

УДК 538.4

**ДИФФУЗИЯ ПОТОКА ПРИ СЖАТИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ
ПЛОСКИМИ ШИНАМИ ПЕРЕМЕННОЙ ШИРИНЫ**

Е. И. Биченков, Е. П. Маточкин

(Новосибирск)

Получено уравнение, описывающее диффузию потока в плоских профилированных генераторах с магнитной кумуляцией (МК). Проведены расчеты критических режимов работы таких генераторов на активную и индуктивную нагрузки.

1. Для получения мощных импульсных токов и сверхсильных магнитных полей используется быстрое сжатие магнитного поля в замкнутом проводящем контуре — магнитная кумуляция. Среди различных типов генераторов с магнитной кумуляцией простотой конструкции отличаются плоские генераторы [1, 2], представляющие собой две плоские шины, замкнутые на нагрузку (фигура). При работе такой генератор подсоединяется к источнику тока — накачивается в течение времени t_0 , а затем шины смыкаются одна с другой и магнитный поток выжимается из полости генератора в нагрузку.

В идеальном генераторе без сопротивления поток сохраняется и импульс тока в нагрузке описывается формулой

$$(1.1) \quad I(t) = I_0 L_0 / L(t)$$

где L_0 — начальная индуктивность генератора, I_0 — начальный ток в нем, $L(t)$ — индуктивность генератора в процессе работы.

На практике работа генераторов с магнитной кумуляцией сопровождается потерями потока, что сказывается на величине и форме импульса тока. Можно разделить потери потока на три части: диффузия магнитного поля в шины генератора, потери потока на активном сопротивлении нагрузки, потери потока при смыкании шин. Последний эффект связан с захватом потока в замкнутых полостях, образованных неровными поверхностями проводников. Учесть этот фактор не представляется возможным, в связи с чем в дальнейшем будут рассмотрены диффузия магнитного поля в шины и «утечка» потока на активном сопротивлении нагрузки.

Плоские генераторы с магнитной кумуляцией применяются в основном для получения мощных импульсов тока. Магнитные поля в полости таких генераторов не превышают $5 \cdot 10^5$ гс, поэтому нагрев проводника и изменение его проводимости оказываются небольшими. Нагрузка представляет собой индуктивный виток прямоугольного сечения длиной l_1 и шириной $2Z_0$. Расстояние между шинами постоянно и равно a . Проводимость шин предполагается постоянной; сопротивление нагрузки R тоже постоянно. Длина генератора l_0 , ширина шин $2Z$ изменяется по длине. Пренебрегая потерями потока при смыкании шин, можно считать, что сжатие магнитного поля осуществляется идеальным проводящим поршнем, движущимся с постоянной скоростью D .

При достаточной ширине шин ($Z \gg a$) поле в нагрузке можно считать однородным и равным $B_1(t_1)$. Ток в генераторе $I = cZ_0 B_1(t_1) / 2\pi$, а поле в полости $B_2(y_1, t_1) = B_1(t_1) Z_0 / Z(y_1)$. Поток в полости генератора и нагрузке имеет вид

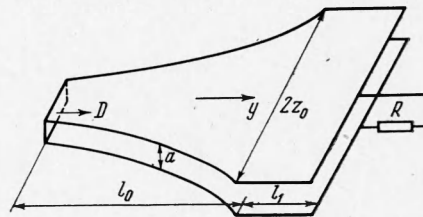
$$(1.2) \quad F_1(t_1) = B_1(t_1) a l_1 + B_1(t_1) \int_{-l_0+Dt}^0 \frac{aZ_0}{Z(y_1)} dy_1 = \frac{Z}{2\pi} B_1(t_1) L_1(t_1)$$

где $L_1(t_1)$ — индуктивность системы, зависящая от времени

$$(1.3) \quad L_1(t_1) = \frac{2\pi}{Z_0} a l_1 + 2\pi \int_{-l_0+Dt}^0 \frac{ady_1}{Z_1(y_1)}$$

2. Уравнение для потока в плоском генераторе с магнитной кумуляцией может быть получено из уравнения электромагнитной индукции для контура Γ , проведенного по границе полости и нагрузки

$$(2.1) \quad -\frac{1}{c} \frac{dF_1}{dt_1} = \oint_{\Gamma} \mathbf{E} dy_1 + RI$$



Из квазистационарной системы уравнений для поля в неподвижных шинах и закона Ома имеем

$$(2.2) \quad \mathbf{E} = \frac{1}{\sigma} \mathbf{j} = \frac{c}{4\pi\sigma} \operatorname{rot} \mathbf{B}_1$$

Здесь $B_1(x_1, y_1, t_1)$ — поле в проводнике. Так как толщина скин-слоя много меньше характерного размера, на котором существенно изменяется ширина шин, то основной вклад в электрическое поле дают производные B_1 по x_1 и уравнение электромагнитной индукции может быть записано в виде

$$(2.3) \quad \frac{dF_1}{dt_1} = \frac{2c^2}{4\pi\sigma} \frac{\partial B_1}{\partial x_1} \Big|_{x_1=0} \left(l_1 + \int_{-l_0+D}^0 \frac{Z_0}{Z_1(y_1)} dy_1 \right) - \frac{c^2 R Z_0}{2\pi} B_1(t_1)$$

или в безразмерных переменных

$$(2.4) \quad \begin{aligned} x_1 &= ax, & t_1 &= l_0 t / D, & y_1 &= l_0 y, & Z_1 &= Z_0 Z, & l_1 &= l_0 l, & L_1 &= L_1(0) L, \\ B_1 &= B_0 B, & F &= BL, & F_1 &= Z_0 B_0 L_1(0) F / 2\pi \\ \frac{d(BL)}{dt} &= \frac{2}{\mu} L(t) \frac{\partial B}{\partial x} \Big|_{x=0} - \frac{1}{\tau} B(t) \end{aligned}$$

Параметр $\mu = 4\pi\sigma a^2 D / c^2 l$ представляет собой магнитное число Рейнольдса, $\tau = L_1(0) D / c^2 R l_0$ — время релаксации магнитного потока на активном сопротивлении R , отнесенное ко времени работы генератора.

Приведенная индуктивность

$$(2.5) \quad L(t) = \frac{L_1(t)}{L_1(0)} = \frac{1}{\lambda} \left(1 + l^{-1} \int_{-1+t}^0 \frac{dy}{Z(y)} \right)$$

выражается через коэффициент перестройки цепи $\lambda = L_1(0) / L_1(1)$ и отношение длины нагрузки к длине генератора $l = l_1 / l_0$. Производную $(\partial B / \partial x)_{x=0}$ на границе неподвижного проводника можно выразить через поле на границе проводника $B(t)$ и начальное распределение поля в проводнике $B_0(x)$ [3]

$$(2.6) \quad \frac{\partial B}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\sqrt{\frac{\mu}{\pi}} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{B(\theta) d\theta}{\sqrt{t-\theta}} + \sqrt{\frac{\mu}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{t}} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty B_0' \left(\xi \sqrt{\frac{4t}{\mu}} \right) e^{-\xi^2} d\xi$$

и после подстановки в (2.4) получить уравнение для поля в нагрузке профилированного плоского генератора с магнитной кумуляцией

$$(2.7) \quad \begin{aligned} \frac{d}{dt} (BL) &= -\frac{2}{\sqrt{\pi\mu}} L(t) \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{B(\theta) d\theta}{\sqrt{t-\theta}} + \frac{2}{\sqrt{\pi\mu}} \frac{L(t)}{\sqrt{t}} + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{L(t)}{\mu} \times \\ &\times \int_0^\infty B_0' \left(\xi \sqrt{\frac{4t}{\mu}} \right) e^{-\xi^2} d\xi - \frac{1}{\tau} B(t) \end{aligned}$$

Уравнение (2.7) позволяет программировать возрастание поля в нагрузке, т. е. подставляя заданную монотонно возрастающую функцию $B(t)$, получать уравнение для раскрытия шин генератора. По известному профилю шин можно определить изменение поля в нагрузке с учетом диффузии в проводящие стенки. Среди возможных режимов работы генератора можно выделить критический режим, когда поле в нагрузке остается постоянным.

Для исследования этого режима будем считать, что накачка генератора производилась постоянным током длительностью t_0 . Начальное распределение поля в проводнике выражается формулой

$$(2.8) \quad B_0(x) = 1 - \Phi \left(x \sqrt{\frac{\mu}{4t_0}} \right)$$

где Φ — интеграл вероятности.

Приведенная индуктивность удовлетворяет уравнению

$$(2.9) \quad \frac{dL}{dt} + \frac{2}{\sqrt{\pi\mu}} \frac{L}{\sqrt{t_0+t}} + \frac{1}{\tau} = 0$$

с начальным условием $L(0) = 1$. Наличие двух условий $L(t) = \lambda^{-1}$ и $L'(t) = -(\lambda l)^{-1}$ позволяет по известным значениям μ, t_0, λ найти критические параметры нагрузки l_* и τ_* , которые связаны между собой соотношением

$$(2.10) \quad \tau_* = \lambda \left[l_*^{-1} - \frac{2}{\sqrt{\pi\mu(1+t_0)}} \right]^{-1}$$

Отношение длины нагрузки к длине генератора равно

$$(2.11) \quad l_* = \frac{\sqrt{\pi\mu}}{2} \left\{ \sqrt{1+t_0} - \frac{\sqrt{\pi\mu}}{4} - \left(\sqrt{t_0} - \frac{\sqrt{\pi\mu}}{4} \right) \exp \left[\frac{4}{\sqrt{\pi\mu}} (\sqrt{t_0} - \sqrt{1+t_0}) \right] \right\} \times \\ \times \left\{ \left(\lambda - \frac{\sqrt{t_0} - \sqrt{\pi\mu/4}}{\sqrt{1+t_0}} \right) \exp \left[\frac{4}{\sqrt{\pi\mu}} (\sqrt{t_0} - \sqrt{1+t_0}) \right] - \frac{\sqrt{\pi\mu}}{4} \frac{1}{\sqrt{1+t_0}} \right\}^{-1}$$

Зная в конкретном случае критические параметры l_* и τ_* , можно анализировать работу генератора. Если оказывается, что время релаксации τ больше τ_* , а $l = l_*$, то поле будет возрастать со временем. При равенстве $\tau = \tau_*$ сжатие поля будет сильнее при более короткой нагрузке. Ниже приводятся описания критических режимов на индуктивную и активную нагрузки.

3. Случай чисто индуктивной нагрузки соответствует $\tau_* \rightarrow \infty$ и $l_* = \sqrt{\pi\mu(1+t_0)}/2$. Неблагоприятный режим с затуханием поля будет на нагрузку с $l > l_*$.

Используя формулу (2.5) для приведенной индуктивности, найдем критический профиль шин

$$(3.1) \quad Z_* = \frac{\sqrt{1+t_0+y}}{\sqrt{1+t_0}} \exp \left[\frac{4}{\sqrt{\pi\mu}} (\sqrt{1+t_0+y} - \sqrt{1+t_0}) \right]$$

Здесь $-1 \leq y \leq 0$.

В случае быстрой накачки $t_0 \rightarrow 0$ для идеальных проводников $Z_{*r} = \sqrt{1+y}$. Построив семейство критических профилей, можно при заданном μ выбирать режимы с возрастанием или убыванием поля, если рабочие профили выбирать ниже или выше критического. В случае медленной накачки и $\mu \gg 1$ в критическом режиме шины генератора имеют постоянную ширину. С уменьшением проводимости шины будут суживаться к началу генератора.

4. Активной нагрузке соответствует $l_* \rightarrow 0, \lambda \rightarrow \infty$

$$(4.1) \quad \tau_* = \frac{\sqrt{\pi\mu}}{2} \left\{ \left(\sqrt{1+t_0} - \frac{\sqrt{\pi\mu}}{4} \right) \exp \left[-\frac{4}{\sqrt{\pi\mu}} (\sqrt{t_0} - \sqrt{1+t_0}) \right] - \left(\sqrt{t_0} - \frac{\sqrt{\pi\mu}}{4} \right) \right\}$$

Для режимов с возрастающим полем нужно выбирать $\tau > \tau_*$. Раскрой шин в критическом режиме определяется формулой

$$(4.2) \quad Z_* = [1+t_0+y]^{1/2} \left\{ \frac{\sqrt{\pi\mu}}{4} + \left(\sqrt{1+t_0} - \frac{\sqrt{\pi\mu}}{4} \right) \right\} \times \\ \times \exp \left[\frac{4}{\sqrt{\pi\mu}} (\sqrt{1+t_0} - \sqrt{1+t_0+y}) \right]^{-1}$$

В случае медленной накачки, а также для идеальных проводников и быстрой накачки $\tau_* = 1$ получаем известный результат о работе генератора с постоянной шириной шин на критическое сопротивление, определяемое из электротехнического расчета [4]. Уравнение (2.7) позволяет рассчитывать работу генератора по заданным параметрам λ, μ, t_0 . Определив критическую нагрузку, при которой поле остается постоянным, можно выбором соответствующего профиля шин получать режимы с возрастанием или убыванием поля. Эти расчеты можно проводить при произвольном способе накачки и при любом начальном распределении поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кнопфель Г. К. Сверхсильные импульсные магнитные поля. М., «Мир», 1972.
2. Биченков Е. И., Войтенко А. Е., Демчук А. Ф., Дерибас А. А., Куликов Б. И., Нестеризин Ю. Е., Соболев О. П. Эксперименты со взрывомагнитным генератором в лабораторных условиях. Докл. АН СССР, 1968, т. 183, № 6.
3. Биченков Е. И., Маточкин Е. П. Диффузия потока при магнитной кумуляции в узких полостях. ПМТФ, 1974, № 4.
4. Биченков Е. И., Войтенко А. Е., Лобанов В. А., Маточкин Е. П. Схема расчета и включение на нагрузку плоских взрывомагнитных генераторов. ПМТФ, 1973, № 2.

УДК 533.93

СВОЙСТВА КОНТАКТА МЕТАЛЛ — ПЛАЗМА

*И. Н. Острецов, В. А. Петросов, А. А. Поротников,
Б. Б. Родневич*

(Москва)

На основе анализа экспериментальных данных показано, что в присутствии плазмы эффективная работа выхода металла снижается по сравнению с величиной работы выхода в вакуум.

Изучение электродных процессов в распределенном (неконтрагированном) дуговом разряде в различных средах (инертные газы, щелочные металлы) [1-7] показывает, что в присутствии плазмы эффективная величина работы выхода металла снижается (по сравнению с работой выхода металла в вакуум Φ_w) на значительную величину. К такому выводу можно прийти, проводя анализ балансных соотношений на поверхности электрода.

Уравнение баланса тока на поверхности электрода (катода и анода) можно записать в виде

$$(1) \quad j_w = j_e^e + j^i - j^e \exp[-eU/kT]$$

Здесь j_w — экспериментально измеряемая плотность тока на электроде; j_e^e — плотность тока электронов эмиссии с горячего электрода; j^i и j^e — хаотические плотности токов ионов и электронов из плазмы, вычисляемые по параметрам плазмы на границе слоя приэлектродного падения потенциала (толщина слоя порядка дебаевской длины r_D); U — величина приэлектродного скачка потенциала; T — электронная температура плазмы; e — заряд электрона. Рассматривается случай, когда потенциал плазмы выше потенциала электрода на величину U , так что ионы идут на электрод свободно, а электроны частично задерживаются. Это учитывается экспонентой в последнем члене (1).

Баланс энергии на поверхности электрода можно представить в виде

$$(2) \quad q_w + j_e^e \Phi = j^i \left(U + U_i - \Phi + 2 \frac{k}{e} \Delta T_i \right) + \\ + j^e \exp \left(- \frac{eU}{kT} \right) \left(\Phi + 2 \frac{k}{e} \Delta T_e \right) + q$$

Здесь q_w — тепловой поток, снимаемый с электрода с помощью охлаждения; U_i — энергия ионизации рабочего тела; ΔT_i и ΔT_e — разности между температурами ионов и электронов плазмы и температурой электрода; Φ — работа выхода; q — тепловой поток, поступающий из плазмы на электрод благодаря излучению и наличию нейтральной компоненты; k — постоянная Больцмана.

В рассматриваемых экспериментах ток j_e^e обязан исключительно механизму термоэмиссии, т. е.

$$(3) \quad j_e^e = AT_w^2 \exp \left(- \frac{e\Phi}{kT_w} \right)$$

Здесь A — постоянная Ричардсона, T_w — температура электрода.

Анализ экспериментальных данных по катодам [1-4] показывает, что с учетом (3), где за величину Φ принимается работа выхода металла в вакуум Φ_w , левая часть соот-