

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫБРОСА ГАЗОВЗВЕСИ ИЗ КАНАЛА УДАРНОЙ ТРУБЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СЖАТОГО ГАЗА

А. Г. Кутушев, А. В. Татосов

Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики СО РАН, 625000 Тюмень

Приведены результаты численного счета процесса нестационарного двумерного осесимметричного волнового истечения инертной монодисперсной газовзвеси из канала ударной трубы в окружающее газовое пространство под действием сжатого в камере высокого давления газа. Анализируется разгон дисперсных частиц внутри трубы и в затопленном пространстве за фронтом дифрагирующей воздушной ударной волны. Обсуждается эффект образования вихревого дисперсного кольца в процессе разлета облака частиц. Исследовано влияние основных определяющих параметров метаемого слоя газовзвеси и толкающего газа на дальность разлета облака дисперсных частиц.

## ВВЕДЕНИЕ

Дисперсные смеси газа с твердыми взвешенными частицами широко используются в качестве двухфазных рабочих тел в различных аппаратах и установках современной техники, связанной с производством, переработкой и транспортировкой инертных и горючих пылевых и сыпучих материалов, с детонационным нанесением покрытий, с импульсным струйным направленным метанием огнетушащих порошков в очаги горения. Возрастающие требования к интенсификации и безопасности технологических процессов и к оптимизации используемого оборудования вызывают необходимость детального изучения поведения дисперсных сред в условиях переменных динамических нагрузок. При этом особо важное значение приобретают вопросы нестационарного волнового истечения газовзвесей во внешнюю среду из систем высокого давления в условиях их внезапной разгерметизации в аварийных ситуациях. Указанные вопросы актуальны и с точки зрения проектирования и разработки образцов новой техники, предназначенной для дальнего импульсного выброса газодисперсной среды из ствольных установок под действием сжатого газа или продуктов сгорания взрывчатых веществ (ВВ).

Процесс разлета слоя дисперсных частиц в волнах разрежения и сжатия изучается, как правило, экспериментально на ударных трубах и численно на основе методов и уравнений механики многофазных систем. Сравнительно немногочисленные строго аналитические иссле-

дования динамики газопылевых сред проводятся лишь в рамках упрощенной схематизации газовзвеси с использованием модели «эффективного» газа. Следует отметить, что до настоящего времени отсутствуют какие-либо серьезные аналитические решения задачи о нестационарном истечении сверхзвуковой струи, формирующемся при дифракции ударной волны, выходящей из канала трубы в окружающее газовое пространство. Некоторые результаты численного решения указанной задачи приведены в [1, 2].

В работе [3] представлены результаты экспериментального исследования динамики разлета облака инертной газовзвеси из камеры высокого давления (КВД) ударной трубы в газовое пространство камеры низкого давления (КНД). В [4] применительно к условиям опытов [3] выполнено математическое моделирование одномерного плоского движения неравновесной дисперсной смеси газа с твердыми монодисперсными частицами мучной пыли. В [5] на ударной трубе экспериментально изучен разлет горячей газовзвеси. В [6] численно исследовано волновое истечение реагирующей смеси газа и горящих частиц унитарного (содержащего окислитель) топлива из КВД в газ КНД испытательной трубы. В [7] для условий опытов [8] проведено математическое моделирование разлета слоя сжатой насыпной среды из КВД в КНД ударной трубы. В работах [3–8], по существу, изучен лишь одномерный разгон дисперсной смеси в канале ударной трубы. Двумерное стационарное сверхзвуковое струй-

ное истечение инертной газовзвеси из канала круглой трубы в окружающее газовое пространство теоретически (численно) и экспериментально исследовано в работе [9]. При этом в [9] не рассмотрено двухфазное течение внутри трубы.

В настоящей работе приведены результаты численного исследования двумерного осесимметричного нестационарного истечения газовзвеси из канала ударной трубы в окружающее открытое пространство под действием сжатого газа КВД.

## УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ФАЗ ИНЕРТНОЙ ГАЗОВЗВЕСИ

Пусть имеется смесь газа с твердыми химически инертными взвешенными частицами. Для описания ее движения использованы следующие допущения [10]: расстояния, на которых параметры течения меняются значительно, много больше размеров частиц и расстояний между ними (вне поверхностей ударных скачков в несущей газовой фазе); частицы сферические, а смесь монодисперсная; эффекты вязкости и теплопроводности существенны лишь в процессах межфазного взаимодействия; дробление и столкновение частиц отсутствуют; фазовые превращения в смеси не происходят; несущая фаза — идеальный калорически совершенный газ, дисперсная фаза — несжимаемые частицы; объемное содержание дисперсных частиц в смеси много меньше единицы; вклад сил Бассэ и присоединенных масс в общую силу межфазного взаимодействия пре-небрежимо мал; отсутствуют внешние массовые силы; изменение внутренней энергии смеси, обусловленное работой силы межфазного трения, целиком осуществляется через несущую фазу.

При сделанных предположениях система квазилинейных дифференциальных уравнений двумерного осесимметричного нестационарного движения инертной газовзвеси имеет следующий вид [11]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho_i v_{r,i})}{\partial r} + \frac{\partial(\rho_i v_{z,i})}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial(\rho_i v_{r,i})}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho_i v_{r,i}^2)}{\partial r} + \\ + \frac{\partial(\rho_i v_{r,i} v_{z,i})}{\partial z} + \alpha_i \frac{\partial p}{\partial r} = (-1)^i F_r, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_i v_{z,i})}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho_i v_{r,i} v_{z,i})}{\partial r} + \\ + \frac{\partial(\rho_i v_{z,i}^2)}{\partial z} + \alpha_i \frac{\partial p}{\partial z} = (-1)^i F_z, \quad (1) \\ \frac{\partial(\rho_2 e_2)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho_2 e_2 v_{r,2})}{\partial r} + \frac{\partial(\rho_2 e_2 v_{z,2})}{\partial z} = Q, \\ \sum_{i=1}^2 \left[ \frac{\partial(\rho_i E_i)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho_i v_{r,i} E_i)}{\partial r} + \right. \\ \left. + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \alpha_i p v_{r,i})}{\partial r} + \frac{\partial(\rho_i v_{z,i} E_i)}{\partial z} + \frac{\partial(\alpha_i p v_{z,i})}{\partial z} \right] = 0, \\ \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad E_i = e_i + 0,5(v_{r,i}^2 + v_{z,i}^2), \\ \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad i = 1; 2, \end{aligned}$$

где  $\rho_i, \rho_i^0$  — средняя и истинная плотности соответственно;  $v_{r,i}, v_{z,i}$  — составляющие скорости в радиальном ( $r$ ) и осевом ( $z$ ) направлениях;  $\alpha_i$  — объемное содержание;  $e_i, E_i$  — удельные внутренняя и полная энергии  $i$ -й фазы;  $p$  — давление газа;  $F_r, F_z$  — составляющие силового взаимодействия фаз в цилиндрических координатах;  $Q$  — интенсивность контактного теплообмена газа с частицами.

В системе уравнений (1) представлены уравнения сохранения масс газовой ( $i = 1$ ) и дисперсной ( $i = 2$ ) фаз, уравнения сохранения импульсов газа и частиц, уравнение притока тепла к дисперсным включениям взвеси и уравнение сохранения полной энергии смеси в единице объема.

Используются уравнения состояния идеального калорически совершенного газа и несжимаемых твердых частиц [10]:

$$\begin{aligned} p = \rho_1^0 R T_1, \quad e_1 = c_1 T_1, \quad \rho_2^0 = \text{const}, \\ e_2 = c_2 T_2 \quad (R, c_1, c_2 = \text{const}). \quad (2) \end{aligned}$$

Здесь  $R$  — газовая постоянная,  $c_1$  — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме,  $c_2$  — удельная теплоемкость частиц,  $T_i$  — температура  $i$ -й фазы.

Система уравнений (1), (2) замыкается путем задания законов межфазного силового и теплового взаимодействия газовой и дисперсной фаз [10]:

$$\begin{aligned} F_r = \frac{1}{2} C_d \rho_1^0 \Delta v (v_{r,1} - v_{r,2}) S_m n \\ \left( S_m = \frac{\pi d^2}{4}, \quad n = \frac{6\alpha_2}{\pi d^3} \right), \\ F_z = \frac{1}{2} C_d \rho_1^0 \Delta v (v_{z,1} - v_{z,2}) S_m n \quad (3) \end{aligned}$$

$$\left( \Delta v = \sqrt{(v_{r,1} - v_{r,2})^2 + (v_{z,1} - v_{z,2})^2} \right),$$

$$Q = \pi d \lambda_1 \text{Nu}(T_1 - T_2) n \quad (\lambda_1 = \text{const}),$$

где  $C_d$  — коэффициент сопротивления сферических частиц диаметром  $d$ ;  $S_m$  — площадь миделева сечения частиц;  $n$  — число дисперсных частиц в единице объема смеси;  $\Delta v$  — модуль вектора относительной скорости газовой и дисперсной фаз;  $\lambda_1$  — коэффициент теплопроводности газа;  $\text{Nu}$  — число Нуссельта газовой фазы, характеризующее теплообмен между газом и взвешенными частицами.

Выражения для  $C_d$  и  $\text{Nu}$  задаются в виде зависимостей, учитывающих сжимаемость и стесненность потока [10]:

$$C_d = C_d^0 [1 + \exp(-0,427M^{-4,63})] \alpha_1^{-k} \quad (k = \text{const}),$$

$$C_d^0 = \frac{24}{\text{Re}} + \frac{4}{\sqrt{\text{Re}}} + 0,4 \quad (0 \leq \text{Re} \leq 2 \cdot 10^5),$$

$$\text{Re} = \frac{\rho_1^0 \Delta v d}{\mu_1}, \quad M = \frac{\Delta v}{a_1}, \quad a_1^2 = \frac{p}{\rho_1^0} \quad (4)$$

$$(\mu_1 = \text{const}),$$

$$\text{Nu} = 2 \exp(-M) + 0,459 \text{Re}^{0,55} \text{Pr}^{0,33}, \quad \text{Pr} = \frac{\gamma c_1 \mu_1}{\lambda_1}.$$

Здесь  $C_d^0$  — коэффициент аэродинамического сопротивления одиночной сферической твердой частицы для условий обтекания ее безграничным стационарным потоком несжимаемой жидкости;  $M$ ,  $\text{Pr}$ ,  $\text{Re}$  — числа Маха относительного движения фаз, Прандтля и Рейнольдса соответственно;  $a_1$  и  $\mu_1$  — соответственно адиабатическая скорость звука и динамическая вязкость газовой фазы;  $\gamma$  — показатель адиабаты газа;  $k$  — коэффициент, учитывающий стесненность потока.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Имеется горизонтальная ударная труба круглого сечения с внутренним диаметром  $D$  и длиной  $L$ . Левый конец трубы ( $z = 0$ ) закрыт, а правый ( $z = L$ ) — открыт. Внутри трубы на расстоянии  $z = z_*$  от торцевой поверхности ( $z = 0$ ) расположена диафрагма, отделяющая камеры высокого ( $0 \leq z \leq z_*$ ) и низкого ( $z_* < z \leq L$ ) давлений. В КВД находится сжатый газ, а в КНД — слой однородной газовзвеси ( $z_* \leq z \leq z_{**}$ ) и следующий за ним слой атмосферного газа ( $z_{**} < z \leq L$ ). В момент времени  $t = 0$  под действием перепада начальных давлений в КВД и КНД ( $\Delta p_0^* = p_* - p_0$ , где  $p_*$  — начальное давление газа в КВД,  $p_0$  —

начальное (атмосферное) давление газа) диафрагма мгновенно раскрывается и в канале ствола трубы начинается волновое движение газа и газовзвеси. Ставится цель — описать возникающий при этом движении процесс выброса слоя газовзвеси из трубы в окружающее газовое пространство.

Схематическое представление сформулированной задачи приведено на рис. 1,*a,b*, где показаны области сжатого газа в КВД ( $G_1$ ), слоя невозмущенной газовзвеси ( $G_2$ ) и атмосферного газа ( $G_3$ ) в КНД:

$$G_1 = \{0 \leq r \leq D/2, 0 \leq z \leq z_*\},$$

$$G_2 = \{0 \leq r \leq D/2, z_* \leq z \leq z_{**}\},$$

$$G_3 = \{0 \leq r \leq D/2, z_{**} \leq z \leq L\},$$

а также области внешнего газового пространства ( $G_4$ ) и всей расчетной зоны  $G = G_1 + G_2 + G_3 + G_4$ , ограниченной границей  $\Gamma = \Gamma_W + \Gamma_N + \Gamma_O + \Gamma_S$ , где  $\Gamma_W, \Gamma_N, \Gamma_O, \Gamma_S$  — левая, верхняя, правая и нижняя границы расчетной области соответственно.

Начальные условия для системы уравнений (1)–(4) при  $t = 0$  имеют вид [11]:

$$p = \begin{cases} p_*, & (r, z) \in G_1, \\ p_0, & (r, z) \in G_2 \cup G_4; \end{cases}$$

$$T_1 = \begin{cases} T_*, & (r, z) \in G_1, \\ T_0, & (r, z) \in G_2 \cup G_4; \end{cases}$$

$$v_{r,1} = v_{z,1} = 0, (r, z) \in G_1;$$

$$\alpha_1 = \begin{cases} 1, & (r, z) \in G_1, G_3, G_4, \\ 1 - \alpha_{2,0}, & (r, z) \in G_2; \end{cases} \quad (5)$$

$$v_{r,2} = v_{z,2} = 0, (r, z) \in G_1 \cup G_4;$$

$$\alpha_2 = \begin{cases} \alpha_{2,0}, & (r, z) \in G_2, \\ 0, & (r, z) \in G_1, G_3, G_4; \end{cases}$$

$$T_2 = \begin{cases} T_*, & (r, z) \in G_2, \\ 0, & (r, z) \in G_1, G_3, G_4, \end{cases}$$

где  $T_*$  и  $T_0$  — начальные температуры газа в КВД и невозмущенного атмосферного газа.

Границные условия задаются следующим образом [11, 12]: на оси симметрии ( $r = 0$ ) предлагаются справедливыми условия

$$\frac{\partial v_{z,i}}{\partial r} = v_{r,i} = 0 \quad (i = 1, 2); \quad (6)$$

на боковой стенке трубы ( $r = D/2, 0 \leq z \leq L$ ) принимается условие непротекания газа ( $i = 1$ ) и дисперсных частиц ( $i = 2$ ):

$$v_{r,i} = 0; \quad (7)$$

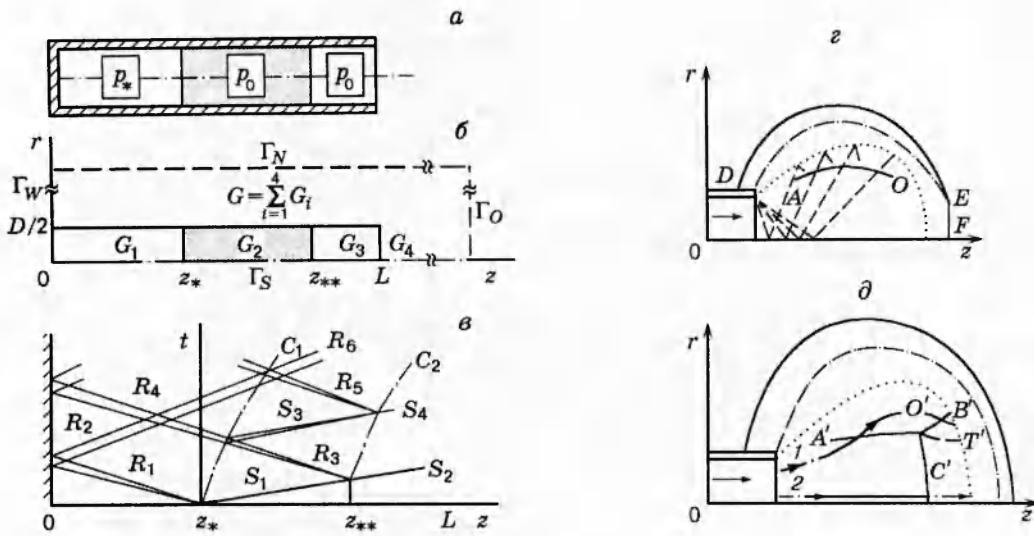


Рис. 1. Схема трубы с метаемой аэродисперсной средой (a), расчетная область (б), \$x - t\$-волновая диаграмма в трубе (в) и в пространстве за трубой (г):

\$S\_i\$ (\$i = 1 \div 4\$) — ударные волны и волны сжатия; \$R\_i\$ (\$i = 1 \div 6\$) — волны разрежения; \$C\_i\$ (\$i = 1 \div 2\$) — контактные границы метаемой среды; \$\delta\$ — линии тока газа через висячий скачок уплотнения \$A'O'\$ и диск Маха \$O'C'\$

на торце ударной трубы (\$z = 0, 0 \leq r \leq D/2\$) — аналогичное (7) условие, но для осевой составляющей скорости несущей фазы ставится условие непротекания газа

$$v_{\tau,i} = 0. \quad (8)$$

На внешней границе расчетной области \$\Gamma\_W\$ выше торца трубы (\$z = 0, r > D/2\$), а также на границах \$\Gamma\_N\$ и \$\Gamma\_O\$ задаются условия свободного протекания фаз [13]. На границе \$\Gamma\_S\$ правее открытого конца трубы (\$r = 0, z > L\$) принимаются условия (6).

Уравнения движения инертной газовзвеси (1)–(4) интегрировали с использованием следующих безразмерных переменных и параметров подобия:

$$\begin{aligned} R &= \frac{r}{L}, \quad Z = \frac{z}{L}, \quad \tau = \frac{t}{t_g}, \quad \Xi_i = \frac{\rho_i}{\rho_{1,0}^0}, \\ \Xi_i^0 &= \frac{\rho_i^0}{\rho_{1,0}^0}, \quad V_{R,i} = \frac{v_{\tau,i}}{a_{1,0}}, \quad V_{Z,i} = \frac{v_{z,i}}{a_{1,0}}, \quad \Theta_i = \frac{T_i}{T_0}, \\ U_i &= \frac{e_i}{a_{1,0}^2}, \quad W_i = \frac{E_i}{a_{1,0}^2}, \quad P = \frac{p}{p_0} \quad (i = 1, 2), \\ \gamma &= \frac{(c_1 + R_1)}{c_1}, \quad \text{Re}_d = \frac{\rho_{1,0}^0 a_{1,0} c_1}{\mu_1}, \quad \Lambda_v = \frac{t_v}{t_g}, \\ \delta &= \frac{c_2}{c_1}, \quad \text{Pr}, \quad k, \quad \eta = \frac{\rho_2^0}{\rho_{1,0}^0}, \quad m = \eta \frac{(1 - \alpha_{1,0})}{\alpha_{1,0}}, \end{aligned}$$

$$P_* = \frac{p_*}{p_0}, \quad \Theta_* = \frac{T_*}{T_0}, \quad \Omega = \frac{D}{L},$$

$$Z_* = \frac{z_*}{L}, \quad Z_{**} = \frac{z_{**}}{L} \quad (t_g = \frac{L}{a_{1,0}}, \quad t_v = \frac{\rho_2^0 d^2}{18 \mu_1}).$$

Здесь \$t\_g\$ и \$t\_v\$ — характерное газодинамическое время задачи и характерное время выравнивания скоростей газовой и дисперсной фаз; \$\text{Re}\_d\$ — характерное значение числа Рейнольдса относительного движения газа и частиц; \$\Lambda\_v\$ — отношение характерного времени пробега звуковой волны в газе от закрытого торца трубы до ее открытого конца к времени релаксации скоростей частиц; \$\delta\$ — отношение удельных теплоемкостей фаз; \$\eta\$ — отношение истинных плотностей материала частиц и газа; \$m\$ — начальное относительное массовое содержание взвеси; \$\Omega\$ — отношение диаметра трубы к ее длине; \$Z\_\*\$ и \$Z\_{\*\*}\$ — безразмерные координаты левой и правой границ облака частиц в начальный момент времени.

Численное решение задач выполнено методом «крупных частиц» [13]. Вычислительная программа написана на алгоритмическом языке «Фортран-77» и тестирована посредством решения задачи о двумерном плоском стационарном обтекании пластины потоком газовзвеси [14] и задачи о струйном стационарном истечении сверхзвукового потока запыленного газа из трубы [9]. Расчеты проведены на

равномерной расчетной сетке с числом ячеек вдоль координат  $R$  и  $Z$ , равным  $(50 \times 100)$ ; ( $i = 1, 2$ ). Контроль точности вычислений осуществлялся сравнением решений на различных пространственно-временных сетках. Характерное время счета одного варианта движения дисперсной смеси на ЭВМ IBM PC-486 составляло  $\approx 2$  ч.

Расчеты выполняли для смесей воздуха и частиц кварцевого песка. При этом использованы следующие значения термодинамических параметров фаз:  $T_0 = 300$  К,  $p_0 = 0,1$  МПа,  $\rho_{1,0}^0 = 1,29$  кг/м<sup>3</sup>,  $\gamma = 1,4$ ,  $c_1 = 716$  м<sup>2</sup>/(с<sup>2</sup> · К),  $a_{1,0} = 341$  м/с,  $\mu_1 = 1,71 \cdot 10^{-5}$  кг/(м · с),  $\lambda_1 = 0,026$  кг · м/(с<sup>3</sup> · К),  $\rho_2^0 = 2500$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_2 = 710$  м<sup>2</sup>/(с<sup>2</sup> · К).

Полагали  $L = 1$  м и  $D = 0,2$  м;  $z_* = 0,4$  м,  $z_{**} - z_* = 0,4$  м (длина слоя газовзвеси);  $p_* = 200p_0$  и  $T_* = 20T_0$ ;  $d = 60$  мкм, а исходное объемное содержание взвеси ( $\alpha_{2,0} = 1 - \alpha_{1,0}$ ) в основной серии расчетов составляло  $5 \cdot 10^{-4}$ . Указанным значениям размерных параметров соответствуют следующие значения параметров и критериев подобия:  $Re_d = 1540$ ;  $\Lambda_v = 10$ ;  $\delta = 1$ ;  $Pr = 0,66$ ;  $\eta = 1938$ ;  $m = 1$ ;  $k = 3$ ;  $\Omega = 0,2$ ;  $Z_* = 0,4$ ;  $Z_{**} = 0,8$ . При этом  $t_g = 2,93$  мс и  $t_v = 29,23$  мс.

## НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Разлет слоя газовзвеси из КИД ударной трубы в окружающее пространство под действием сжатого газа КВД представляет собой сложный нестационарный волновой процесс. Для его качественного описания удобно обратиться к  $x - t$ -диаграмме, соответствующей схематизации газовзвеси в виде «эффективного» газа (рис. 1, б).

Согласно рис. 1, б начальный этап разлета частиц в КИД ударной трубы осуществляется следующим образом. В момент времени  $t = 0$  на границе «сжатый газ — газовзвесь» осуществляется распад начального разрыва, в результате которого вглубь дисперсной среды распространяется ударная волна  $S_1$ , а в область газа КВД — центрированная волна разрежения  $R_1$ . С течением времени ударная волна  $S_1$  взаимодействует с правой контактной границей слоя дисперсных частиц  $C_2$ , при этом в двухфазную среду начинает распространяться волна разгрузки  $R_3$ , а в атмосферный газ КИД — проходящая ударная волна  $S_2$ . За волнами  $R_1$ ,  $S_1$ ,  $R_3$  и  $S_2$  газовая и дисперсная фазы ускоряются.

В последующие моменты движения волна  $R_1$  отражается от левого (закрытого) конца трубы в виде волны разрежения  $R_2$ , а волна разгрузки  $R_3$  взаимодействует с левой границей слоя дисперсных частиц  $C_1$ . Результатом взаимодействия волны  $R_3$  с контактной поверхностью  $C_1$  являются огражденные волны сжатия  $S_3$  в газовзвеси и волна разрежения  $R_4$ , проходящая в газ КВД. Волна сжатия  $S_3$ , двигаясь по слою дисперсных частиц слева направо, взаимодействует с контактной поверхностью  $C_2$ , образуя проходящую вторичную ударную волну в газе КИД  $S_4$  и ограженную в газовзвесь волну разрежения  $R_5$ . В волнах  $S_3$  и  $R_5$  имеет место дополнительный разгон газа и дисперсных частиц. В волнах  $R_2$  и  $R_4$  уменьшается давление толкающего газа КВД. Взаимодействие волны  $R_2$  с левой контактной границей  $C_1$  приводит к формированию в двухфазной среде проходящей волны разрежения  $R_6$ , тормозящей газ и частицы. Сложный характер волнового движения газовзвеси в КИД ударной трубы, обусловленный взаимодействием волн сжатия и разрежения с закрытым концом трубы и с контактными границами, продолжается и в последующие моменты времени.

Описанную выше качественную картину начальной стадии волнового разгона частиц газовзвеси в КИД ударной трубы иллюстрирует рис. 2. Из рисунка видно, что в процессе динамического нагружения слоя газовзвеси сжатым газом КВД формируется нестационарная ударная волна с передним затухающим скачком и протяженной зоной релаксации параметров фаз, где частицы дисперсной фазы интенсивно вовлекаются в движение сверхзвуковым газовым потоком. В интервале времени  $t_3 \div t_4$  ударная волна  $S_1$  достигает правой контактной границы  $C_2$ . В результате взаимодействия волны  $S_1$  с контактной поверхностью  $C_2$  и образования волны  $S_2$  в невозмущенном газе КИД, а также волны разгрузки в двухфазной среде все частицы взвеси приходят в движение, при этом газ в волне  $R_3$  приобретает дополнительную скорость. Стадия одномерного совместного движения газовой и дисперсной фаз завершается в момент прихода волны  $S_2$  к открытому концу трубы ( $Z = 1$ ).

С момента выхода волны  $S_2$  в открытое пространство начинается этап нестационарного двумерного осесимметричного истечения сверхзвуковой газовой струи и продолжающееся одномерного движения газа и дисперсных

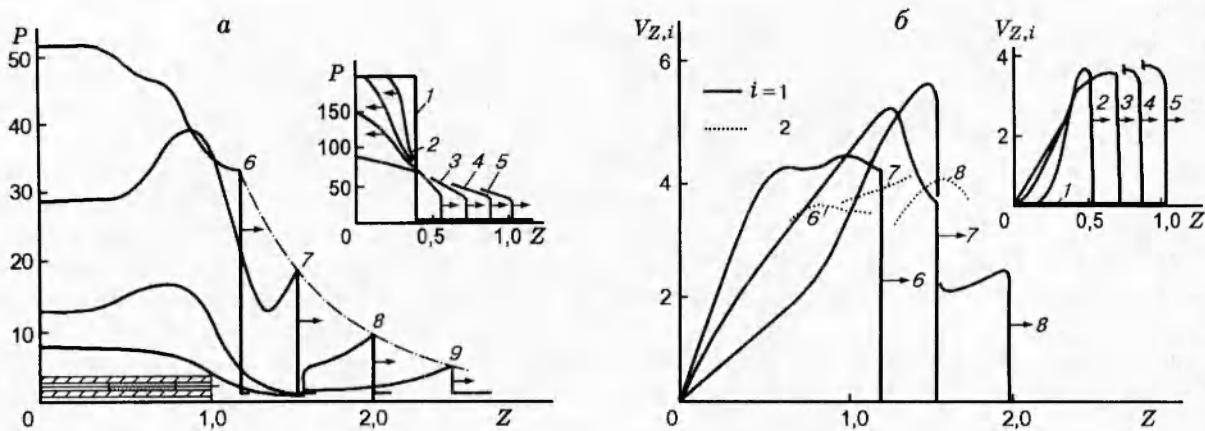


Рис. 2. Расчетные распределения давления газа (а) и скоростей фаз (б) в пространстве в моменты времени  $\tau_j$  ( $j = 1 \div 9$  (а) и  $j = 1 \div 8$  (б)):

$\tau_j = 0$  (кривая 1), 0,03 (2), 0,06 (3), 0,095 (4), 0,126 (5), 0,161 (6), 0,225 (7), 0,385 (8), 0,641 (9); начальное массовое содержание частиц  $m = 1$ ; диаметр частиц  $d = 60$  мкм; отношение начальных давлений в КВД и КНД —  $p_* / p_0 = 200$ ; стрелки — направления распространения ударной волны  $S_1$  и волн разрежения  $R_1$  и  $R_2$

частиц в канале КНД. Возникновение струйного потока газа связано с дифракцией  $S_2$  на открытом конце трубы.

Схема течения газа в пространстве за трубой за дифрагирующую ударную волну представлена на рис. 1,г. Сплошной линией показаны дифрагированная ( $DE$ ) и невозмущенная ( $EF$ ) части ударной волны ( $DEF$ ); штрихпунктирной — контактный разрыв, разделяющий части газа, пришедшие в движение до и после начала дифракции ударной волны; пунктирной — граница струи; штриховыми линиями показаны характеристики волны разрежения, исходящей от кромки канала КНД, а также их отражение от оси симметрии ( $r = 0$ ) и вторичное отражение от границы струи в виде волн сжатия. Линией  $AO$  изображена огибающая волны сжатия, которые идут от поверхности струи в виде пучка сходящихся характеристик и формируют висячий криволинейный скачок уплотнения [15].

Этапу истечения газового потока из ударной трубы, схематически изображенном на рис. 1,г, на рис. 2 соответствуют расчетные профили давления (а) и скорости (б) в момент времени  $\tau_5$ .

Дальнейший этап процесса соответствует вылету из канала трубы слоя дисперсных частиц в область нестационарного двумерного осесимметричного сверхзвукового струйного потока газа, где со временем складывается картина течения с образованием устойчи-

вой тройной маховской конфигурации ударных волн, возникающей в результате взаимодействия скачка уплотнения  $AO$  с осью симметрии  $r = 0$  (рис. 1,д). На рисунке линиями  $A'O'$ ,  $O'B'$ ,  $O'C'$  нанесены соответственно висячий и отраженный скачки, диск Маха. Линией  $O'T'$  показана отходящая от точки разветвления  $O'$  поверхность тангенциального разрыва [16, 17].

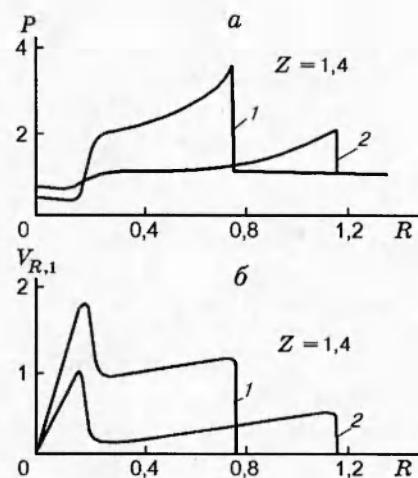


Рис. 3. Расчетные профили давления (а) и радиальной скорости (б) газовой фазы в моменты движения облака частиц  $\tau = \tau_8 = 0,385$  (1) и  $\tau = \tau_9 = 0,641$  (2):

остальные параметры такие же, как на рис. 2

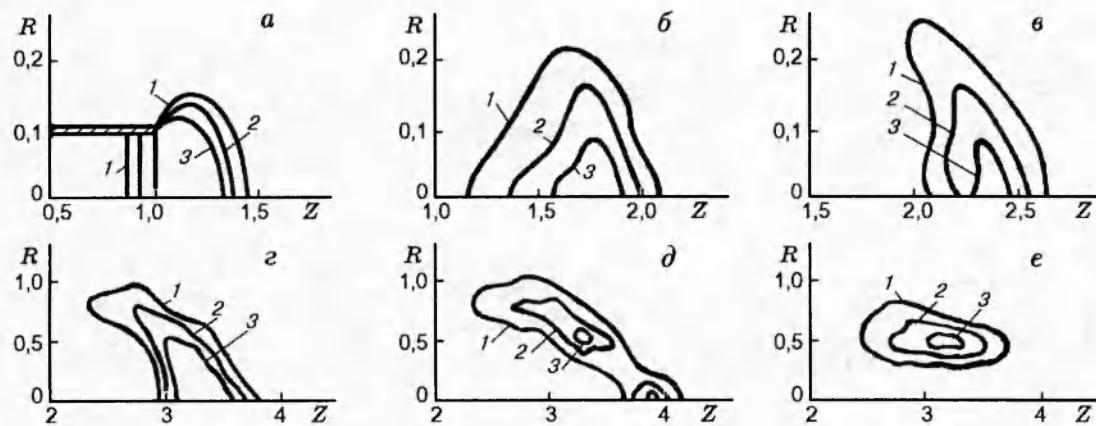


Рис. 4. Изолинии плотности дисперсной фазы слоя газовзвеси в моменты времени  $\tau = 0,225$  (а),  $0,385$  (б),  $0,641$  (в),  $2,558$  (г),  $3,853$  (д),  $6,445$  (е):

а-в:  $\Sigma_2 = 0,02; 0,1; 0,2$  (кривые 1-3 соответственно); г-е:  $\Sigma_2 = 0,005; 0,01; 0,015$  (кривые 1-3 соответственно); остальные параметры такие же, как на рис. 2

Согласно рис. 1, д, а также рис. 3 вдоль линии тока 1 газ ускоряется в веере волн разрежения, приобретая сверхзвуковую радиальную скорость ( $V_{R,1} > a_1$ ). После прохождения газовым потоком поверхности ударного фронта висячего скачка скорость  $V_{R,1}$  становится дозвуковой ( $V_{R,1} < a_1$ ). В дальнейшем (вниз по потоку) линия тока 1 выходит в зоне сжатия к отраженной ударной волне  $O'B'$ , за которой осевая скорость  $V_{Z,1}$  скачком гасится до значения, меньшего скорости звука ( $V_{Z,1} < a_1$ ). Вдоль центральной линии тока 2 сверхзвуковой поток ( $V_{Z,1} > a_1$ ), расширяясь в волне Прандтля — Майера, ускоряется в направлении оси  $Z$ , после чего его скорость скачком гасится в диске Маха ( $V_{Z,1} < a_1$ ).

Движение частиц, вылетевших в открытое газовое пространство, в волне разрежения происходит в условиях плавного изменения их скорости по величине и направлению. Увлекаемые расширяющимся неоднородным потоком газа, дисперсные частицы приобретают меньшую, чем у газовой фазы, радиальную скорость. Таким образом, облако частиц расширяется в радиальном направлении и формируется «тело» двухфазной струи внутри газовой струи. При этом в двухфазной части потока осевая скорость дисперсных частиц  $V_{Z,2}$  меньше скорости газа  $V_{Z,1}$ , что видно из расчетных кривых 6 и 7 на рис. 2, соответствующих моментам времени  $\tau_6$  и  $\tau_7$ .

Следует отметить, что в моменты времени  $\tau_6$  и  $\tau_7$  на профилях давления газа вдоль оси  $Z$  за фронтом лидирующей ударной волны на-

блюдается зона падения давления, обусловленная приходом центрированной волны разрежения на ось симметрии. Кроме того, на кривой 7 рис. 2, а отчетливо видна область пониженного давления газа у закрытого конца трубы за отраженной волной разрежения  $R_2$  (см. рис. 1, б), в которой газовый поток тормозится. Последнее хорошо видно из сравнения профилей скоростей газа, изображенных на рис. 2, б, в моменты времени  $\tau_6$  и  $\tau_7$ .

Описанный ранее процесс формирования диска Маха в струйном газовом потоке завершается к моменту времени  $\tau_8$  (см. рис. 2, а). К этому времени частицы дисперсной фазы начинают пересекать поверхность диска Маха и в силу своей инерции ( $\eta \gg 1$ ) их скорость практически не меняется. Следует подчеркнуть, что скорость несущей газовой фазы за диском Маха падает скачком, в результате чего в этой зоне частицы взвеси опережают газ. Таким образом, складывается ситуация, при которой действие несущей фазы на облако дисперсных частиц носит двойственный характер: перед диском Маха газ ускоряет задние слои облака, а за ним — замедляет передние слои взвеси, что приводит к сжатию облака дисперсных частиц вдоль оси  $Z$ .

К моменту времени  $\tau_9$  все частицы газовзвеси пересекают диск Маха и затем стремятся догнать фронт затухающей лидирующей ударной волны. Задние слои облака, двигаясь быстрее передних, вызывают его уплотнение. В то же время облако дисперсных частиц, имея значительную кинетическую энергию, генери-

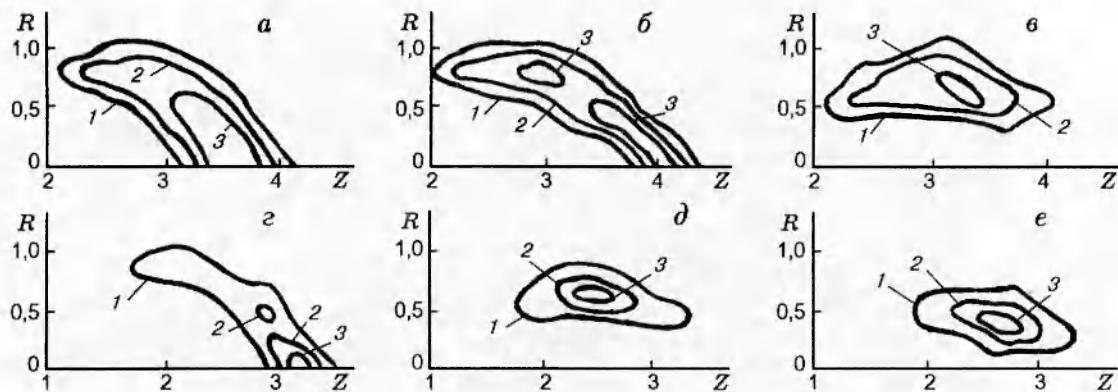


Рис. 5. Изолинии приведенной плотности дисперсной фазы в облаках частиц с  $m = 10$ ,  $d = 60$  мкм ( $a-e$ ) и  $m = 1$ ,  $d = 30$  мкм ( $e-f$ ) (остальные параметры такие же, как на рис. 4):

$a-e$ :  $\Sigma_2 = 0,02; 0,04; 0,08$  (кривые 1-3 соответственно)  $e-f$ :  $\Sigma_2 = 0,005; 0,01; 0,015$  (кривые 1-3 соответственно); моменты времени  $\tau_{a-e} = \tau_{e-f} = 2,558; 3,853; 6,445$

рут впереди себя волны сжатия в газе, которые поддерживают ударную волну, не давая последней отстать от облака газовзвеси. Указанные процессы приводят к совместному согласованному движению дисперсных частиц и ударной волны. При этом изолинии плотности дисперсной фазы почти повторяют изобары поля давления, а максимум плотности близок к фронту ударной волны. Само облако принимает выпуклую (дугу вперед) форму ударной волны.

На рис. 4 изображены соответствующие рис. 2 линии равных плотностей дисперсной фазы в различные моменты времени. Рис. 4,  $a$  характеризует момент выхода газодисперсного потока из канала ударной трубы (соответствующие профили давления газа и скоростей фаз приведены на рис. 2 кривыми 6); рис. 4,  $b$  иллюстрирует процесс разлета в момент прохождения облака частиц диска Маха (соответствует кривым 8 на рис. 2), рис. 4,  $c$  — форму облака в процессе совместного движения дисперсных частиц и ударной волны (соответствующий профиль давления газа показан на рис. 2,  $a$  кривыми 9).

К моменту времени  $\tau = 2,558$  внешние радиально удаленные части облака удаляются за пределы газовой струи, где тормозятся в зоне вихревого движения газа над линией срыва [1, 18], втягиваясь во вращательное движение против часовой стрелки в соответствии с рис. 4,  $c$ . В последующие моменты движения ( $\tau \approx 3,853$ ) центральная часть облака дисперсных частиц за вырождающейся в звук ударной волной уходит вперед вдоль оси  $Z$  (см.

рис. 4,  $d$ ). Ушедшая вперед центральная часть облака дисперсных частиц, расширяясь в радиальном и продольном направлениях, распыляется в газовом пространстве. Таким образом, к моменту времени  $\tau = 6,445$  образуется вращающийся тор, движущийся с весьма малой скоростью вдоль оси симметрии (см. рис. 4,  $e$ ).

#### АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ

Значительный интерес представляет исследование влияния определяющих параметров дисперсного слоя (относительного массового содержания взвеси  $m$  и диаметра частиц  $d$ ), а также отношения начальных давлений газов в КВД и КНД ударной трубы ( $p_*/p_0$ ) на эволюцию и дальность разлета облака частиц.

В качестве примера такого исследования на рис. 5 представлены расчетные линии равных плотностей дисперсной фазы в облаках частиц с  $m = 10$ ,  $d = 60$  мкм ( $a-e$ ) и  $m = 1$ ,  $d = 30$  мкм ( $e-f$ ) и с остальными параметрами такими же, как на рис. 4. Из сравнения решений, показанных на рис. 5,  $a-e$  и рис. 4,  $e-f$ , следует, что до момента движения  $\tau = 6,445$  форма и положение облака слабо зависят от начального относительного массового содержания частиц. Повышение концентрации дисперсной фазы в метаемом слое заметно влияет лишь на увеличение размеров облака частиц. Из сопоставления решений, представленных на рис. 4,  $e-f$  и 5,  $e-f$ , видно, что изменение диаметра частиц от 60 до 30 мкм незначительно уменьшает дальность выброса слоя газовзвеси и формирует вихревое кольцо на заметно более ранней стадии движения.

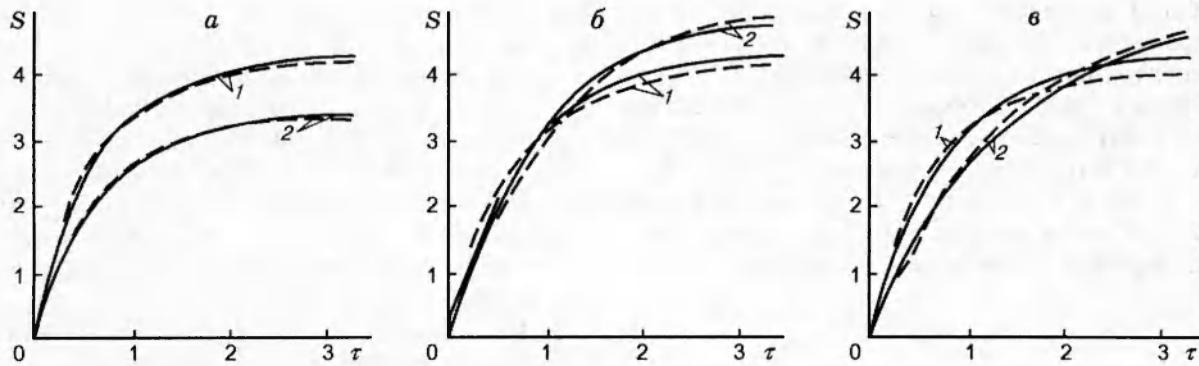


Рис. 6. Траектории движения вдоль оси  $Z$  центра масс метаемого слоя аэродисперсной среды в зависимости от отношения начальных давлений газа в КВД и КНД (a), исходного относительного массового содержания взвеси (b) и диаметра частиц (c):

штриховые линии — данные численного эксперимента, сплошные — соответствующие аппроксимирующие зависимости: a —  $p_*/p_0 = 250$  (1), 50 (2),  $m = 1$ ,  $d = 60$  мкм, б —  $m = 1$  (1), 10 (2),  $p_*/p_0 = 200$ ,  $d = 60$  мкм; в —  $d = 60$  (1) и 200 мкм (2),  $p_*/p_0 = 200$ ,  $m = 1$

На рис. 6 изображены положения центра масс облака метаемой газовзвеси во времени в зависимости от начального давления толкающего газа, исходной концентрации дисперсной фазы и размера частиц. Соответствующие аппроксимирующие зависимости получены на основе интегрирования закона движения одиночной твердой сферической частицы:

$$\frac{d^2S}{dt^2} = -B \frac{dS}{dt} \quad (S = \frac{s}{L}, \quad B = \text{const}) \quad (9)$$

с начальными условиями

$$t = 0: S = 0; \quad t = \infty: S = A \equiv \text{const}. \quad (10)$$

Здесь  $s$  и  $S$  — размерное и безразмерное расстояния, проходимые частицей за время  $t$  от момента начала движения в направлении оси  $Z$ ,  $A$  — предельное расстояние, на которое выстреливается частица;  $B$  — величина, обратная характерному времени выравнивания скоростей газа и частицы. Решение уравнения (9) с начальными условиями (10) имеет вид

$$S = A(1 - \exp(-Bt)). \quad (11)$$

Постоянные  $A$  и  $B$  найдены путем обработки результатов численного решения задачи в рамках уравнений (1)–(4) с начальными (5) и граничными (6)–(8) условиями:

$$A = [(0,012m + 0,397) \ln P_* \ln D_*]^{2/3},$$

$$B = \frac{3,535 - 0,076m}{\sqrt{D_*}}$$

$$(P_* = \frac{p_*}{p_0}, \quad D_* = \frac{d}{d_*}, \quad d_* = 1 \text{ мкм}).$$

Представленные расчетные «эмпирические» зависимости обобщают данные численного эксперимента с погрешностью  $\approx 6\%$  в диапазонах изменения определяющих параметров  $1 \leq m \leq 10$ ,  $50 \leq D_* \leq 200$  и  $50 \leq P_* \leq 250$ .

Из рис. 6 следует, что зависимости движения центра масс облака от диаметра частиц и их начального массового содержания в указанных выше пределах имеют слабо выраженный характер. При увеличении этих параметров начальная скорость облака частиц уменьшается, а дальность выброса возрастает. При повышении начального давления в КВД дальность разлета слоя дисперсных частиц увеличивается.

## ВЫВОДЫ

Процесс нестационарного выброса в атмосферу слоя газовзвеси из трубы под действием конечного объема сжатого газа состоит из последовательных стадий одномерного движения дисперсной смеси в канале трубы, двумерного осесимметричного разлета облака частиц во внешнем газовом пространстве и последующего формирования движущегося вихревого дисперсного кольца.

Разгон взвешенных частиц в трубе и газовом пространстве за трубой носит существенно волновой характер и определяется волнами сжатия и разрежения, возникающими в результате распада начального разрыва, дифракции ударной волны на срезе канала, а также пересечения разрывов.

Начальная скорость центра масс метаемого слоя газовзвеси уменьшается, а дальность

выброса дисперсной среды увеличивается при возрастании размера частиц и их исходного относительного массового содержания в смеси. Дальность разлета облака частиц повышается с ростом отношения начальных давлений газов в КВД и КНД ударной трубы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам по поддержке ведущих научных школ (грант N 96-15-96001).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев Е. Н. Нестационарное истечение струи в затопленное пространство // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 1. С. 42–46.
2. Кисляков В. Б. Особенности ударного запуска сверхзвуковых струй, истекающих из плоских каналов постоянного сечения при малых значениях нерасчетности // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 9, вып. 3. С. 166–170.
3. Гельфанд Б. Е., Губанов А. В., Медведев С. П. и др. Ударные волны при разете сжатого объема газовзвеси твердых частиц // Докл. АН СССР. 1985. Т. 281, № 5. С. 1113–1116.
4. Казаков Ю. В., Федоров А. В., Фомин В. М. Разлет облака сжатого объема газовзвеси // ПМТФ. 1987. № 5. С. 139–144.
5. Гельфанд Б. Е., Медведев С. П., Поленов А. Н., Бартенев А. М. Ударные волны при разете объема горящей газовзвеси // Физика горения и взрыва. 1990. Т. 26, № 3. С. 85–91.
6. Кутушев А. Г., Пичугин О. Н. Математическое моделирование разлета сжатой горящей газовзвеси унитарного топлива в ударной трубе // Физика горения и взрыва. 1996. Т. 32, № 1. С. 87–93.
7. Кутушев А. Г., Рудаков Д. А. Численное исследование параметров воздушных УВ при разете расширяющегося слоя порошкообразной среды // Физика горения и взрыва. 1992. Т. 28, № 6. С. 105–112.
8. Медведев С. П., Поленов А. Н., Гельфанд Б. Е., Цыганов С. А. Воздушные УВ при внезапном расширении сжатой двухфазной среды насыпной плотности // Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23, № 3. С. 135–139.
9. Sommerfeld M. M. Numerical simulation of supersonic two-phase gasparticle flows // Shock Tubes and Waves. Proc. 16th Intern. Symp. on Shock Tubes and Waves / H. Gronig (Ed.). Aachen, FRG. P. 235–241.
10. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И. Газовая динамика многофазных сред. Ударные и детонационные волны в газовзвесях // Итоги науки и техники. Сер. МЖГ. М.: ВИНИТИ, 1981. Т. 16. С. 209–287.
11. Кутушев А. Г., Татосов А. В. Численное исследование процесса нестационарного истечения газовзвеси из канала ударной трубы // Итоги исследований ИММС № 5. Тюмень: ИММС СО РАН, 1994. С. 56–59.
12. Кутушев А. Г., Татосов А. В. Выброс сжатым газом слоя газовзвеси из канала ударной трубы в открытое пространство // Итоги исследований ИММС № 6. Тюмень: ИММС СО РАН, 1995. С. 65–69.
13. Белоцерковский Р. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.
14. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1.
15. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1991.
16. Ландау Л. Д., Лишин Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988.
17. Черный Г. Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988.
18. Баженова Т. В., Гвоздева Л. Г. Нестационарные взаимодействия ударных волн. М.: Наука, 1977.

Поступила в редакцию 6/II 1997 г.