УДК 550.383

# ДЕТАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ИСТОЧНИКОВ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЯДРА ЗЕМЛИ, ПОЛУЧЕННАЯ В РЕЗУЛЬТАТЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ МАГНИТОМЕТРИИ В.А. Кочнев

# Институт вычислительного моделирования СО РАН,

660036, Красноярск, Академгородок, 50/44, Россия

Источники иногда аппроксимируются магнитными диполями или токовыми петлями. Полезность подобных источников неочевидна на начальном этапе исследования объектов. Для детального их изучения необходимы объемные источники магнитного поля. В данной работе они представлены намагниченными призмами. Такая модель справедлива в силу эквивалентности токовых и намагниченных объектов. Поскольку реальной намагниченности в ядре быть не должно, то будем называть это свойство виртуальной призмы генерировать напряженность магнитного поля — виртуальной или эффективной намагниченностью (ЭН), которая для каждой призмы находится в результате решения обратной задачи с использованием адаптивного метода. Исходными данными для решения обратной задачи являются Z-компоненты векторов главного магнитного поля модели IGRF-2005 в геоцентрической системе координат. По эффективной намагниченности по известным формулам получено распределение объемных токов их плотности и магнитных моментов призм двухслойной модели ядра. Их сумма совпадает с магнитным моментом виртуального центрального диполя ядра, но реально, как и предполагали многие ученые, центральный диполь не выделен. В то же время в ядре выделены четыре глобальные неоднородности, создающие на поверхности Земли Канадскую, Сибирско-Азиатскую, Австралийскую и отрицательную Южно-Атлантическую глобальные аномалии.

Из анализа полученных результатов делаются предположения, что током, генерирующим магнитное поле, является движение положительно слабозаряженной жидкости ядра. Движение жидкости создается вращением Земли и тормозящими гравитационными силами Луны и Солнца. Приводятся доводы в подтверждение указанных предположений. Результаты иллюстрируются рисунками.

Магнитное поле Земли, эффективная намагниченность, обратная задача, магнитный момент, объемные токи ядра, плотность токов, ядро Земли, геоцентрические компоненты магнитного поля Земли

# DETAILED MODEL OF THE MAGNETIC FIELD SOURCES OF THE EARTH'S CORE OBTAINED BY SOLVING THE INVERSE PROBLEM OF MAGNETOMETRY

#### V.A. Kochnev

Sources are sometimes approximated by magnetic dipoles or current loops. The usefulness of such sources is not obvious at the initial stage of the study of objects. In order to investigate them properly, study them in detail, volume magnetic field sources are needed. In this paper, they are represented by magnetized prisms. Such a model is valid due to the equivalence of current and magnetized objects. As there should be no real magnetization in the core, this property of a virtual prism to generate a magnetic field strength is referred to as virtual or effective magnetization (EM), which is determined for each prism as by solving the inverse problem via the adaptive method. The initial data for solving the inverse problem are the *Z* components of the vectors of the main magnetic field of the IGRF-2005 model in the geocentric coordinate system. Based on the effective magnetization and known formulas, the distribution of bulk currents, their density, and the magnetic moments of prisms of a two-layer core model is obtained. Their sum coincides with the magnetic moment of the virtual central dipole of the nucleus, but, as many scientists assumed, the central dipole is not actually distinguished. At the same time, four global inhomogeneities are identified in the core, which create the Canadian, Siberian–Asian, Australian, and negative South Atlantic global anomalies on the Earth's surface.

Based on the analysis of the obtained results, assumptions are made that the current generating the magnetic field is the movement of a positively weakly charged liquid of the core. The fluid motion is created by the rotation of the Earth and the decelerating gravitational forces of the Moon and the Sun. Arguments are given to support these assumptions. The results are illustrated in figures.

Earth's magnetic field, effective magnetization, inverse problem, magnetic moment, core volume currents, current density, Earth's core, geocentric components of the Earth's magnetic field

## КРАТКИЙ ОБЗОР НЕКОТОРЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ИСТОЧНИКОВ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

Первой научной работой, посвященной источникам магнитного поля Земли (МПЗ), считается работа У. Гильберта (1600 г.), в которой обосновывалось, что МПЗ создается намагниченными породами планеты. Исследования Пьера Кюри показали, что при высоких температурах (выше точки Кюри) намагниченные породы теряют высокую намагниченность и становятся парамагнетиками. По этой причине стало ясно, что слои земной коры и мантии не могут создать магнитное поле (МП) подобной величины и пространственной конфигурации. Поэтому все внимание было обращено на жидкое ядро, движение которого при определенных условиях (в случае его высокой проводимости) может создать такое поле. Практически основную роль в направлении исследований оказал метод аппроксимации МПЗ, разработанный К.Ф. Гауссом, который является основным и в настоящее время. Первый член ряда Гаусса позволяет рассчитать магнитный момент (ММ) центрального диполя, отражающего ММ земного шара. Многие ученые продолжили поиск физического или математического объяснения другим членам ряда Гаусса. Появились сочетания диполей, квадруполь и т. д.

Теория Гаусса «имела целью представить магнитное поле Земли как функцию координат данной точки, оставляя совершенно в стороне физические причины возникновения этого поля» [Яновский, 1978, с. 73]. Тем не менее исследователи практически всегда включают в модель параметры дипольного момента, и если и уточняют его параметры, то незначительно. Для поиска источников в ядре используется дополнительная совокупность диполей или токовых петель. Показательной в этом плане является работа В.В. Ботвиновского [2000], в которой находятся параметры четырех дополнительных (к основному центральному) и трех токовых петель. Высказываются предположения и делаются расчеты дифференциального кольцевого токового динамо [Ботвиновский, 1999]. В исследовании [Peddie, 1979] рассчитывается множество вариантов решения обратной задачи, в которой неизвестными для каждой петли являются координаты центра токовых окружностей, их наклон, радиус и ток. Построено 11 вариантов моделей, 7 из которых содержат от 1 до 7 петель, примыкающих к поверхности ядра Земли, а 4 имеют от 1 до 4 петель, не прижатых к поверхности, в которых токи имеют величину от 0.5 до 1.9 ГА. В западной полусфере построена петля меньшего радиуса с обратным восточным направлением тока. Эта петля, направленная против часовой стрелки, необходима для генерации обратного источника, создающего Южно-Атлантическую аномалию. Следовательно, токи всех петель направлены в западном направлении, т. е. по часовой стрелке, если смотреть с севера. Не вникая в физическую суть, авторы постулируют движение тока, а следовательно, положительно заряженных частиц, которые и создают ток.

## КРАТКИЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ГЕОДИНАМО

В данной работе не планируется делать обзор исследований по земному магнетизму. Они приведены во многих работах [Яновский, 1978; Моффат, 1980; Roberts, Glatzmaier, 2000; Dormy, Soward, 2007; Решетняк, 2010; и др.]

В числе первых постановочных считается работа [Larmor, 1919], которая положила начало исследованиям и моделям генерации МП в небесном теле (на Солнце). Для Земли первая модель, связанная с жидким ядром, была предложена двадцать лет спустя В. Эльзассером [Elsasser, 1939]. Он предположил, что из-за температурных градиентов возникает вихревое движение жидкости, первоначально перпендикулярное к поверхности ядра, а затем под влиянием силы Кориолиса отклоняющееся ближе к плоскости, параллельной экватору. Модель В. Эльзассера для нас является важной, так как в ней обосновывается вариант движения тока, совпадающего с направлением движения жидкости.

В работе [Яновский, 1978] движение жидкости и токов является ортогональным или квазиортогональным. Речь идет о гипотезе Я. Френкеля: образование токов в ядре должно происходить при вихревом движении металлических масс ядра в МП [Френкель, 1947]. В модели постулируется начальное поле  $B_0$ , которое первоначально могло быть малым, но за длительное время существования ядра Земли могло достичь современного уровня. Регенерация прекращается в тот момент, когда величина энергии радиоактивного распада становится равной энергии рассеяния вследствие вязкости ядра и электросопротивления. У Б.М. Яновского [1978, с. 305] в обзоре моделей ядра как источника МПЗ читаем: «Основным вопросом в теории динамоэффекта является вопрос о регенерации магнитного поля: каким образом может осуществляться такая регенерация?». Для ответа на этот вопрос предложены сотни математических моделей геодинамо, основанных на токах в проводящем слое. Многие из них сложны, как, например, модель Э. Булларда [Яновский, 1978], в которой требуется сделать 8 преобразований (ток—магнитное поле—ток), чтобы принципиально получить что-то близкое к токовой модели, порождающей МП нужного направления (но не конфигурации его на поверхности ядра или Земли). Для объяснения модели геодинамо используется простая модель с вращающимся диском [Яновский, 1978; Моффат, 1980]. Причем, если в ней направление движения диска совпадает с направлением тока в проводнике, то такая механическая модель усиливает МП и возникает самоподдерживающееся динамо. Попытка связать эту модель с земной реальностью успехом не увенчалась [Моффат, 1980].

Но можно получить близкую к этой модель самоподдерживающегося динамо, если предположить, что движущаяся в вихрях жидкая масса ядра является носителем зарядов, т. е. заряженная. По оценкам Б. Болта [1984], ядро имеет температуру около 5000° К. При таких высоких температурах химические элементы, слагающие ядро, неизбежно ионизируются, т. е. теряют электроны внешних оболочек. Степень ионизации оценивается плотностью тока эмиссии электронов, возникающей в нагретых металлах [Кухлинг, 1982]:

$$J \approx AT^2 \,, \tag{1}$$

где *J* — плотность эмиссионного тока (А/м<sup>2</sup>), *T* — термодинамическая температура (К), *A* — некоторая константа, зависящая от металла и условий эмиссии.

Первые исследования эмиссии проводились в условиях, близких к вакууму. Масштабные исследования ионизации газов и жидкостей осуществлялись и проводятся в настоящее время в связи с созданием МГД-генераторов, в которых ионизированная среда, называемая плазмой, является основой для генерации электрического тока. При этих исследованиях установлено, что некоторые металлы (в том числе щелочные) ионизируются при температуре около 3000 К.

Важными являются результаты, полученные при исследовании турбулентности в жидком ядре [Решетняк, 2008]. В частности, потенциально важным для представляемой модели является:

1. Малое влияние МП на формирование течения.

2. Формирование крупномасштабных турбулентностей из мелких.

В числе одной из последних упомянем работу В.В. Аксенова [Aksenov, 2012], в которой для обоснования модели генерации магнитного поля внутренним ядром вводится уравнение, дополняющее систему уравнения Максвелла.

В статье [Soward, 1992] анализируются новые для того момента публикации по теме геодинамо, отмечаются трудности проблемы: нет прямых измерений свойств и состава ядра, а также существует неопределенность природы сил, которые управляют движением. Следовательно, автор работы [Savord, 1992] резюмирует, что теория геодинамо продолжает основываться на простых моделях. Их выбор режиссируется целесообразностью, но управляется убеждением, что они содержат ключевые ингредиенты, необходимые для моделирования фундаментальных механизмов в работе динамо. В конечной части анализа работ [Soward, 1992] автор заключает, что целью описанных разработок является объединение кинематических и динамических подходов в единую теорию гидродинамического динамо. Далее автор отмечает наиболее важные результаты в этом направлении. Среди цитируемых автором работ нет ни одной, в которой бы обсуждалась роль внешних объектов на движение жидкости ядра и возможность заряженности движущейся субстанции ядра.

В недавней работе [Cebron, 2014, р. 1, 2] показана возможность формирования динамо в условиях деформации планетарного ядра, вызванной воздействием приливных сил Луны и Солнца: «Приливы были предложены в качестве альтернативного механизма динамо (см., например, Arkani-Hamed et al., 2008; Arkani-Hamed, 2009 для Марса или Le Bars et al., 2011 для ранней Луны) или как ключевой ингредиент для динамики магнитного поля (например, Donati et al., 2008; Fares et al., 2009 для звезды т Воо). Несколько исследователей (например, Lacaze et al., 2006) предположили, что потоки, необходимые для динамодействий, могут быть обеспечены эллиптической (также называемой приливной) нестабильностью возбужденной приливами (см. также Cebron et al., 2014)».

Приведенный фрагмент свидетельствует об интересе исследователей к проблеме начиная с 2006 г. и по сей день.

## ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ИССЛЛЕДОВАНИЯ АВТОРА

В работах [Кочнев, Гоз, 2011; Кочнев, 2011а, б, 2012] было высказано предположение, что жидкие массы ядра вращающейся Земли приводятся в движение тормозящими гравитационными силами Луны и Солнца.

В последующей работе [Kochnev, 2017] представлены и исследованы некоторые аспекты новой модели. В частности, построена математическая модель связи параметров МП с гравитационными и кинематическими параметрами планет и их спутников. Установлена линейная зависимость значений МП и приливной силы на экваторе планет Солнечной системы. Основные результаты по этому направлению представлены в данной статье.

Важным элементом этой работы являются исходные магнитные поля, к описанию которых мы и перейдем в следующем разделе.

#### МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ЗЕМЛИ, ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Традиционно МП вблизи поверхности Земли описывается тремя основными компонентами склонением (I), наклонением (D) и напряженностью (F) или горизонтальными (X, Y) и вертикальной (Z) компонентами вектора напряженности. Такую систему принято называть геодезической системой. Компоненты МП в этой системе связаны с направлением на географический север, восток и центр Земли из выбранной точки наблюдения. Таким образом, в каждой точке наблюдения компоненты X, Y, Z имеют свое (локальное) направление. На локальных участках размером в сотни километров это искажение направления компонент несущественно. Но для шара в целом мы сталкиваемся с трудностями в расчетах и в представлении полей. Если на Северном полюсе направление оси Z совпадает с направлением силовых магнитных линий, то на Южном оно противоположно, и в результате в геодезической системе координат МП в Северном полушарии положительно, а в Южном отрицательно, что противоречит физической сути. Силовые линии МП физически и в адекватных математических моделях однородно намагниченного шара не меняют своего направления и не имеют нуля по осевой линии, направленной от Северного полюса к Южному. Для адекватного представления силовых линий для решения прямых и обратных задач выбрана глобальная геоцентрическая декартова система координат, начало отсчета в которой находится в центре Земли, ось Z направлена вдоль оси вращения Земли к Южному полюсу. Оси X и Y лежат в экваториальной плоскости и пересекают экватор в точках с долготами 90 и  $180^{\circ}$ . Направления компонент МП в этой системе во всех точках наблюдения будут параллельны осям геоцентрической системы координат. Компоненты поля в любой точке в этой системе являются проекциями полного вектора поля на локальные оси координат данной точки. Пересчет компонент исходного магнитного поля, заданного в полярной системе координат, в декартову систему осуществляется с помощью простых тригонометрических преобразований.

В данной работе за исходное МП принята модель главного магнитного поля IGRF-2005, которое характеризует только длиннопериодную часть собственного магнитного поля Земли, генерируемого главным образом в районе ядра. Части геомагнитного поля, генерируемого в коре, верхней мантии, а также ионосфере и магнитосфере Земли, в моделях главного магнитного поля не присутствуют.

Традиционно магнитные поля, как и другие параметры Земли, представляются для просмотра наблюдателю, находящемуся на экваториальной плоскости с внешней стороны шара. В данной работе более наглядным является просмотр полей и параметров модели со стороны Северного полюса. К примеру, на рис. 1, *a*, *б* с шагом около 5000 нТл представлены изолинии модуля глобального МПЗ в Северном и Южном полушариях, рассчитанные по модели IGRF-2005. Поле рассчитано в узлах равномерной сетки размерностью  $35 \times 35$ , охватывающей полушария на высоте 1 км с шагом  $400 \times 400$  км. Основания призм в сетке располагаются на плоскости экватора. На рисунках для ориентации показано положение географического полюса (polus) и городов мира: Токио (TOK), Красноярска (KRS), Екатеринбурга (EKT), Лондона (LON), Оттавы (OTW) в Северном полушарии и Пунта-Аренаса (PAR) и Канберры (CNB) — в Южном полушарии.

За пределами полушарий узлы сетки находятся на высоте 1 км над наружной частью плоскости экватора. Угловые точки сетки находятся вблизи экваториальной плоскости на удалении около 2500 км от экватора и имеют минимальные значения поля около 8000 нТл (см. шкалу). В Северном полушарии (см. рис. 1, *a*) максимальные значения поля достигают 61 660 нТл. Изолиния 56 270 нТл, окаймляющая область наибольших значений поля, выделяет два максимума, расположенных в западной и восточной части от полюса. Центр восточного максимума располагается северо-восточнее Красноярска (KRS). Западный максимум находится в центре интервала Оттава (OTV) — полюс (polus). В экваториальной части поле меняется от 29 500 до 34 800 нТл. Максимум модуля вектора в Южном полушарии (см. рис. 1, *б*) достигает 67 000 нТл. Изолиния 6110 нТл имеет форму слабовытянутого эллипса. Центральная часть эллипса находится в центре интервала полюс—Канберра (CNB).

На рисунке 1, *в*, *г* видим исходное поле *Z*-компоненты глобального магнитного поля в Северном и Южном полушариях, представленное в геоцентрической системе координат, в которой начало координат находится в центре планеты, а ось *Z* направлена к югу. Соответственно положительные *Z*-компоненты векторов магнитного поля будут направлены к югу, а отрицательные — к северу. В результате в геоцентрической системе координат *Z*-компоненты не меняют знак при переходе от Северного полушария к Южному, что существенно отличается от поведения *Z*-компонент в геодезической системе координат, используемой в стационарных наблюдениях [Ладынин, 2016].

В Северном полушарии Z-компонента меняется от -40 100 до 57 230 нТл. Нулевая изолиния проходит вблизи Токио (36° с. ш.). Изолиния с отметкой 47 500 нТл, оконтуривая максимум, как и другие изолинии, близка по форме к эллипсу с отношением размеров по осям X, Y 1.5 : 1.0. Изолиния максимума Южного полушария (53 300 нТл) также слегка вытянута. Судя по ней, максимум менее смещен от полюса в сторону Канберры (CNB). Значения минимумов в обоих полушариях оконтуривают их, находясь за пределами шара. По мере удаления от шара минимальные значения уменьшаются, достигая -8000 нТл.



# Рис. 1. Карты изолиний модулей векторов МПЗ IGRF-2005 в геоцентрической системе координат:

*а* — Северного полушария, *б* — Южного полушария; *Z*-компоненты вектора МПЗ Северного и Южного полушарий (*в*, *г*) (вид со стороны Северного полюса), *д* — силовые линии МП однородно намагниченного ядра, *е* — изолинии *Z*-компоненты однородно намагниченного ядра.

Рисунок 1, *д*, *е* иллюстрирует ход силовых линий и вид МП, создаваемого однородно намагниченным ядром.

Ниже приведено математическое обоснование перехода от эффективно намагниченных призм к МП.

# СВОЙСТВА ИСТОЧНИКОВ. НАМАГНИЧЕННОСТЬ, МАГНИТНОЕ ПОЛЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Определение намагниченности [Яновский, 1978, с. 37]: «Векторная сумма всех элементарных моментов в данном теле называется магнитным моментом (M) этого тела». Обозначим ММ элементарного объема через  $\Delta M$ , тогда отношение  $\Delta M$  к объему  $\Delta V$  называется намагниченностью тела и обозначается J, т. е.  $J = \Delta M / \Delta V$ .

Для неограниченного пространства примем простую модель

$$\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H} \,, \tag{2}$$

где **В** — индукция МП в среде (Тл), **H** — напряженность МП в среде (А/м),  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  Гн/м,  $\mu = 1 + \chi$  — относительная магнитная проницаемость среды (безразмерная). В вакууме  $\chi = 0$ .

При **H** = 1 Э (эрстед) =  $(1/4\pi)10^3$  А/м  $\approx$  79.6 А/м:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} = 4\pi 10^{-7} (1/4\pi) 10^3 = 10^{-4} \mathrm{Tr} = 10^5 (\mathrm{HTr}).$$

Таким образом, МП (или его индукция) измеряется в Тл. Но когда речь идет о намагничивающих свойствах МП, то его принято характеризовать напряженностью поля и измерять в А/м. Это наглядно видно в приведенном примере, который часто видим в справочниках: 1 Э МП эквивалентен 79.8 А/м.

В случае, когда χ ≠ 0, получим

$$\mathbf{B} = (1+\chi)\mu_0 \mathbf{H} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \chi \mathbf{H} = \mathbf{B}_0 + \Delta \mathbf{B} \quad (T\pi).$$
(3)

В геофизических исследованиях часто используется не полное поле, а его аномальная часть  $\Delta \mathbf{B}$ .  $\mathbf{B}_0$  и соответствующее ему  $\mathbf{H}_0 = \mathbf{B}_0/\mu_0$  принимаются известными и характеризуют параметры намагничивающего поля. Таким образом, полное поле разделяется на нормальное (оно же принято намагничивающим изучаемые объекты) и аномальное, используемое для оценки параметров объектов. Основным оцениваемым параметром является  $\chi$ . В силу ряда причин, оцениваемая  $\chi$  не является адекватной физической. Например, при температурах выше точки Кюри она близка к 0. Кроме того, при решении задачи задается параметр  $H_0$ , который в значительной степени может отличаться от истинного H. Поэтому введем параметр  $\chi_{ef}$ , который при увеличении отношения  $H/H_0$  будет уменьшаться во столько же раз. Тем самым будет сохраняться равенство:

$$\Delta \mathbf{B} = \mathbf{B} - \mathbf{B}_0 = \mu_0 \chi \mathbf{H} = \mu_0 \chi_{ef} \mathbf{H}_0 \,. \tag{4}$$

Преобразовав формулу (3), получим:

$$\frac{\Delta \mathbf{B}}{\mu_0} = \chi \mathbf{H} = \chi_{ef} \mathbf{H}_0 = \mathbf{J} = \Delta \mathbf{H} \,. \tag{4a}$$

Таким образом, в правой части получаем намагниченность J, а в левой — алгоритм перехода от поля в Тл к намагниченности в А/м. Оценка параметра J не будет зависеть от выбора  $H_0$ , если соблюдается равенство (4).

Создаваемый намагниченным телом ограниченного объема потенциал индукции МП в свободном пространстве в точке наблюдения с координатами ξ, ζ, η в системе СИ определяется уравнением [Алексидзе, 1987; Булах, Шуман, 1998]:

$$\Delta U(\xi,\zeta,\eta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_G \left( \mathbf{J}(x,y,z), \operatorname{grad} \frac{1}{r} \right) dG, \qquad (5)$$

где J(x, y, z) — намагниченность (A/м) элемента объема dG, расположенного в точке с координатами x, y, z, а r — расстояние от элемента объема до точки наблюдения, интегрирование идет по всему объему G намагниченного тела.

Для численного интегрирования дискретизируем изучаемый объект на элементы (блоки) правильной формы (в данной работе на прямоугольные параллелепипеды), намагниченность в пределах каждого из которых примем постоянной. Расчет МП от элементарного блока для любой точки пространства может быть проведен аналитическим расчетом производной от интеграла [Алексидзе, 1987; Булах, Шуман, 1998].

Для прямоугольного параллелепипеда с гранями, параллельными осям системы координат и изотропной магнитной восприимчивостью, получим

**•** • • •

$$\Delta B_x = \frac{\partial \Delta U}{\partial x} = \frac{\mu_0}{4\pi} \chi (H_x V_{xx} + H_y V_{xy} + H_z V_{xz}) = C_x \chi ,$$
  

$$\Delta B_y = \frac{\partial \Delta U}{\partial y} = \frac{\mu_0}{4\pi} \chi (H_x V_{xy} + H_y V_{yy} + H_z V_{yz}) = C_y \chi ,$$
(6)

$$\Delta B_z = \frac{\partial \Delta U}{\partial z} = \frac{\mu_0}{4\pi} \chi (H_x V_{xz} + H_y V_{yz} + H_z V_{zz}) = C_z \chi ,$$

где  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $C_z$  — константы, а  $H_x$ ,  $H_y$  и  $H_z$  — горизонтальная и вертикальная составляющие вектора намагничивающего поля — заданы или известны, а вторые производные для призм заданной формы рассчитываются по известным формулам [Алексидзе, 1987; Булах, Шуман, 1998]. После суммирования компонент полей от отдельных блоков в *i*-й точке получим три линейных уравнения, в которых неизвестными являются величины магнитной восприимчивости каждого из параллелепипедов, а коэффициенты зависят от вторых безразмерных производных потенциала Пуассона для прямоугольного параллелепипеда с известными размерами. Если компоненты  $H_x$ ,  $H_y$  и  $H_z$  известны или вместо них используется  $\mathbf{H}_0$ , то получим линейное уравнение, в котором неизвестными будут  $\chi_{ef}$ :

$$\Delta B_i^s = \sum_{j=1}^N C_j^s \chi_{ef(j)} \,. \tag{7}$$

Модуль индукции МП будет равен

$$\Delta B_i = \sqrt{\sum_{s=1}^3 (\Delta B_i^s)^2} . \tag{8}$$

В работах [Кочнев, Гоз, 2011; Кочнев, 20116] был использован модуль (8) индукции поля, что привело к усложнению решения обратной задачи, так как в ней возникает неопределенность при появлении больших отрицательных значений компонент МП. В статье [Кочнев, 2011а] и в данной работе результаты получены по Z-компоненте. Модуль и другие компоненты используются иногда на этапе анализа.

# МОДЕЛЬ ИСТОЧНИКОВ И МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ОТ ХАРАКТЕРНЫХ ОДИНОЧНЫХ ПРИЗМ

Прежде чем перейти к решению обратной задачи по реальным данным приведем некоторые иллюстрации МП от характерных одиночных блоков. Затем от их совокупности и по ним решим обратную задачу, проиллюстрировав ее свойства. На рисунке 2, а представлено МП от центральной призмы Северного полушария, имеющей эффективную магнитную восприимчивость 10 ед. СИ. При H<sub>2</sub> = 79.577 А/м (1 Э) получим J = 796 А/м. Высота центральной призмы от плоскости экватора составляет 3200 км, а горизонтальные размеры, как и всех призм, 400 × 400 км. Точки расчета и наблюдения МП находятся на оси призм на высоте в 1 км от поверхности шара модели Земли. Точки на полюсах имеют координаты x = y = 0, a z = 6401 — в Северном и z = -6401 км в Южном полушарии. Таким образом, сетка точек, где рассчитывается МП, имеет размерность  $35 \times 35 \times 2$ . Она окружает Северное и Южное полушария. За пределами шара расчетные точки находятся в 1 км от плоскости экватора. Конфигурацию расчетного МП Северного полушария видим на рис. 2, *a*, а по сечению на рис. 2, *б* графики МП обоих полушарий. Максимумы поля на полусферах равны 927 и 180 нТл, а минимумы –164 и –100 нТл и находятся вблизи экваториальной широты. МП от крайнего западного блока ядра (h = 1200 км, x = -2800 км, J = 796 А/м) видим на рис. 2, в, г. Поле является существенно асимметричным. В западной части видим сильный дугообразный минимум, а восточнее эллиптичность изолиний, вытянутых в широтном направлении, а также резкое уменьшение поля в западном направлении и плавное в восточном. Все это предопределяется степенью изменения положения расчетных точек относительно призмы. МП северной сетки меняется в пределах от -337 до 432 нТл, а в Южном полушарии от -337 до 200 нТл.

Суммарное поле от этих двух призм видим на рис 2, *д*, *е*. Асимметричность поля существенно ослаблена и МП имеет пределы от –483 до 1044 нТл в Северном и от –483 до 300 нТл в Южном полу-



Рис. 2. Z-компонента МП от центральной призмы Северного полушария.

*a* — поле над Северным полушарием, *б* — графики МП поля (красная линия — в Северном, зеленая — в Южном полушариях) по сечению 270—90°; *в*, *г* — то же, что и *a*, *б*, но от крайней западной призмы ядра; *д*, *e* — суммарное поле от центральной и западной призм.

шарии. Расчет МП от одиночных призм позволил оценить его величины на поверхности шара и за его пределами вблизи — на экваториальной плоскости, где преимущественно краевыми частями ядра создаются сильные отрицательные (возвратные) МП.

# МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Для проверки устойчивости и разрешающей способности адаптивного метода решения обратной задачи (Приложение) создана модель эффективной намагниченности ядра (рис. 3, *a*, *б*). Модель имела



# Рис. 3. Модельная эффективная намагниченность:

*а* — Северного, *б* — Южного полушария; *Z*-компонента суммарного МП от моделей *а* и *б* на сетке: *в* — Северного, *г* — Южного полушария; *д*, *е* — модель намагниченности после решения обратной задачи по полю *в* и *г*.

размерность  $35 \times 35 \times 2$  по осям X, Y и Z соответственно. Основания призм размещались на плоскости экватора, их размер по координатам X и Y составлял 400 км, а высота была равна расстоянию от плоскости экватора до поверхности ядра. В Северном полушарии (см. рис. 3, *a*) она включает пять основных симметрично расположенных по краям и в центре аномалий. В Южном полушарии (см. рис. 3, *б*) западная аномалия исключена. Эффективная намагниченность меняется от 0 до 1383 А/м в Северном и от 0 до 1487 А/м в Южном полушарии.

На рисунке 3, *в*, *г* видим магнитные поля над Северным и Южным полушариями. Над Северным полушарием поле симметрично, в Южном видно смещение изолиний к востоку. Поля изменяются от –33 330 до 66 530 нТл. В Южном полушарии признаков присутствия боковых аномалий не видно.

Решая обратную задачу, после 51-й итерации получаем следующую картину распределения эффективной намагниченности (см. рис. 3,  $\partial$ , e), где видим все 10 аномалий: девять положительных и одну отрицательную, принятые в начальной модели рис. 3, a, b. Отличие есть в том, что в новой модели расширился диапазон оценок эффективной намагниченности. Проявляется эффект контрастности. Минимальные оценки эффективной намагниченности уменьшаются, максимальные увеличиваются. Подобные оценки получены при разных априорных значениях эффективной намагниченности (от 0 до 1000 А/м). Важно то, что положение аномалий в плане получаем близким к модельному, что свидетельствует об устойчивости и достаточной разрешающей способности этих оценок, что дает основание применить технологию для решения подобной задачи по реальным данным.

# РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ПО РЕАЛЬНЫМ ДАННЫМ

Напомним, что обратная задача сводится к решению системы из 2450 алгебраических уравнений с 460 неизвестными. Правые части уравнений представлены Z-компонентами глобального МП IGRF-2005 над Северными и Южными полушариями Земли. Неизвестными являются намагниченности призм двухслойной модели ядра.

Большое число экспериментов на реальных и модельных данных позволили сделать вывод о том, что существенного отличия в конфигурации моделей намагниченности нет, несмотря на то, что за начальное приближение принимались совершенно разные модели. Параметры, принятые для получения обсуждаемого результата, будут указаны в дальнейшем описании.

С учетом сказанного априорная намагниченность принята равной 645 А/м. Число итераций уточнения 51. На графиках (рис. 4) показаны средние квадратические невязки (разности реальных и модельных значений Z-компонент), полученные на каждой итерации при решении обратной задачи. Анализируя графики, видим, что невязки сильно уменьшаются на первых пяти итерациях, а затем плавно уменьшаются, что позволяет сделать вывод о сходимости процесса уточнения эффективной намагниченности. На первых итерациях наибольшие невязки видим на графике Южного полушария. Это объясняется тем, что уточнение модели начинается с использованием поверхности МП Южного полушария. При этом идет коррекция модели обоих полушарий.



Рис. 4. Графики средних квадратических невязок между исходным и модельным МП, полученные в процессе решения обратной задачи.





а, б — эффективные намагниченности Северного и Южного полушарий, в, г — разрезы по сечениям а и б; д, е — графики Z-компоненты МП: исходные (синие линии — в Северном, черные — в Южном полушариях), модельные (красные линии — в Северном, зеленые — в Южном полушариях) и их разность (красный пунктир — в Северном, зеленый — в Южном полушариях).

На рисунке 5, *a*, *б* видим эффективные намагниченности моделей Северного и Южного полушарий, которые меняются соответственно от 0 до 1580 и от -605 до 1315 А/м. Полученные модели существенно отличаются от априорных. На рисунке 3, *в*, *г* видим разрез модели эффективной намагниченности ядра в двух сечениях — широтном и субдиагональном. На рисунке 5, *д*, *е* показаны графики исходного и модельного полей, а также их разности. Как видим, исходные и модельные графики *Z*-компоненты поля близки. Наибольшие разности находятся в экваториальной части, но не превышают 4000 нТл. Следует обратить внимание, что исходные и, соответственно, модельные графики Северного полушария отличаются от графиков Южного полушария, отражая особенности распределения намагниченности (см. рис. 5, *в*, *г*).



# Рис. 6. Z-компоненты вектора МПЗ:

*а* — северного и б — Южного полушарий, полученные в результате решения прямой задачи; *в*, *г* — магнитные моменты Северного и Южного полушарий; *д*, *e* — объемные токи Северного и Южного полушарий.

#### МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ ЯДРА

Имея модель эффективной намагниченности ядра, мы можем рассчитать МП на любой заданной поверхности и в любом сечении.

На рисунке 6, *a*, б представлены модельные поля Z-компоненты, рассчитанные над поверхностью ядра, а за его пределами на удалении 1 км от экваториальной плоскости. Максимальные значения достигают 660 мTл (6.6 Э), что примерно в 10 раз превышает значения поля Земли на ее поверхности (0.64 Э). Отрицательные значения поля, достигающие -345 мTл, охватывают периферийные части ядра и за его пределами вблизи экваториальной поверхности. Из-за близости расчетных поверхностей отрицательные значения  $\Delta Z$  Северного и Южного полушарий совпадают. В восточной части полусфер положительные аномалии более общирны, чем в западной. В Южном полушарии отрицательная субширотная аномалия поля захватывает область, примыкающую к Южному полюсу. На поверхности Земли ей соответствует Южно-Атлантическая аномалия пониженных значений МП.

#### ОЦЕНКА МАГНИТНЫХ МОМЕНТОВ, ТОКОВ И ИХ ПЛОТНОСТИ

Зная эффективную намагниченность *J* каждой призмы модели и зная объем *V*, мы можем определить их ММ, используя известную формулу [Яновский, 1978; Альпин, 1985]:

$$M = J \cdot V. \tag{9}$$

На рисунке 6, *в*, *г* показаны оценки магнитных моментов призм Северного и Южного полушарий. Изображение моментов приведено без аппроксимации, что позволяет увидеть горизонтальные размеры призм в масштабе модели ядра. Магнитные моменты меняются в пределах от −222·10<sup>18</sup> до 512·10<sup>18</sup> А·м<sup>2</sup>. Сумма положительных моментов в Северном полушарии равна 4.57·10<sup>22</sup> А·м<sup>2</sup>, а в Южном 3.54·10<sup>22</sup> А·м<sup>2</sup>. ММ с обратным знаком видим только в Южном полушарии в секторе долгот −45…45°. Суммарный отрицательный момент на порядок меньше положительного в Южном полушарии и составляет −3.63· · 10<sup>21</sup> А·м<sup>2</sup>.

Суммарный MM =  $7.747 \cdot 10^{22}$  А·м<sup>2</sup>. Магнитный дипольный момент Земли на 2005 г. составлял 7.77·10<sup>22</sup> А·м<sup>2</sup>. Таким образом, оценка вертикального MM с точностью до второго знака совпадает с магнитным моментом диполя. Если учесть горизонтальные составляющие намагниченности призм, то вектор MM увеличится в 1.0127, т. е. в итоге получим оценку 7.845·10<sup>22</sup> А·м<sup>2</sup>. Угол полного вектора к вертикальному близок к 10°. Отличия MM Северного и Южного полушарий отмечены выше. Но большее отличие MM (асимметрия) получено в Западном и Восточном полушариях, имеющих величины соответственно 1.921·10<sup>22</sup> и 5.821·10<sup>22</sup>. Отношение величин равно 3.03. Исследования показали [Кочнев, 2015а, б, в], что это отношение за период с 1980 по 2015 г. постепенно увеличивалось за счет плавного увеличения MII в Восточном полушарии и более интенсивного уменьшении в западном (около 100 нTл/год). Дипольный MM за этот период [https://wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp/] изменился с 7.87 до 7.72·10<sup>22</sup> А·м<sup>2</sup>.

Зная ММ каждого элемента модели, перейдем к оценке тока, обтекающего призмы, используя известную формулу  $M = I \cdot S$ , где S — площадь основания призмы. В итоге получим эквивалентные формулы

$$I = M/S$$
или  $I = J \cdot h,$  (10)

где I — ток, J — эффективная намагниченность, h — высота призмы. Судя по первому варианту формулы, магнитные моменты и токи подобны и отличаются величиной и размерностью. На рисунке 6,  $\partial$ , e видим изолинии токов, окаймляющие призмы с одинаковыми моментами. Обобщенная картина объемных токов складывается из токов каждой призмы. Представим себе две соседние призмы, имеющие одинаковые токи. На их границе токи будут противоположны и течь не будут, а изолиния токов будет оконтуривать оба объекта как один. Для совокупности призм с большими магнитными моментами (см. рис. 6, e, e) видим изолинии больших токов (см. рис. 6, d, e), окаймляющие эти совокупности. Логично предположить, что изолинии и есть линии токов, направленные по часовой стрелке для положительных моментов и токов, а для отрицательных — наоборот. С учетом этого и показано направление токов. А пределы токовых изолиний изменятся от  $-1.4 \cdot 10^9$  до  $3.2 \cdot 10^9$  А. Оценки токов полностью соответствуют оценкам MM ядра, так как линейно с ними связаны.

Полученная оценка максимального тока велика, если иметь в виду, что течет этот модельный ток по поверхности граней призмы. Сечение такой поверхности  $d \cdot h$ , где h — высота грани, d — толщина токового слоя, которая в модели равна 1 м. Обратившись к полученной модели токов (см. рис. 6, d, e) видим, что токи не обтекают пространства приз, а секут их. Для оценки максимальной плотности секущего призму тока выберем боковую поверхность призмы. С учетом сказанного и предыдущей формулы получим следующую формулу для оценки максимальной плотности i объемного тока:

$$i = I/(d \cdot h) = (J \cdot h) / (d \cdot h) = J/d A/M^2.$$



Рис. 7. Пространственные распределения плотности тока в ядре:

а — Северного и б — Южного полушарий.

Таким образом, распределение плотности объемного тока по конфигурации является таким же, как и эффективной намагниченности (см. рис. 5, a,  $\delta$ ), но величины объемной плотности будут в  $0.4 \cdot 10^6$  меньше (рис. 7, a,  $\delta$ ). Наибольшая намагниченность, приведенная на рис. 5, a,  $\delta$ , равна 1585 А/м. Наибольшая плотность объемного тока составит  $0.004 \text{ A/m}^2$ .

Ранее был проведен анализ реалистичности модели для большей плотности тока, равной 0.03 А/м<sup>2</sup>, который следует из модели Кауфмана. Этот анализ и приведен ниже.

#### ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ, ЗАРЯДОВ И ТОКОВ

Известно [Кухлинг, 1982; Альпин, 1985], что плотность тока, создаваемая движущимися зарядами, равна

$$i = q \cdot v \,, \tag{11}$$

где *q* — плотность заряда, а *v* — скорость движения зарядов.

Если скорость *v* примем равной скорости западного дрейфа изолиний МП, равной 20 км/год  $(0.635 \cdot 10^{-3} \text{ м/с})$ , то для создания указанной плотности тока достаточно  $q = 4.7 \text{ Кл/м}^3$ , а учитывая, что единичный заряд электрона или иона равен  $-1.6 \cdot 10^{-19}$  Кл, то необходимое число зарядов составит 2.94 $\cdot 10^{19}$ . Учитывая, что число атомов в 1 м<sup>3</sup> железа равно  $0.11 \cdot 10^{30}$ , то на один заряженный атом приходится  $3.7 \cdot 10^9$  незаряженных. Принято считать, что ядро Земли является плазмой. По определению плазма — это квазинейтральная среда, состоящая из заряженных и нейтральных частиц [Поступаев, 2013]. В ионизированной среде ядра наиболее вероятен избыток ионов, так как электроны при избытке имеют больше возможности выходить за пределы ядра, чем ионы. Возможный механизм сепарации электронов из ядра приведен в работе [Arteha, 1996].

Оценка q и v — тема особой работы, но предварительные оценки некоторых параметров приведены для того, чтобы показать реалистичность предположений, из которых следует, что МПЗ создается токами, плотность которых невелика. Невелика и скорость движения зарядов. Но велики объемы и масса, а следовательно, и суммарная заряженность движущейся жидкой субстанции ядра.

Для создания МП показанные на рис. 6, *д* токи (по правилу буравчика) должны течь по часовой стрелке, если смотреть на модель со стороны Северного полюса. Направление токов по физическому определению [Кухлинг, 1982] — это направление движения положительно заряженных частиц. Все петлевые и дипольные модели предполагают подобное движение токов. Более того, в моделях электронного геодинамо после сложных преобразований приходят к движению тока по часовой стрелке. Для примера посмотрите графическое представление модели Э. Булларда [Яновский, 1978, см. рис. 142]). В новых работах видим модели с иллюстрациями течения токов в западном направлении (т. е. по часовой стрелке) на поверхности ядра [Маndea, Purucker, 2005] и на экваториальной плоскости ядра [Olson et al., 2015].

#### ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

По конфигурации аномалий эффективной намагниченности (см. рис. 5, *a*, *б*), *Z*-компоненты МП над поверхностью ядра, ММ и токов (см. рис. 6) можно сделать следующие выводы.

1. В Северном полушарии видны две сильные аномалии источников: в западной и восточной части ядра. В секторе долгот от  $-45^{\circ}$  до  $+45^{\circ}$  они соединяются, образуя дугообразную положительную аномалию. Сильные аномалии источников создают на поверхности Канадскую и Азиатско-Сибирскую глобальные аномалии. Их проявление видно и на исходных изображениях модуля вектора МП (см. рис. 1, *a*).

2. В Южном полушарии видим две аномалии источников МП: положительную с амплитудой 1340 А/м (см. рис. 5, б), формирующую Австралийскую глобальную аномалию, и отрицательную с амплитудой –365 А/м, создающую на поверхности субширотную Южно-Атлантическую аномалию пониженных значений МПЗ. Эти аномалии отчетливо проявляются в МП над ядром, в магнитных моментах и токах (см. рис. 6, б, *е*, *е*).

3. Для создания положительных аномалий источниками МП должны быть токи, движущиеся в соответствии с правилом буравчика по часовой стрелке. Как известно из физики, направление движения тока определяется направлением движения положительно заряженных частиц.

Выстраивается логичная и физически обоснованная модель, если предполагаем, что высокотемпературная жидкая субстанция ядра является положительно слабозаряженной. В этом случае направление лвижения тока и жилкости совпалают. Изолинии тока, т. е. линии равного тока на рис. 6. д. е мы можем рассматривать как траектории движения не только тока, но и жидкости. Анализируя траектории (изолинии) токов на рис. 6, д, е, попытаемся увидеть эту согласованность. В этой модели в Северном полушарии два больших по объему потока создают две глобальные аномалии МП в ядре и на поверхности. В приполюсной части потоки движутся в противоположных направлениях и создают в секторе долгот -45° до +45° противоположные течения и токи против часовой стрелки. Во внешней части ядра направление токов и потоков противоположно врашению планеты. Планета врашается против часовой стрелки, если смотреть со стороны Северного полюса. Причиной такого движения жидкости является торможение подвижных оболочек вращающейся планеты (атмосферы, океана и жидкого ядра) под действием гравитационных сил Луны и Солнца. Тормозящая гравитационная сила, действующая на точку с единичной массой, расположенную на поверхности или внутри планеты, пропорциональна расстоянию этой точки от оси вращения, т. е. она будет наибольшей на экваторе планеты и под действием этих сил создаются течения в океанах, обратные вращению планеты (например, пассатные). Сталкиваясь с неоднородностями, они отклоняются в Северном полушарии к северу, а в Южном — к югу. И если смотреть на течения с севера, то они создают замкнутые течения, движущиеся по часовой стрелке, как в Северном, так и в Южном полушарии.

В жидком ядре движущая приливная сила также будет наибольшей вблизи экваториальной части вблизи границы ядро—мантия и нулевой — на оси вращения. В Южном полушарии видим вихревое движение течений, создающих положительные источники МП ядра. Возвратные токи и течения создают зону обратных источников. Как уже отмечалось, их интегральный ММ на порядок меньше основного.

При анализе результатов возникает много интересных вопросов. На некоторые из них есть ответы, но нет смысла охватить все. Остановимся на некоторых из них.

Первый вопрос, который возникает чаще других: достаточно ли энергии приливных сил, чтобы создать необходимое движение жидкости в ядре? Анализируя результаты работ [Мюррей, МакДермотт, 2009; Ревуженко, 2013; и др.], можно высказать следующие соображения.

Если жидкость ядра была бы однородной, имеющей одинаковую во всем пространстве ядра плотность, то движение жидкости в ядре объяснить было бы трудно. Судя по моделям CAL и PREM [Болт, 1984], жидкость в ядре с глубиной увеличивает плотность с градиентом 1 г/см<sup>3</sup> на 1000 км. По некоторым другим представлениям стратифицированная модель ядра может иметь значительно больший градиент. Это создает физические предпосылки для образования горба в жидкости, т. е. некоторой амплитуды приливной волны и генерации движения жидкости под воздействием гравитационных сил Луны и Солнца и вращения Земли. При одном обороте планеты гравитационный горб пройдет по всему ядру и вызовет в нем слабое движение жидкости. Скорость этого движения будет увеличиваться с каждым оборотом до тех пор, пока не наступит относительное равновесие движущих сил и сил трения. Наталкиваясь на неоднородности ядра, потоки жидкости создают тороидальные и полоидальные вихревые течения. Напомним, что в обзоре моделей указано на работы, в которых механизм приливных сил является основным для генерации МП в ядрах Земли и других планет.

Второй вопрос, который возникает: может ли в рамках этой модели происходить инверсия МП? Для полной инверсии МП необходимо обратное вращение Земли или переворот планеты. То и другое маловероятно. Но локальные и глобальные инверсии в ядре происходили постоянно в силу изменения интенсивности потоков и температуры жидкости. Наиболее сильные изменения происходят в эпохи глобальных геологических катастроф [Добрецов, 2010]. Кстати, градиент температуры считается во многих работах основным двигателем жидкой субстанции ядра. В основе данной модели изменение температуры, а следовательно энергии, приводит к изменению вязкости, ионизации и заряженности жидкости и, как следствие, к изменению интенсивности и морфологии источников. Но основным двигателем жидкости в горизонтальном направлении остаются гравитационные силы внешних объектов. МП на поверхности Земли меняется довольно быстро. В течение года примерно на 120 нТл убывает Канадская аномалия и на 60-70 нТл увеличивается Сибирско-Азиатская аномалия. При таких темпах убывания через 500 лет на месте Канадской аномалии будем иметь обратное МП, вызванное обратным полем положительных источников Восточного полушария. В книге Б.М. Яновского [Яновский, 1978] рассматривается гипотеза, согласно которой западный дрейф МПЗ объясняется прокручиванием ядра относительно твердого каркаса планеты. Если бы эффективная намагниченность ядра была бы однородной, то врашение ядра на поверхности не было бы замеченным. Но из-за неоднородности ядра и его источников наблюдается западный дрейф. Учитывая скорость дрейфа 20 км/год на экваторе, получим период вращения ядра около 2000 лет, с которым и должны меняться параметры МПЗ. Подтверждение такой периодичности видим у Б.М. Яновского [1978, см. рис. 123]. Он подчеркивает, что ленточные глины имеют четкие годичные слои. Период их отложения около 7000 лет начиная с 15 000 г. до н.э. Более древние породы очень редко обладают такими четкими шкалами времени, поэтому вековые вариации исследуются статистическими методами.

Заметим, что знание о модели ядра важно не столько при интерпретации палеомагнитных данных, сколько при анализе современных наблюдений и создания более детальных моделей процессов, происходящих в ядре.

Наконец, третьим рассмотрим вопрос о существовании центрального диполя.

Анализ литературы [Яновский, 1978; Кауфман, 1997] позволяет сделать вывод, что аппроксимация МПЗ полем центрального диполя, особенно без учета долгот, была важным шагом в исследовании природы МП. По мере увеличения данных о МПЗ аппроксимация усложнялась, но центральный диполь оставался основным начальным элементом модели, т. е. фактически центральным источником МПЗ. Вопрос о существовании физического объекта, соответствующего центральному диполю, затронут Б.М. Яновским Ответ на него был таков: существует ли он — не ясно. Но он очень удобен при интерпретации. С последним трудно не согласиться.

При решении обратных задач мы задавали в качестве начального приближения разные модели, в том числе и модель однородно намагниченного ядра с магнитным моментом, создающим МП по уровню близкое к исходному. В итоге по мере уточнения и уменьшения невязок мы приходили к моделям и полям, приведенным на рис. 5 и 6. Другими словами, от однородной модели, где ММ близок к среднему, приходим к неоднородной, в которой модельное МП близко к реальному, а суммарный ММ совпадает с дипольным MM 2005 г. Это обусловлено тем, что и дипольный MM, и моменты совокупности диполей (призм) определяются по одному и тому же глобальному полю. Метод Гаусса аппроксимации МПЗ позволяет получать не только векторы поля в любой точке над поверхностью планеты, но и оценить MM однородно намагниченного ядра или центрального диполя, параметры которых оцениваются первыми членами ряда Гаусса. Эта устойчивая оценка MM позволяет определить динамику изменения MM во времени. В частности, в течение последних 100 лет глобальный MM постепенно убывает. Используя подходы, изложенные в данной работе, можно получить не только глобальные оценки MM, но и более детальные, необходимые для изучения процессов происходящих в ядре Земли.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная работа имеет следующие особенности:

1. По глобальному МП Земли решена обратная задача для оценки интенсивности источников МП в ядре Земли.

2. Для решения обратной задачи рассчитана и использована Z-компонента глобального магнитного поля IGRF-2005 в геоцентрической системе координат.

3. Использована модель ядра Земли, включающая два слоя, соответствующие Северному и Южному полушариям ядра. Слои аппроксимируются совокупностью вертикальных призм, имеющих разную эффективную намагниченность.

4. Для решения глобальной задачи создан и использован пакет ADM-3D-earth.

5. В процессе решения обратной задачи уточнялись эффективные намагниченности всех призм ядра.

6. На основе экспериментов показано, что в данной задаче и при данной постановке, когда число уравнений значительно превышает число неизвестных (примерно в 7 раз), задача, решаемая адаптивным методом, дает результаты, практически не зависящие от начальных приближений — параметров априорной модели.

В работе получены следующие научные результаты.

1. Обоснование и постановка глобальной обратной задачи.

2. Модель эффективной намагниченности ядра.

3. Модель магнитного поля на поверхности ядра.

4. Детальная модель магнитных моментов ядра в Северном и Южном полушарии. Суммарный момент близок к оценкам, полученным ранее.

5. Рассчитана и построена модель объемных токов ядра, которые генерируют МПЗ и его основные глобальные аномалии: Канадскую, Азиатско-Сибирскую, Австралийскую и Южно-Атлантическую.

6. Получена максимальная оценка плотности тока, которая по конфигурации совпадает с эффективной намагниченностью, но меньше ее по величине в  $d = 400\ 000$  раз, где d — размер горизонтального ребра призмы. Следовательно, оценивая эффективную намагниченность, которой в жидком ядре физически не может быть, мы с точностью до множителя оцениваем физический параметр — плотность тока. Подобное можно сказать и об оценке и других параметров МПЗ.

Из анализа результатов сделаны следующие предположения.

1. Током является движение положительно слабозаряженной жидкости ядра. Приведен расчет, показывающий реалистичность данного предположения.

2. Движение жидкости в экваториальной области ядра по часовой стрелке обусловлено вращением планеты (против часовой стрелки) и влиянием тормозящих гравитационных сил Луны и Солнца.

В работах [Kochnev, 2012, 2017; Кочнев, 2013а, б, 2014] приведены формулы расчета приливных сил и в результате установлена линейная связь приливных сил и магнитного поля на экваторе планет Солнечной системы. Коэффициент корреляции между МП планет на экваторах и максимумов приливных сил на экваторах равен 0.997, что и свидетельствует о тесной линейной взаимосвязи этих параметров и косвенно подтверждает справедливость предположений, указанных в пунктах 1 и 2.

Автор выражает признательность В.С. Полякову за обсуждение и помощь в редактировании статьи, А.С. Долгалю, Ю.И. Блоху за активное обсуждение рукописи статьи, а также И.В. Гозу, набравшему текст статьи и внесшему большое число правок, и А.Е. Королевой за дополнительную редакцию статьи. Особая признательность Л.А. Табаровскому, порекомендовавшему перейти к расчету модели объемных токов, используя принцип эквивалентности, ранее упомянутый в статье. В данном варианте статьи эта и другие рекомендации были учтены.

#### ЛИТЕРАТУРА

Алексидзе М.А. Приближенные методы решения прямых и обратных задач гравиметрии. М., Наука, 1987, 336 с.

Альпин Л.М., Даев Д.С., Каринский А.Д. Теория полей, применяемых в разведочной геофизике. М., Недра, 1985, 407 с.

**Болт Б.** В глубинах Земли. М., Мир, 1984, 189 с.

**Ботвиновский В.В.** Дифференциальное токовое кольцо на границе внутреннего ядра как модель источника главного магнитного поля Земли // Геология и геофизика, 1999, т. 40 (9), с. 1375—1385.

**Ботвиновский В.В.** Моделирование генератора главного магнитного поля Земли с помощью магнитных диполей и токовых контуров: Автореф. дис. ...к.ф.-м.н. Новосибирск, 2000, 18 с.

Булах Е.Г., Шуман В.Н. Основы векторного анализа и теория поля. Киев, Наук. думка, 1998, 359 с. Добрецов Н.Л. Глобальная геодинамическая эволюция Земли и глобальные геодинамические модели // Геология и геофизика, 2010, т. 6 (6), с. 761—779.

**Кауфман А.А.** Введение в теорию геофизических методов. Гравитационные, электрические и магнитные поля. М., Недра, 1997, 520 с.

**Корн Г., Корн Т.** Справочник математика для научных работников и инженеров. М., Наука, 1973, 830 с.

Кочнев В.А. Адаптивное прослеживание отраженных волн и оценка их параметров по данным многократных систем наблюдений // Геология и геофизика, 1983 (2), с. 95—103.

**Кочнев В.А.** Адаптивные методы интерпретации сейсмических данных. Новосибирск, Наука, 1988, 152 с.

**Кочнев В.А.** Адаптивный метод решения систем уравнений в обратных задачах геофизики // Труды Сибирской конференции по прикладной и индустриальной математике, посвященной памяти Л.В. Канторовича. Новосибирск, 1997, с. 129—137.

Кочнев В.А. Эффективная намагниченность ядра — результат решения обратной задачи по геоцентрической Z-компоненте магнитного поля IGRF-2005 // Шестые научные чтения Ю.П. Булашевича «Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей». Екатеринбург, 2011a, с. 146—149. **Кочнев В.А.** Модель ядра по результатам моделирования магнитного поля Земли // V Всероссийский симпозиум по вулканологии и палеовулканологии. Екатеринбург, 20116, с. 56—58.

Кочнев В.А. Косвенные факты и явления, подтверждающие модель генерации магнитного поля при движении заряженного расплава ядра // Материалы 39-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей». Воронеж, 2012, с. 149—152.

**Кочнев В.А.** Кинематико-гравитационная модель геодинамо // Геофизический журнал, 2013а, т. 35, № 4, с. 3—15.

Кочнев В.А. Обоснование тока кинематико-гравитационной модели геодинамо // Седьмые чтения Ю.П. Булашевича «Глубинное строение, геодинамика, тепловое поле Земли, интерпретация геофизических полей». Екатеринбург, 2013б, с. 162—164.

**Кочнев В.А.** Кинематико-гравитационная ионная модель геодинамо планет // Международная конференция MSS-14 «Трансформация волн, когерентные структуры и турбулентность». М., 2014, с. 227—232.

Кочнев В.А. Анализ устойчивости решения обратной задачи по *z*-компоненте глобального магнитного поля над поверхностью Земли в геоцентрической системе координат // Материалы 42-й сессии Международного семинара им. Д. Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей». Пермь, ГИ УрО РАН, 2015а, с. 110—113.

**Кочнев В.А.** Изменение магнитного поля Земли и возможные причины этого явления // Региональные проблемы дистанционного зондирования Земли: материалы II Международной научной конференции, 2015б, с. 286—289.

**Кочнев В.А.** Метод анализа изменений геомагнитного поля IGRF в геоцентрической системе координат // Материалы III школы-семинара «Гординские чтения». М., ИФЗ РАН, 2015в, с. 110—115.

**Кочнев В.А., Хвостенко В.И.** Адаптивный метод решения обратных задач гравиметрии // Геология и геофизика, 1996, т. 37 (7), с. 120—129.

Кочнев В.А., Гоз И.В. Нераскрытые возможности магнитометрии // Геофизика, 2006, № 6, с. 51—55. Кочнев В.А., Гоз И.В. Модель источников магнитного поля ядра Земли, полученная в результате решения обратной задачи магнитометрии // Материалы 38-й сессии Международного семинара им. Д.Г.

Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей». Пермь, 2011, с. 146—149.

Кухлинг Х. Справочник по физике. М., Мир, 1982, 520 с.

Ладынин А.В. Режим флуктуаций скорости векового хода геомагнитного поля по данным мировой сети магнитных обсерваторий// Геология и геофизика, 2016, т. 57 (3), с. 615—630.

Моффат Г. Возбуждение магнитного поля в проводящей среде. М., Мир, 1980, 335 с.

Мюррей К.Д., МакДермотт С. Динамика Солнечной системы. М., Физматлит, 2009, 588 с.

**Поступаев В.В.** Физика плазмы: учебный курс [Интернет ресурс]. Новосибирск, КФП НГУ, ИЯФ СО РАН, 2013, http://www.inp.nsk.su/chairs/plasma/sk/fpl.ru.shtml (дата обращения: 01.03.2018).

Ревуженко А.Ф. Приливные волны и направленный перенос масс Земли. Новосибирск, Наука, 2013, 204 с.

Решетняк М.Ю. Некоторые свойства циклонической турбулентности в жидком ядре Земли // Геомагнетизм и аэрономия, 2008, № 48, с. 416—423.

Решетняк М.Ю. Нелинейности в динамо // Физика Земли, 2010, №76, с. 52—63.

Френкель Я.И. Земной магнетизм // Известия АН СССР. Сер. Физическая, 1947, № 11, с. 607—616. Уайлд Дж. Методы поиска экстремума. М., Мир, 1967, 268 с.

Яновский Б.М. Земной магнетизм. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1978, 592 с.

Aksenov V.V. The foundations of geomagnetism // Bull. Novosibirsk Comput. Center, 2012, v. 15, 100 p.

Arteha S.N. On the magnetism of stars and planets // Astrophys. Space Sci., 1996, v. 246, p. 51-64.

**Cebron D., Hollerbach R.** Tidally driven dynamos in a rotating sphere // Astrophys. J. Lett., 2014, v. 789, p. L25.

**Dormy E., Soward A.M.** Mathematical aspects of natural dynamos. Grenoble Sciences and CRC Press, Boca Raton, 2007, 504 p.

**Dvoretzky A.** On stochastic approximation // Proc. 3rd Berkeley Symp. Mathematical Statistics and Probability, 1956, v. 1, p. 39–45.

Elsasser W.M. On the origin of the Earth's magnetic field // Phys. Rev., 1939, v. 55, p. 489–498.

**Kochnev V.A.** Empirical kinematic-gravitational model of generation of magnetic fields of planets // 6th Int. Conf. - Solitons, Collapses and Turbulence: Achievements, Developments and Perspectives, 2012, p. 90.

**Kochnev V.A.** Dynamo models created on the planets under the influence of tidal forces of the satellite and the Sun // 17th Int. Multidiscip. Sci. GeoConf. SGEM 2017, 2017. Section Space Technologies and Planetary Science, v. 17 (62), p. 899–906.

Larmor J. How could a rotating body such as the Sun become a magnet? // Report of the British Association for the Advancement of Science 87th Meeting. Bournemouth, 1919, p. 159.

Mandea M., Purucker M. Observing, modeling, and interpreting magnetic fields of the solid Earth // Surv. Geophys., 2005, v. 26 (4), p. 415–459.

**Olson P., Dequen R., Rudolph M., Zhong S.** Core evolution driven by mantle global circulation // Phys. Earth Planet. Int., 2015, v. 243, p. 44—55.

Peddie N.W. Current loop models of the Earth's magnetic field // J. Geophys. Res., 1979, v. 84 (B9), p. 4517.

**Roberts P.H., Glatzmaier G.A.** Geodynamo theory and simulations // Rev. Mod. Phys., 2000, v. 72 (4), p. 1081—1123.

Schmidt A. Der magnetische Mittelpunkt der Erde und seine Bedeutung // Gerlands Beitr. Geophys., 1934, v. 41, p. 346—358.

Soward A.M. Dynamo theory // Adv. Space Res., 1992, v. 12, p. 257-263.

#### **ПРИЛОЖЕНИЕ**

## АДАПТИВНЫЙ МЕТОД УТОЧНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ПО НЕВЯЗКЕ

Оценка неизвестных проводится адаптивным методом уточнения параметров модели. В общем случае, отвлекаясь от параметров модели, его удобнее рассматривать как метод решения систем алгебраических уравнений [Кочнев, 1983, 1988] и показывать его особенности на простых примерах. В данной работе также будет использована алгебраическая терминология.

Постановка задачи. Предположим, что имеется система алгебраических уравнений:

$$f_i([...,x_j,...]) = \tilde{u}_i, \ i = [1,m], \ j = [1,n],$$
(1)

где [...x<sub>i</sub>,...] — вектор неизвестных оцениваемых параметров. Количество неизвестных в каждом уравнении системы может быть разным;  $\tilde{u}_i$  — правая часть уравнений — результат непосредственного измерения или оценки, т — количество уравнений, т — количество неизвестных.

Допустим, что известны:

- средняя квадратическая ошибка каждого измерения  $\{\sigma_{u_i}\}$ , вектор начальных приближений неизвестных  $\{x_{0_j}\}$ ,
- априорная средняя квадратическая ошибка каждого из неизвестных { $\sigma_x$  }.

По поводу этих допущений заметим, что при решении конкретных задач, связанных с оценкой параметров модели, указанные сведения обычно имеются. Они могут быть получены из результатов интерпретации предыдущих независимых данных или из априорных представлений об изучаемой модели среды. Мерой достоверности правых частей в первом приближении может быть точность прибора. Например, при определении времени прихода отраженной волны в сейсморазведке степень достоверности определяется как функция от соотношения сигнал/помеха на конкретном участке трассы [Кочнев, 1983, 1988]. Поиск оценки значений вектора в предлагаемом методе является составной частью поставленной задачи.

Обоснование метода решения, учитывая статистическую постановку, получено с использованием метода максимума правдоподобия и приведено в работе [Кочнев, 1997].

В соответствии с методом [Кочнев, 1983, 1985, 1988] уточнение неизвестных ведется по каждому уравнению раздельно. Очередность поступления уравнений может быть нормальной (в порядке их записи или поступления в систему обработки) или определяться величиной невязки, как в методе релаксаций [Корн, Корн, 1973].

Предположим, что имеем *i*-е уравнение системы (1). Подставим в него сформировавшиеся к тому моменту значения неизвестных  $x_i$ . Полученное значение правой части обозначим через  $\overline{u}_i$  и назовем прогнозным. При вычислении прогнозного значения правой части обычно используются или уточненные значения неизвестных, или прогнозные, которые получаются в результате аппроксимации, учитывающей взаимосвязь неизвестных. Например, в работах [Кочнев, 1983, 1985, 1988] используется локальная аппроксимация нулевого порядка значений нулевых времен, скоростей и поправок за пункт приема.

Найдем разность между фактическим значением правой части и прогнозным и назовем ее невязкой:

$$\Delta u_i = u_i - \overline{u}_i. \tag{2}$$

Наличие невязки в общем случае обусловлено следующими причинами:

отклонением прогнозных значений параметров от истинных;

– погрешностью правой части (ошибкой наблюдения).

Примем  $a_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$  и, входя в *k*-й номер очередного шага уточнения, получим окончательную фор-

мулу для уточнения значений параметров:

$$x_{j}^{k+1} = x_{j}^{k} + \Delta u_{i}^{k+1} \frac{a_{ij} \sigma_{x}^{2}}{\sigma_{u_{i}}^{2} + \sum_{i=1}^{n} a_{ij}^{2} \sigma_{x}^{2}} = x_{j}^{k} + \alpha_{ij} \Delta u_{i}^{k+1}.$$
(3)

Как уже говорилось, в адаптивных алгоритмах после очередного уточнения увеличивается вес уточненного параметра. Во многих стохастических алгоритмах [Уайлд, 1967] в роли веса выступает номер итерации уточнения значения параметра k. По мере увеличения номера итерации уточнения увеличивается и вес значения.

В предлагаемом методе на каждом шаге уточнения уменьшается средняя квадратичная ошибка значения параметра:

$$(\sigma_{x_j}^2)^{k+1} = (\sigma_{x_j}^2)^k (1 - \beta_j), \qquad (4)$$

где  $\beta = \alpha \cdot a$  и, следовательно,  $\beta$  изменяется в пределах от 0 до 1, что приводит в постоянному уменьшению  $\sigma_{x}$ , в зависимости от величины  $\beta$ .

Как видно из (3), (4), значению параметра, уточненному в большей степени, будет соответствовать и большее уменьшение значения  $\sigma_x^2$ . В некоторых работающих алгоритмах используются другие формулы [Кочнев, 1983, 1985, 1988].

После уточнения неизвестных, входящих в *i*-е уравнение и изменения оценок  $\sigma_x^2$ , переходим на очередное уравнение, и процесс уточнения повторяем, используя формулы (2—4). Процесс уточнения параметров по всей совокупности уравнений может продолжаться до тех пор, пока  $\sum |\Delta u_i|$  не будет стабильной.

Для анализа сходимости применим подход А. Дворецкого [Dvoretzky, 1956], который предложил для исследования сходимости рассматривать любую процедуру стохастической аппроксимации как обычный детерминированный метод, но с наложением на него случайной составляющей. В соответствии с этим подходом для сходимости стохастической процедуры уточнения параметров необходимо выполнение следующих условий:

1) помеховая составляющая должна быть несмещенной;

 сумма дисперсий случайной составляющей должна быть конечной при любой возможной бесконечной процедуре поиска;

3) коэффициент  $\alpha$  в уравнении (3) должен стремиться к 0 при *k*, стремящемся к  $\infty$ ;

4) сумма квадратов α должна быть ограниченной;

 при необходимости поиска правильного решения при сколь угодно удаленных начальных значениях возникает еще одно условие сходимости: сумма абсолютных значений α должна стремиться к бесконечности.

Условия (1), (2) налагают ограничения на помеху, а условия (3)—(5) — на свойства алгоритма.

Исследование сходимости метода на численных примерах показывает, что адаптивный метод позволяет:

a) ускорять сходимость решения задачи не только за счет учета достоверности начальных приближений, но и за счет собственных свойств алгоритма;

б) решать несовместные неравноточные системы, т. е. системы, не имеющие единственного решения;

в) решать нелинейные системы.

Метод реализован в пакете программ решения прямых и обратных задач гравиметрии и магнитометрии ADGM-3D [Кочнев, Хвостенко, 1996; Кочнев, Гоз, 2006]. В пакете нет ограничений на размер модели и предусмотрено решение обратной и контактной задач по наблюдениям на нескольких уровнях, причем такие наблюдения могут находиться как выше, так и ниже поверхности изучаемого объекта. При изучении такого объекта, как Земля, это весьма важно. Предусмотрены следующие возможности: визуализация и получение ВМР-файлов в процессе решения задач; загрузка и выгрузка массивов данных и результатов; аварийная и принудительная остановка; переносы массивов. Пакеты используются для решения производственных задач в Красноярске, Новосибирске, Екатеринбурге, Перми, а также в Казахстане и Украине.

Автор признателен Г.А. Устюжанину за помощь в математическом обосновании адаптивного метода решения обратных задач геофизики.