ПМТФ, № 2, 1973

УДК 534.222.2

О ФОРМЕ ВОРОНКИ ВЫБРОСА ПРИ ВЗРЫВЕ ШНУРОВОГО ЗАРЯДА В ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДЕ

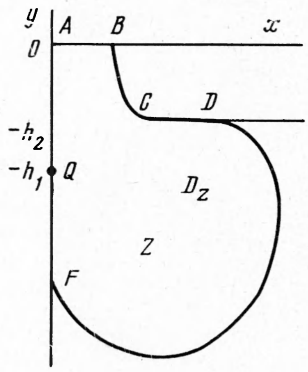
Э. Б. Поляк, Е. Н. Шер

(Новосибирск)

В импульсной постановке рассмотрена задача о взрыве шнурового заряда в грунте с упрочненным верхним слоем. Получено численное решение и приведены профили воронок выброса для некоторых значений толщины слоя и глубины заложения заряда в двух предельных случаях: когда прочность нижнего грунта пренебрежимо мала по сравнению с прочностью слоя и когда прочности грунта и слоя есть величины достаточно близкие.

В работе В. М. Кузнецова [1] описана следующая постановка задачи о взрыве в грунте. Грунт моделируется средой, являющейся идеальной несжимаемой жидкостью при скоростях, больших некоторого критического значения, и абсолютно твердым телом при скоростях, имеющих меньшее значение. В импульсной постановке граница воронки выброса определяется как линия тока, модуль скорости на которой равен критическому значению.

В этой постановке рассмотрим плоскую задачу об определении формы воронки выброса при взрыве шнурового заряда, помещенного на глубину h_1 в грунт, который покрыт сверху слоем более прочного вещества толщиной h_2, т. е. имеющего большее значение критической скорости. На фиг. 1 показан разрез в плоскости, перпендикулярной заряду. В силу симметрии можно ограничиться рассмотрением области течения, лежащей в правой полуплоскости. Заряд, помещенный в точке Q, будем считать источником мощностью $2q$. Вдоль границы FD области D_z модуль скорости равен c_2, а вдоль границы CB — c_1.



Фиг. 1

Введем комплексный потенциал течения $w = \varphi + i\psi$ и безразмерные переменные

$$z^* = x^* + iy^* = \frac{c_1 z}{q}, \quad w^* = \frac{w}{q}, \quad c_1^* = 1, \quad c_2^* = \frac{c_2}{c_1}$$

и сформулируем задачу в следующем виде (звездочки у безразмерных величин для простоты опустим). Требуется найти границу неизвестной области D_z, в которой определена аналитическая функция $w(z)$ с граничными условиями

$$\text{на } AB \qquad \operatorname{Re} w = 0, \qquad \arg \frac{dz}{dw} = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{на } BC \qquad \operatorname{Im} w = 0, \qquad \left|\frac{dz}{dw}\right| = 1$$

$$\text{на } CD \qquad \operatorname{Im} w = 0, \qquad \arg \frac{dz}{dw} = \pi$$

$$
\begin{array}{lll}
\text{на } DF & \operatorname{Im} w = 0, & \left|\dfrac{dz}{dw}\right| = \dfrac{1}{c_2} \\
\text{на } FQ & \operatorname{Im} w = 0, & \arg\dfrac{dz}{dw} = -\dfrac{\pi}{2} \\
\text{на } QA & \operatorname{Im} w = 1, & \arg\dfrac{dz}{dw} = \dfrac{\pi}{2}
\end{array}
$$

Видно, что в плоскости w область течения представляется полуполосой ($\psi = 0$, $\varphi = 0$, $\psi = 1$), которая с помощью функции

$$\omega = 1 / \operatorname{ch}(\pi w)$$

отображается на верхнюю полуплоскость (фиг. 2).

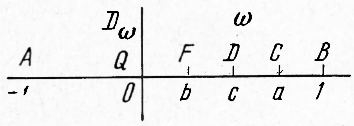
Будем искать в этой области функцию

$$\Phi(\omega) = f[w(\omega)] = \ln\left(i\frac{dz}{dw}\right) \tag{1}$$

которая на вещественной оси принимает значения

$$
\begin{array}{ll}
\text{на } B\infty A & \operatorname{Im}\Phi = 0 \\
\text{на } AQ & \operatorname{Im}\Phi = 0 \\
\text{на } QF & \operatorname{Im}\Phi = -\pi \\
\text{на } FD & \operatorname{Re}\Phi = \ln(c_2^{-1}) \\
\text{на } DC & \operatorname{Im}\Phi = \pi/2 \\
\text{на } CB & \operatorname{Re}\Phi = 0
\end{array} \tag{2}
$$

Таким образом, получили задачу Келдыша — Седова [2]. В данной работе рассмотрим решение этой задачи в двух случаях.



Фиг. 2

Положим $c_2 = 0$ (это соответствует пренебрежимо малой прочности нижнего грунта относительно слоя). Тогда граница области D_z (фиг. 1) стянется в бесконечно удаленную точку, а в области D_ω (фиг. 2) точки F и D совпадут ($b = c$). Получается задача о пробивании слоя толщины h_2, которым покрыта жидкость, занимающая нижнее полупространство. В результате решения задачи (1), (2) получим дифференциальное уравнение

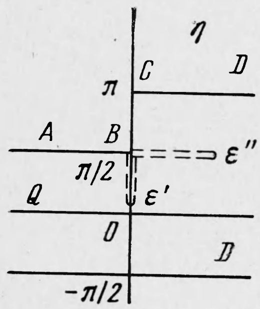
$$
\begin{aligned}
i\frac{dz}{dw} = {} & [a^{-1/2} - (\omega-1)^{1/2}(\omega-a)^{-1/2}]\,[a^{-1/2} + (\omega-1)^{1/2}(\omega-a)^{-1/2}]^{-1} \times \\
& \times [(1-b)^{1/2}(a-b)^{-1/2} + (\omega-1)^{1/2}(\omega-a)^{-1/2}]^{3/2} \times \\
& \times [(1-b)^{1/2}(a-b)^{-1/2} - (\omega-1)^{1/2}(\omega-a)^{-1/2}]^{-3/2}
\end{aligned} \tag{3}
$$

(постоянная $\Phi(\infty)$ находится из условия, что в точке B $\Phi = 0$). Видно, что в решение задачи входят два параметра — a и b, зависимость которых от величин h_1 и h_2 получится после интегрирования уравнения (3) от точки Q до A и от C до B.

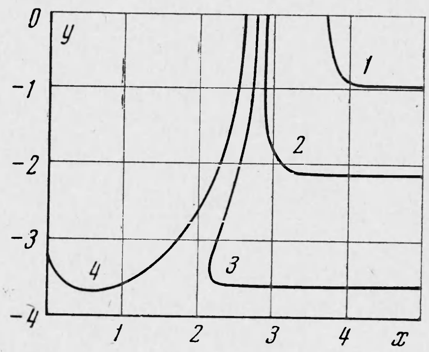
Рассмотрим теперь влияние значений параметров a и b на геометрию течения в плоскостях $\eta = \ln(dz/dw)$ (фиг. 3) и z (фиг. 4). В плоскости η область течения является четырехугольником $QBCD$ при $b = b_* \equiv 5a / (9-4a)$.

На фиг. 4 этому случаю соответствует кривая 2 ($h_1 \equiv 3$, $h_2 = 2.2$); горизонтальный участок этой кривой соответствует границе раздела между слоем и жидкостью. Отметим, что на поверхности $y = 0$ кривизна этой кривой равна нулю. При $b < b_*$ область течения становится пятиугольником $QE''BCD$ — кривая 1 ($h_1 = 3$, $h_2 = 0.8$).

Горизонтальный вырез показывает, что во внутренних точках скорость жидкости достигает величины, меньшей чем критическая скорость на

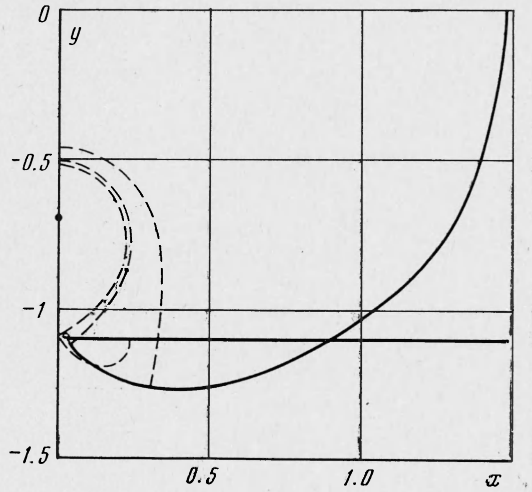


Фиг. 3



Фиг. 4

границе. Граница воронки при этом становится вогнутой относительно жидкости. Если $b > b_*$, имеем пятиугольник $QBE'CD$ (вертикальный вырез) — кривая 3($h_1 = 3$, $h_2 = 3.7$). При выходе на поверхность граница воронки становится выпуклой относительно жидкости. При b, близких к a, течение жидкости переходит частично на второй лист римановой поверхности (на фиг. 5 $a = 0.2$, $b = 0.1999$, $h_1 = 0.68$, $h_2 = 1.1$; пунктиром нанесены эквипотенциали). При $b = a$ решение показано кривой 4 ($h_1 = 3$).



Фиг. 5

Рассмотрим случай, когда точки D и C совпадают (это означает, что прочности верхнего и нижнего грунтов есть величины одного порядка). В этом случае после решения задачи (1), (2) с условием, что Φ (1) = 0, получим

$$i\frac{dz}{dw} = c_2^{-1}\left[\sqrt{\frac{1}{b}} + \sqrt{\frac{\omega-1}{\omega-b}}\right]\left[\sqrt{\frac{1}{b}} - \sqrt{\frac{\omega-1}{\omega-b}}\right]^{-1} \times$$

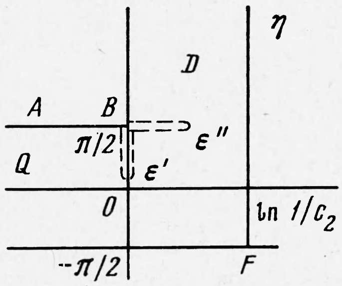
$$\times\left[\left(\sqrt{\frac{\omega-1}{\omega-b}} + i\sqrt{\frac{1-a}{a-b}}\right)\left(\sqrt{\frac{\omega-1}{\omega-b}} - i\sqrt{\frac{1-a}{a-b}}\right)^{-1}\right]^{-\ln c_2/\pi i}$$

На фиг. 6 изображена область течения в плоскости $\eta = \ln(dz / dw)$. Область является четырехугольником $QBDF$ при

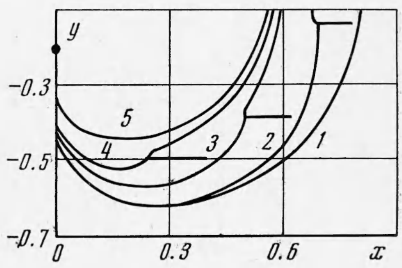
$$a = a_* \equiv b\,(k^2+1)\,/\,(bk^2+1) \qquad (k = -\pi / \ln c_2)$$

При $a > a_*$ появляется горизонтальный вырез $QE''BDF$ и при $a \to 1$ решение данной задачи стремится к решению задачи с безразмерной критической скоростью, равной c_2.

На фиг. 7, где показаны профили воронок при $h_1 = 0.2$, $c_2 = 0.5$ и различных значениях h_2, этому случаю соответствуют кривые *2* ($h_2 = 0.13$) и *1* ($h_2 = 0$). При $a < a_*$ появляется вертикальный вырез



Фиг. 6



Фиг. 7

$QBE'DF$ и при $a \to b$ получаем решение задачи с критической скоростью, равной c_1 (кривые *3* ($h_2 = 0.38$), *4* ($h_2 = 0.5$) и *5*).

Заметим, что в точке D, где происходит скачок скорости, граница воронки подходит с обеих сторон по логарифмическим спиралям [3].

Поступила 18 XI 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов В. М. О форме воронки выброса при взрыве на поверхности грунта. ПМТФ, 1960, № 3.
2. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М., «Наука», 1965.
3. Черноусько Ф. Л. О движении идеальной жидкости с разрывом давления вдоль границы. ПММ, 1962, т. 26, вып. 2.