$ к скорости при данной начальной температуре $u_0^0(T_0)$ в отсутствие облучения равно 6,0. Часто температурную чувствительность скорости горения топлива в отсутствие облучения характеризуют логарифмической производной $\partial \ln u_0^0 / \partial T_0$, которая связана с отношением $u_0^0(T_1) / u_0^0(T_0)$,

$$\beta = \frac{\partial \ln u_0^0}{\partial T_0} \cong \frac{1}{(T_1 - T_0)} \ln \left(\frac{u_0^0(T_1)}{u_0^0(T_0)} \right). \quad (3.6)$$

Используя выражения (3.4) и (1.4), из (3.6) можно получить непосредственную зависимость β от условий погасания топлива

$$\beta \cong \frac{1}{(T_1 - T_0)} \ln \left(1 + \frac{\rho c u^0 (T_1 - T_0)}{0,74 q^*} \right), \quad (3.7)$$

где u^0 — стационарная скорость горения при критическом световом потоке q^* . Подставляя в (3.7) значения параметров, соответствующих указанному выше условию погасания, получим $\beta = 8 \cdot 10^{-3}$ 1/град, хорошо согласующееся с найденными экспериментально: $\beta = 7 \cdot 10^{-3}$ [15], $\beta = 10^{-2}$ 1/град [16]. При более низкой начальной температуре $T_0 = -75^\circ \text{C}$ ($p = 1$ атм) критический световой поток, по данным В. Ф. Михеева, равен $1,6$ кал/см²·с. Этим условиям соответствуют $u = 0,5$ мм/с [15] и $T_1 - T_0 \cong 280^\circ \text{C}$ [16]. Подставляя указанные данные в формулу (3.7), получим $\beta = 7 \cdot 10^{-3}$ 1/град, хорошо согласующееся с экспериментальными $\beta \cong 5,5 \cdot 10^{-3}$ 1/град [15, 16].

4. ГАШЕНИЕ ТОПЛИВА СБРОСОМ ДАВЛЕНИЯ

Выполненное выше построение кривой погасания топлива при спаде излучения легко распространяется на гашение топлива при сбросе давления. Будем считать, что излучение отсутствует. Тогда при ступенчатом изменении скорости горения изменение градиента $\Phi(\tau)$ определяется формулой (2.10). Подставляя градиент (2.10) в закон горения (2.14), находим закон изменения давления, вызывающего ступенчатое изменение скорости горения

$$p^v = (1 - 1/\mu) z + \frac{1}{\mu} \Phi(z, \tau). \quad (4.1)$$

Подставляя в (4.1) $z = 0$, получим соотношение между глубиной спада давления и характерным временем спада τ , при которых осуществляется погасание

$$p^v = \frac{1}{\mu} \Phi(0, \tau). \quad (4.2)$$

Соотношение (4.2) определяет кривую погасания пороха, скорость горения которого подчиняется закону (2.14). На рис. 3 представлено однопараметрическое семейство кривых (4.2). Для сравнения представлена также кривая погасания, построенная по экспериментальным данным [17] (штриховая линия) для пороха Н при $P^0 = 40; 50$ и 60 атм. За характерное время принималось время уменьшения давления в e (2,7) раз.

Как видно из рис. 3, при одной и той же критической глубине мгновенного сброса давления экспериментальная кривая располагается несколько выше теоретической. Это обстоятельство может свидетельствовать о том, что погасание пороха Н наступает при $\Phi < \Phi^+$ (3.1) и $v > 0$. В точке, определяемой критическими значениями градиента и скорости, функция $v(\Phi, p)$ имеет разрыв [2, 18, 19]. Так, например, разрывная функция соответствует стационарным зависимостям скорости горения от начальной температуры вида $u_0^0 = f(P) \exp(\beta T_0)$ [2, 3] и $u_0^0 = f(P) \cdot (1 + \alpha T_0) / (1 - \beta T_0)$ [20].

Для этих зависимостей с помощью приближенного метода интегральных соотношений были построены кривые погасания при экспоненциальном спаде давления [21], воздействии треугольного импульса давления [20] и при горении пороха на металлической подложке [22], которые качественно согласуются с экспериментальными данными. Можно ожидать, что распространение на случай разрывных функций $v(\varphi, p)$ предложенного в настоящей работе исследования гашения с помощью точного решения нелинейной задачи о ступенчатом изменении скорости горения позволит улучшить количественное согласие теории с экспериментом.

Автор благодарит О. И. Лейпунского, А. Г. Истратова и В. Б. Либровича за руководство работой.

Поступила в редакцию
29/VIII 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Г. Ассовский, А. Г. Истратов. ПМТФ, 1971, 5.
2. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1942, 12, 11—12.
3. Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1964, 3.
4. Б. В. Новожилов. ФГВ, 1968, 4, 4.
5. Ю. А. Гостинцев, А. Д. Марголин. ПМТФ, 1964, 5.
6. Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1970, 4.
7. В. Б. Либрович, Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1971, 4.
8. И. Г. Ассовский, А. Г. Истратов, В. Б. Либрович. ПМТФ, 1971, 6.
9. Г. М. Махвиладзе. ПМТФ, 1971, 4.
10. Э. В. Конев, С. С. Хлевой. ФГВ, 1966, 2, 4.
11. Г. Деч. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. М., Физматгиз, 1960, стр. 104.
12. В. Ф. Михеев, А. А. Ковальский, С. С. Хлевой. ФГВ, 1968, 4, 4.
13. С. С. Хлевой, В. Ф. Михеев. ФГВ, 1968, 4, 4.
14. В. Ф. Михеев. Канд. дисс. Новосибирск, 1970.
15. Э. В. Конев. НТПГВ, 1965, 1, 2.
16. А. А. Зенин, О. И. Нефедова. ФГВ, 1967, 3, 1.
17. В. Н. Маршаков, О. И. Лейпунский. ФГВ, 1967, 3, 2.
18. Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1967, 1.
19. С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев. ПМТФ, 1969, 2.
20. Ю. А. Гостинцев, А. Д. Марголин. НТПГВ, 1965, 1, 2.
21. А. Г. Истратов, В. Б. Либрович, Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1964, 3.
22. О. И. Нефедова, С. С. Новиков и др. ПМТФ, 1970, 2.

УДК 541.12.03

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УДАРНОГО СЖАТИЯ ТИТАНОВОГО ПОРОШКА И ГУБКИ

*А. А. Дерibas, А. В. Крупин, Е. В. Кузнецов,
А. М. Ставер, В. Я. Соловьев
(Новосибирск)*

В настоящей работе исследовалась ударно-волновая картина, возникающая при взрывном обжати титанового порошка и губки цилиндрическим зарядом ВВ, а также изучалось влияние параметров ударного сжатия на плотность получаемого брикета.

Ударному сжатию подвергался титановый порошок двух фракций (5—15 мкм и 0,1—0,5 мм), а также титановая губка с размером частиц 1—5 мм. Титановая губка — это пористые частицы технически чистого