УДК 534.222; 662.612.32

ВОСПЛАМЕНЕНИЕ ГАЗОВЗВЕСЕЙ В РЕЖИМЕ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ КОНТИНУУМОВ

А. В. Федоров

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

Предложена математическая модель, описывающая течение смеси газов и реагирующих твердых частиц, принимающая во внимание гетерогенную химическую реакцию воспламенения. Замыкание модели проводится за счет привлечения уравнения кинетики нарастания окисной пленки. Считается, что тепло химической реакции может выделяться в обеих фазах в соответствии с аккомодационными коэффициентами. В рамках предложенной модели изучена задача о воспламенении неподвижного облака магниевых частиц. Найдены условия существования различных режимов нагрева облака, в том числе регулярного и воспламенительного. Проведена верификация модели по экспериментальной зависимости предельной температуры среды от радиуса частиц. Приведены данные по зависимости параметров нагреваемого облака частиц от физико-химических постоянных смеси и частиц.

Изучение воспламенения газовзвесей актуально в связи с проблемами взрывопожаробезопасности промышленных пылей. С точки зрения общей теории гетерогенных сред, частным случаем которых является газовзвесь мелких твердых частиц и газа, математическое и физическое описание движений аэровзвесей возможно в двух приближениях. Первое — это режим одиночных частиц, когда движение и нагрев дискретной фазы осуществляются на фоне известного поля течения газа. Это описание справедливо для газовзвесей с достаточно малым содержанием пыли. Второй подход основан на предположении, что частиц достаточно много и они могут оказывать обратное влияние на газ, как динамическое так и тепловое. Ранее [1–4] были предложены математические модели воспламенения и горения газовзвесей в динамических условиях за проходящими и отраженными ударными волнами, которые принимали во внимание различие скоростей и температур фаз, гетерогенную химическую реакцию низкотемпературного окисления. Для замыкания этой модели на стадии воспламенения принималось, что размер частицы приближенно равен начальному и что тепло химической реакции выделяется только в конденсированной фазе. Ниже развита модель воспламенения аэровзвеси, свободная от этих предположений.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим, как и в [1], на основе общего подхода, развитого в [5], трехкомпонентную двухфазную смесь, в которой протекает химическая реакция, описываемая стехиометрическим соотношением

$$\nu_{11}g_{11} + \nu_{22}g_{22} = \nu_{23}g_{23} + \nu_{13}g_{13},$$

где ν_i, g_i — стехиометрические коэффициенты и молекулярные массы фаз и компонентов. Считается, что газ представляет собой смесь, состоящую из окислителя ($i = 11$), инертного компонента ($i = 12$) и газообразных продуктов окисления ($i = 13$), металла ($i = 22$) и конденсированных продуктов окисления ($i = 23$). Всюду далее $\nu_i \equiv \nu_i g_i$, $\nu_2 \equiv \nu_{22}$.

Уравнения сохранения массы фаз и компонентов имеют вид

$$\begin{gathered}
\partial_t\rho_i + \partial_x\rho_i u_i = (-1)^{i+1}\bar{\nu}_2 J, \quad i = 1, 2, \\
\partial_t n + \partial_x n u_2 = 0, \quad \rho_1\partial_1\xi_{11} = -(\nu_{11} + \bar{\nu}_2\xi_{11})J, \\
\frac{\nu_{11} + \bar{\nu}_2\xi_{11}}{\nu_{11} + \bar{\nu}_2\xi_{11,0}} = \frac{\xi_{12}}{\xi_{12,0}}, \quad \sum \xi_{1i} = 1, \\
\sum \xi_{2i} = 1, \quad \frac{\xi_{22}(\alpha - \xi_{22,0})}{\xi_{22,0}(\alpha - \xi_{22})} = \bar{r}^3, \\
\alpha = \frac{\nu_2}{\bar{\nu}_2}, \quad \bar{r} = \frac{r}{r_0}, \quad R^3 - R_0^3 = a(r^3 - r_0^3), \\
a = 1 - \frac{\nu_3\rho_{22}^0}{\nu_2\rho_{23}^0}, \quad \bar{\nu}_2 = \nu_2 - \nu_3.
\end{gathered} \tag{1}$$

Здесь $\rho_1 = m_1\sum\rho_{1j}^0$, $\rho_2 = m_{22}\rho_{22}^0 + m_{23}\rho_{23}^0 = m_2\rho_2^0$ — средние плотности газовой и конденсированной фаз, ρ_{1j}^0 — истинная плотность

j-газового компонента, ρ_2^0 — кажущаяся истинная плотность конденсированной фазы (к-фазы); m_j ($j = 1, 2$), m_{2j} ($j = 2, 3$) — объемные концентрации газов, к-фазы, металла и окисла; n — количество частиц в единице объема; $R = h + r$, r — радиус частицы, h — толщина окисной пленки; $\xi_{ji} = \rho_{ji}/\rho_j$, $j = 1, 2$, $i = 1, 2, 3$; u_j — скорость фаз; $\partial_t = \partial/\partial t$, $\partial_x = \partial/\partial_x$, $\partial_j = \partial_t + u_j\partial_x$; индексом нуль отмечено начальное состояние; первая цифра в индексе из двух цифр означает номер фазы.

Выражение J через локальные характеристики течения таково:

$$J = -4\pi\rho_{22}^0\,\frac{nr_2}{\nu_2}\,\partial_2 r = -\frac{3}{r}\,\frac{\rho_{22}}{\nu_2}\,\partial_2 r. \qquad (2)$$

Функция источников J должна быть определена как функция средних величин течения. В эксперименте, как правило, имеется информация о скоростях превращения отдельной мелкой частицы. Это данные либо о линейной скорости горения частицы, которую можно получить из эмпирического закона Срезневского, либо о скорости роста толщины оксидной пленки. Именно поэтому необходимо получить выражение для J типа (2). Для этого предполагаем, что в процессе химического превращения частица представляет собой металлическое ядро радиусом r, покрытое оксидной пленкой толщиной h, т. е. радиус частицы $R = r+h$. При этом считалось, что мельчайшие частички оксида осаждаются на более крупную частицу металла. Кроме того, использовались уравнения сохранения числа частиц и одно из уравнений неразрывности для к-фазы. Также на основе этих уравнений можно найти и последний из интегралов в (1).

Уравнения сохранения импульса фаз записываются в виде

$$\partial_t\rho_i u_i + \partial_x(\rho_i u_i^2 + m_i p) = p\partial_x m_i + (-1)^{i+1}\bar\nu_2 J + R_i, \quad i = 1, 2, \qquad (3)$$

где R_i — сила, действующая на соответствующую фазу.

Уравнения сохранения энергии фаз запишутся в виде

$$\partial_t\rho_i E_i + \partial_x(\rho_i u_i E_i + m_i p u_i) = -p\partial_t m_i + (-1)^{i+1}\bar\nu_2 J\Big(-k_i + i_i + \frac{u_i^2}{2}\Big) + R_i(\beta u_1 + \bar\beta u_2) + Q_i, \quad i = 1, 2. \qquad (4)$$

Здесь $E_i = e_i + u_i^2/2$, e_i — внутренняя энергия фаз; β — аккомодационный коэффициент силового взаимодействия фаз, $\bar\beta = 1 - \beta$; p — давление смеси; Q_i — функция, описывающая тепловое взаимодействие фаз. Поскольку уравнение сохранения полной энергии смеси не содержит источников, имеем основное энергетическое равенство [5] механики реагирующих гетерогенных сред:

$$k_1 + k_2 = i_1 + i_2,$$

где k_i — аккомодационные коэффициенты, подлежащие определению, i_i — энтальпия фазы. Тепло, выделяемое при химической реакции, есть

$$q_* = \nu_{11}i_{11} + \nu_2 i_{22} - \nu_3 i_{23} - \nu_{13}i_{13}.$$

От уравнений сохранения полных энергий фаз (4) можно перейти к уравнениям притока тепла, которые имеют неоднородные члены, описывающие источники тепла: работу сил трения между фазами; кинетическую энергию масс, претерпевающих фазовые превращения (передается только в газ); теплообмен между фазами (Q_i); работу сил давления, возникающую от изменения удельного объема фаз. Отметим, что для частиц это вариация кажущейся истинной плотности частиц.

Для определения k_i допустим, что в газе выделяется тепло, равное $\alpha_1 q_*$, а в частицах — $\bar\alpha_1 q_* = (1-\alpha_1)q_*$. Переходя в уравнениях притока тепла к энтальпиям и используя в них представления правых частей для определения k_i, получим уравнения

$$(\nu_{11} + \bar\nu_2\xi_{11})i_{11} + \bar\nu_2\xi_{12}i_{12} - (\nu_{13} + \bar\nu_2\xi_{13})i_{13} - \bar\nu_2 k_1 = \alpha_1 q_*,$$

$$(\nu_2 - \bar\nu_2\xi_{22})i_{22} - (\nu_2 - \nu_2\xi_{22})i_{23} - \bar\nu_2 k_2 = \alpha_1 q_*.$$

Решение этой системы уравнений имеет вид

$$k_1 = [-\alpha_1 q_* + (\nu_{11} + \bar\nu_2\xi_{11})i_{11} + \nu_2\xi_{12}i_{12} - (\nu_{13} - \nu_2\xi_{13})i_{13}]/\nu_2,$$

$$k_2 = i_1 - i_2 - k_1.$$

Тем самым аккомодационные коэффициенты определены.

Уравнения состояния фаз (УРС) нетрудно выразить через средние характеристики течения взвеси:

$$p = \frac{\rho_1 T_1 R}{m_1}\Big(\sum\frac{\xi_{1i}}{\mu_i}\Big), \quad m_1 + m_2 = 1,$$

$$m_2 = \frac{\rho_2}{\rho_2^0}, \quad \rho_{2j}^0 = \mathrm{const}, \quad j = 2, 3,$$

$$\rho_2^0 = \frac{\rho_{22}^0 r^3 + (R^3 - r^3)\rho_{23}^0}{R^3} \equiv \rho_2^0(r),$$

$$e_1 = c_{v1}\Delta T_1 + h_1^0, \quad c_{v1} = \sum\xi_{1i}c_{vi}, \qquad (5)$$

$$h_1^0 = \sum\xi_{1i}h_{1i}^0, \quad \Delta T_i = T_i - T^0,$$

$$e_2 = c_2\Delta T_2 + h_2^0, \quad c_2 = \sum \xi_{2j} c_{2j},$$

$$h_2^0 = \sum \xi_{2i} h_{2i}^0, \quad \Delta T_j = T_j - T^0, \quad j = 2,\, 3,$$

T^0 — значение равновесной температуры в стандартном состоянии; h_{ij}^0 — теплоты образования фаз и компонентов; c_{p1} — теплоемкость смеси газов, c_{pj} — компонента газовой фазы; c_2 — теплоемкость конденсированной фазы, c_{2j} — компонента твердой фазы.

В качестве искомых будем считать 11 компонентов вектор-функции $\Phi(\rho_i, u_i, T_i, p, r, \xi_{11}, h, n)$, для определения которых служат: семь дифференциальных уравнений в частных производных, выражающих законы сохранения массы, импульса и энергии фаз и компонентов в (1), одно уравнение состояния из (5), алгебраическая связь между r, h, выражаемая последним из уравнений (1), и, наконец, замыкает математическую модель кинетическое уравнение роста окисной пленки

$$\partial_2 h = G(h, T_2, \ldots). \tag{6}$$

Итак, система уравнений (1)–(6) для определения 11 искомых функций вектора решения Φ является замкнутой.

Замечание. Количество дифференциальных уравнений в (1)–(6) может быть сокращено за счет интеграла (представления)

$$\frac{n}{n_0} = \frac{\rho_2 \xi_{22}}{\rho_{20}\xi_{22,0} r^3}.$$

В качестве приложения рассмотрим следующую задачу.

ВОСПЛАМЕНЕНИЕ ГАЗОВЗВЕСИ В КОНТИНУАЛЬНОМ РЕЖИМЕ

Точечная модель и ее преобразования

Рассмотрим облако частиц магния, равномерно заполняющее единичный объем, который через стенки сосуда обменивается теплом с окружающей средой, нагретой до температуры $\tilde{T}$. При изменении начальных параметров облака и характеристик внешнего воздействия газовзвесь может проявлять различные типы тепловой динамики. Установим их на основе точечной модели вышеприведенных уравнений, дополненной учетом теплообмена с внешней средой:

$$d_t \rho_i = (-1)^{i+1} \bar{\nu}_2 J, \quad i = 1,\, 2,$$

$$d_t \xi_{11} = -(\nu_{11} + \bar{\nu}_2 \xi_{11}) J, \quad \frac{\xi_{22}(\alpha - \xi_{22,0})}{\xi_{22,0}(\alpha - \xi_{22})} = \bar{r}^3,$$

$$\frac{\nu_{11} + \nu_2 \xi_{11}}{\nu_{11} + \nu_2 \xi_{11,0}} = \frac{\xi_{12}}{\xi_{12,0}}, \quad \sum \xi_{1i} = 1,$$

$$\sum \xi_{2i} = 1, \quad R^3 - R_0^3 = a(r^3 - r_0^3), \tag{7}$$

$$d_t(\rho_1 e_1 + \rho_2 e_2) = -Sk(T_1 - \tilde{T}),$$

$$\rho_2 d_t e_2 - \frac{m_2 p}{\rho_0^2} d_t \rho_0^2 = -\nu_2 k_2 J + Q_2,$$

$$Q_2 = -m_2 \frac{3}{R} \alpha_{12}(T_2 - T_1),$$

где k — коэффициент теплопередачи от газа к трубе, α_{12} — коэффициент теплопередачи от газа к частице, S — внутренняя поверхность трубы. Складывая уравнения неразрывности фаз, найдем первый интеграл — закон сохранения массы смеси в целом:

$$\rho_1 + \rho_2 = \rho_{10} + \rho_{20} = C_1. \tag{8}$$

Подставляя в уравнение неразрывности к-фазы выражение для J, получим уравнение с разделяющимися переменными, допускающее интеграл:

$$\frac{\rho_2}{\rho_{2,0}} = \frac{\alpha + \xi_{22,0}(\bar{r}^3 - 1)}{\alpha}. \tag{9}$$

Используя (8), (9), нетрудно получить зависимость средней плотности газа от радиуса частицы:

$$\frac{\rho_1}{\rho_{1,0}} = \frac{\alpha - \rho_{21}^0 \xi_{22,0}(\bar{r}^3 - 1)}{\alpha}, \quad \rho_{21}^0 = \frac{\rho_{2,0}}{\rho_{1,0}}. \tag{10}$$

Выражение (10), подставленное в третье из (1), позволяет найти интеграл и этого уравнения:

$$\frac{\nu_{11} + \nu_2 \xi_{11}}{\nu_{11} + \bar{\nu}_2 \xi_{11,0}} = \frac{\alpha}{\alpha - \rho_{21}^0 \xi_{22,0}(\bar{r}^3 - 1)}. \tag{11}$$

Таким образом, средние плотности и относительные концентрации фаз и компонентов выражены в явном виде через относительный радиус частицы.

Преобразование уравнений энергии фаз. Уравнение сохранения энергии частиц, т. е. предпоследнее из (1), в энтальпийной форме таково:

$$\rho_2 \sum \xi_{2j} d_t i_{2j} - m_2 d_t p = J \bar{\alpha}_1 q_*. \tag{12}$$

Имея представления

$$i_{2j} = c_{2j}(T_2 - T^0) + \frac{p}{\rho_{2j}^0} + h_{2j}^0, \quad j = 2,\, 3,$$

и подставляя их в (12), получим следующую форму записи уравнения энергии для твердых частиц:

$$\rho_2 c_2 d_t T_2 = Q_2 + J \bar{\alpha}_1 q_*. \tag{13}$$

Аналогично выписывается и уравнение сохранения газа:

$$\rho_1 c_p d_t T_1 = Q_1 + J\alpha_1 q_* - Sk(T_1 - \widetilde{T}). \qquad (14)$$

Дополним (13), (14) кинетическим уравнением нарастания окисной пленки и геометрической связью R и r:

$$d_t h = K \exp\Big(-\frac{E}{RT}\Big), \quad R^3 - R_0^3 = a(r^3 - r_0^3). \qquad (15)$$

Система уравнений (13)–(15) для трех неизвестных функций T_1, T_2, r является замкнутой.

Асимптотическое приближение математической модели (13)–(15). Воспользуемся тем обстоятельством, что в процессе химического превращения в предвоспламенительный период, толщина окисной пленки меняется весьма слабо, т. е. $h/r \ll 1$. Разлагая последнее из (15) в ряд и ограничиваясь линейным приближением, находим представление

$$(a-1)(r-r_0) = h - h_0, \qquad (16)$$

откуда

$$d_t r = (a-1)^{-1} d_t h = \frac{K}{a-1}\exp\Big(-\frac{E}{RT}\Big). \qquad (17)$$

Отметим, что поскольку толщина оксидной пленки мало меняется, коэффициенты в уравнениях (13), (14) можно на первом этапе исследования «заморозить», а в определении источникового члена J для магниевых частиц будем использовать представление (17). Это позволяет для двух искомых функций — температур газа и твердых частиц — представить асимптотическую модель

$$\rho_2 c_2 d_t T_2 = -a_1(T_2 - T_1) + \\ + b\exp\Big(-\frac{E}{RT_2}\Big) \equiv A(T_2, T_1), \qquad (18)$$

$$\rho_1 c_{p1} d_t T_1 = a_1(T_2 - T_1) - c(T_1 - \widetilde{T}) \equiv B(T_2, T_1),$$

где $a_1 = m_2 \dfrac{3}{K}\alpha_{12}$, $b = \dfrac{3\rho_{22}K}{R\nu_2(1-a)} q_*$, $c = Sk$. Уравнения (18) должны удовлетворять начальным данным

$$T_2(0) = T_{2,0}, \qquad T_1(0) = T_{1,0}. \qquad (19)$$

Эти условия описывают различные возможные варианты теплового воздействия на облако. Например, если частицы вбрасываются в некоторый объем с высокой температурой содержащегося в нем газа, то $T_{2,0} < T_{1,0}$.

В процессе тепловой эволюции облака частиц температура может меняться регулярно или нерегулярно. Это зависит от вида многообразия катастроф (воспламенений), к исследованию которого переходим.

Нулевые изоклины уравнений (18). Приравняв нулю правые части (18), имеем систему уравнений для определения стационарных точек изучаемой математической модели:

$$\Delta T_1 = \frac{a_1}{a_1 + c}\Delta T_2, \quad \Delta T_i = T_i - \widetilde{T}, \\ b\exp\Big(-\frac{E}{RT_2}\Big) = a_1\frac{c}{c + a_1}\Delta T_2. \qquad (20)$$

Последнее уравнение, продифференцированное по T_2, позволяет получить линии складки на многообразии катастроф/воспламенений. В изучаемом случае воспламенения облака дважды вырожденные критические точки на этом многообразии совпадают с аналитическим выражением условия Семенова:

$$\alpha = a_1\frac{c}{(c + a_1)b} = \alpha_- = \Delta T_{2-}\exp\Big(-\frac{E}{RT_{2-}}\Big)$$

и ранее обсуждались в [6]. Здесь ΔT_{2-} — меньший корень уравнения

$$G(T_2) = \frac{E}{RT_2^2}\Delta T_2 + 1 = 0.$$

Из общей теории теплового взрыва известно, что последнее уравнение из (20) представляет собой неоднозначную кривую в плоскости параметров (T_2^0, α) для диапазона $\alpha \in (\alpha_-, \alpha_+)$. Ее свойства подробно описаны, например, в [7, 8].

Матрица Якоби, собственные числа. Матрица Якоби в стационарных точках системы (19) имеет вид

$$J = \begin{vmatrix} A_{1,T_2} = -a_2 u(G + v) & A_{1,T_1} = a_2 \\ B_{1,T_2} = \xi a_2 & B_{1,T_2} = \dfrac{\xi a_2}{uv} \end{vmatrix},$$

где $u = c/(a_1 + c)$, $v = a_1/c$, $\xi = \rho_2 c_2/\rho_1 c_{p1}$, $a_2 = a_1/\rho_2 c_2$. Собственные числа этой матрицы $\tilde{\lambda}$ найдутся из уравнения ($\lambda = \tilde{\lambda}/a_2$)

$$\lambda^2 + \mathrm{tr}J\lambda + \det J = 0, \qquad (21)$$

где $\mathrm{tr}J = u(G + d)$, $\det J = \xi G/v$, $d = v(1 + \xi/u^2v^2)$. Существование корней уравнения (21) зависит от знака дискриминанта $D(G) = \mathrm{tr}J^2 - 4\det J = G^2 + 2Gl + d^2$, где $l = v(1 - \xi/u^2v^2)$. Рассмотрим его как функцию аргумента G. Ее знак, в свою очередь, определяется знаком величины $D_1 = -2\xi/u^2$, которая является неположительной. Отсюда видно, что дискриминант — функция положительная. Следовательно, корни (21) всегда действительны.

Рассмотрим поведение $\det J(T_2)$ в зависимости от принадлежности точки T_2 кривой стационарных состояний. Нетрудно показать, что

$$\det J \begin{cases} > 0, & T_2 \in (0, T_-) = \mathrm{A}, \quad T_2 \in (T_-, \infty) = \mathrm{C}, \\ \leqslant 0, & T_2 \in (T_-, T_+) = \mathrm{B}. \end{cases}$$

На основании вышеизложенного можно сформулировать

Утверждение 1. Собственные числа уравнения (21) при $T_2 \in \mathrm{A}$, $T_2 \in \mathrm{B}$ оба отрицательны; при $T_2 = T_{+,-}$ одно из собственных чисел равно нулю, второе отрицательно; при $T_2 \in (T_-, T_+)$ собственные числа разных знаков.

Отсюда следует, что на A, B стационарные точки уравнений являются устойчивыми узлами, а на промежуточной ветви стационарные точки суть седла, для $T = T_-, T_+$ это вырожденные узлы.

Начальная и краевая задачи для (18), (19)

На основании утверждения 1 можно описать возможные типы решений задач для (18), (19). Вначале остановимся на решении краевой задачи для уравнения, определяющего температуру газовой фазы как функцию температуры к-фазы. Оно получается делением первого из уравнений (18) на второе. Для него можно поставить вспомогательную краевую задачу, которая позволит дать классификацию типов тепловой динамики частицы:

$$T_2(T_1) = T^{\mathrm{A}}, \quad T_1 = \frac{a_1}{a_1 + c}\,\Delta T^{\mathrm{A}} + \tilde{T},$$

$$T_2(T_1) = T^{\mathrm{B}}, \quad T_1 = \frac{a_1}{a_1 + c}\,\Delta T^{\mathrm{B}} + \tilde{T}.$$

Укажем, как получить ее решение. Сначала выберем наклон траектории, выходящей из точки, принадлежащей неустойчивой ветви B, так, чтобы он соответствовал положительному собственному числу. Задавая отрицательное приращение температуре частиц на этой траектории, найдем соответствующее приращение температуры газа. Взяв в качестве начальных данных полученные значения искомых функций, можно проинтегрировать уравнение, и при стремлении T_1 к T^{B} траектория войдет в стационарную точку, принадлежащую устойчивой ветви многообразия катастроф $T = T^{\mathrm{A}}$. В случае положительного приращения температуры частиц решение, представляющее полутраекторию, будет стремиться к T^{C}, также являющейся устойчивым узлом.

Аналогичным способом можно построить вторую траекторию, проходящую через седло T^{B} до пересечения с прямыми $T_2 = 0$, $T_1 = 0$. Область, лежащую между осями и этой траекторией, обозначим D_1, а выше — D_2. Тогда решение задачи Коши с начальными данными T^0 из D_1 стремится к T^{A}, а при к $T^0 \in D_2$ — к T^{C}. На основе вышеизложенного сформулируем

Утверждение 2. Решение задачи Коши при $\alpha \in (\alpha_-, \alpha_+)$ и $T^0 \in D_1$ стабилизируется на ветви A; если $T^0 \in D_2$ — стабилизируется на C. Имеется траектория, соединяющая неустойчивое состояние T^{B} с T^{A} и T^{C}. Решение задачи Коши при $\alpha \notin (\alpha_-, \alpha_+)$ стабилизируется на T^{C}, T^{A} соответственно.

Замечание. Пусть $\alpha \in (\alpha_-, \alpha_+)$. Решение, проходящее через стационарные точки (T^{B}, T^{A}), (T^{B}, T^{C}), описывает режимы дисперсионного погасания и дисперсионного воспламенения соответственно. Решение задачи Коши с начальными данными из области D_1 может описывать как погасание, так и регулярный нагрев частиц облака; если начальные данные берутся из D_2, то такое решение описывает воспламенение облака. Пусть $\alpha \leqslant \alpha_-$, тогда при начальных данных, лежащих ниже T^{C}, облако воспламеняется, при $\alpha \geqslant \alpha_+$ реализуется регулярный режим нагрева или погасания в зависимости от того, ниже или выше T^{A} лежит начальная точка.

Обсуждение численных результатов

Прежде чем перейти к решению прямой

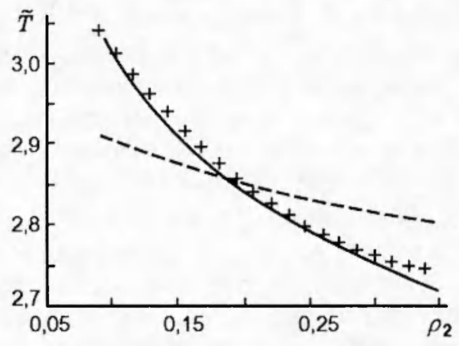

Рис. 1. Зависимость предельной температуры среды $\tilde{T}$ от средней плотности частиц магния:

радиус частиц 5 мкм, радиус вмещающей камеры 1,5 см; + — экспериментальные данные [9], штриховая линия — их расчет с константами, определенными для описания окисления твердофазного магния в воздухе, сплошная — авторский расчет

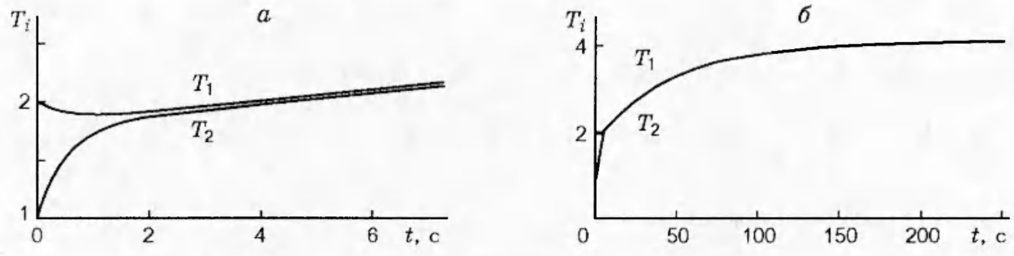

Рис. 2. Зависимость температуры частиц от времени:

а — неравновесный температурный режим в начальные моменты времени, *б* — квазиравновесный режим нагрева фаз и выход на стационарное состояние B

Таблица 1

Зависимость t_{ign} и α от радиуса частицы при $T_{1,0} = T_{2,0} = 1$, $\tilde{T} = 3{,}03$, $\alpha_- \cdot 10^5 = 1{,}598$

r, мкм	0,01	0,1	1	5	6	7	8	9	10	15	16	17
t_{ign}, с	3,99	5,81	9,58	17,06	18,85	20,76	22,8	25,21	27,93	66,19	91,32	нет
$\alpha \cdot 10^5$	$9{,}55 \cdot 10^4$	$9{,}55 \cdot 10^3$	$9{,}55 \cdot 10^2$	0,48	0,57	0,67	0,76	0,86	0,95	1,42	1,52	—

задачи, остановимся на определении кинетических констант E, K в законе воспламенения облака. Для этого аналогично [7, 8] выпишем условия Семенова на многообразии катастроф/воспламенений для двух радиусов частиц и предельных температур окружающей среды взрывающегося облака. Эти два уравнения имеют аналитическое решение относительно неизвестных $E = 48{,}54$, $K = 3{,}054$. На рис. 1 приведена зависимость предельной температуры среды от средней плотности частиц магния, полученная на основе этих величин. На этом и последующих рисунках приведены значения температур, отнесенные к 300 K.

Далее были проведены расчеты в прямой задаче, т. е. определена тепловая динамика компонентов смеси. Как следует из изложенного выше, имеет место регулярное и катастрофическое развитие процесса нагрева облака. Так, пусть $T_{1,0} = 2$, $T_{2,0} = 1$, $r = 5$ мкм, $R_1 = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ м, $\tilde{T} = 4$. Для этого случая $\alpha_- \cdot 10^4 = 2{,}3 \leqslant \alpha \cdot 10^{-4} = 4{,}43$, воспламенения нет и частицы нагреваются регулярным образом в неравновесном по температурам режиме (величина $A = nS\alpha_{12}/\alpha_1 S_1 \approx 10$ не слишком велика), как это изображено на рис. 2. В первой стадии нагрева системы газ передает тепло частицам, и потому его температура снижается (см. рис. 2,*а*), затем температуры фаз сближаются, но газ обладает большей температурой. Скорости изменения температур фаз при этом различаются не очень сильно, а далее фазы приходят в равновесие по температурам на нижней ветви многообразия воспламенений. Это изображено на рис. 2,*б* в более поздние моменты времени.

Уменьшение радиуса камеры до $R_3 = 1{,}5 \cdot 10^{-4}$ м приводит к исчезновению зоны понижения температуры газа, что обусловлено ускорением прогрева меньшего объема газа, время релаксации температур при этом около 4 мс.

Установим, описывает ли данная математическая модель воспламенения облака магния наблюдаемый в [9] масштабный фактор, т. е. уменьшение предельной температуры воспламенения в системе при увеличении ее размера. Это положение можно проиллюстрировать такими расчетными данными. Пусть $T_{1,0} = 2$, $T_{2,0} = 1$, тогда для $R_3 = 1{,}4$ см воспламенение наступит в интервале $\tilde{T} \in (832{,}835)$ K, а при $R_3 = 1{,}5$ см облако воспламеняется при $\tilde{T} \in (823{,}825)$ K.

Изучим влияние радиуса частиц на время задержки воспламенения t_{ign}. Расчеты проведены для различных радиусов частиц (см. табл. 1) и при постоянном значении средней плотности частиц. В третьей строке таблицы приведена безразмерная характеристика процесса, определяющая наступление воспламенения

Таблица 2

Зависимость t_{ign} и α от температуры окружающей среды при $T_{1,0} = 2$, $T_{2,0} = 1$, $R_3 = 1{,}5$ см

$\bar{T}$	2,67	3,03	3,17	3,3	3,5	3,67	4
t_{ign}, с	Нет воспламенения	14,86	11,66	9,34	7,86	6,8	5,44
$\alpha_- \cdot 10^5$	1,6	2,57	4,4	7,11	10,96	23,05	0,32

в системе при $r \leqslant 17$ мкм; при $r \geqslant r_* \geqslant 17$ мкм воспламенения в системе не наблюдается. Это обусловлено тем, что коэффициент, описывающий конвективный теплообмен, пропорционален r^{-2}, т. е. убывает с ростом радиуса частицы. Как следствие, затягивается нагрев частиц до температур, при которых заметно тепловыделение от химической реакции, в результате увеличивается время задержки воспламенения.

Изучалось влияние температуры окружающей среды на время задержки воспламенения. Результаты расчетов приведены в табл. 2. Очевидно, что при недостаточно высокой температуре инициирования не происходит воспламенения в системе (первый столбец табл. 2), с ростом $\bar{T}$ предвоспламенительный период сокращается.

Для определения зависимости тепловой динамики облака от начальной температуры газа последняя величина варьировалась. Результаты приведены в табл. 3. Поведение температур фаз таково. При одинаковых начальных температурах фаз газ, нагревающийся от стенок камеры, передает тепло частицам, при этом фазы приходят практически в равновесие по температурам. Это связано с тем, что нулевая изоклина уравнения энергии газа позволяет определить $\Delta T_1 = A\Delta T_2/(1 + A)$, где $A = nS\alpha_{12}/\alpha_1 S_1$. Поскольку в этих расчетах $A \gg 1$, температура газа становится близкой к температуре частиц, а затем в равновесном по температурах режиме облако частиц воспламеняется.

Аналогична реакция облака на предварительный подогрев частиц, т. е. при изменении начальной температуры $T_{2,0}$. Так, при $r =$ 5 мкм, $T_{1,0} = 1$ время задержки воспламенения равно соответственно 9,55; 9,21; 8,84; 8,71; 8,43 для $T_{2,0} = 300$, 600, 900, 1000, 1200 К. Зависимость времени индукции от содержания частиц в облаке приведена на рис. 3. Как видно, с ростом ρ_2 при прочих постоянных условиях значение t_{ign} падает. Это обусловлено увеличением теплообмена от газа к частицам на первой конвективной стадии процесса теплообмена, а также увеличением тепловыделения за счет химической реакции.

Увеличение радиуса реакционной камеры приводит к установлению адиабатического процесса воспламенения. Действительно, увеличение R_3 на порядок, начиная с равного 15 см, приводит к временам индукции 21,27; 23,26; 23,28; 23,28, при этом температура газа 900, а окружающей среды 1 050 К. В то же время число Нуссельта при типичных размерах камеры, используемой в [9], не оказывало влияния на протекание воспламенения. Это связано с тем, что $A \gg 1$ и эффективный коэффициент теплопередачи смеси перестает зависеть от закона теплообмена между газом и частицами.

Изучалось влияние выделения тепла в обеих фазах. В частности, при $\sigma = 0$, что соответствует выделению тепла только на частицах, $t_{ign} = 9{,}55$. При возрастании σ время задержки воспламенения возрастает, вплоть до того, что

Таблица 3

Зависимость t_{ign} от начальной температуры газа при $T_{2,0} = 1$, $\bar{T} = 3{,}5$, $\alpha_- \cdot 10^5 = 0{,}48$, $R_3 = 1{,}5$ см

$T_{1,0}$	1	2	3	3,5	4
t_{ign}, с	9,55	7,86	5,06	2,87	1,07

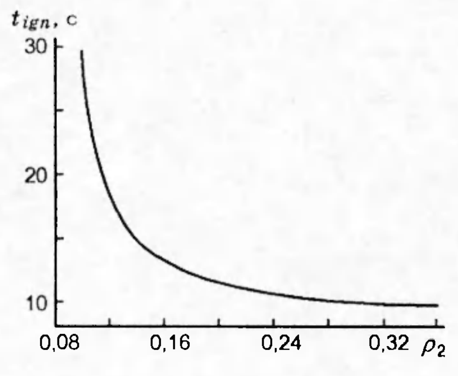

Рис. 3. Зависимость времени задержки воспламенения от средней плотности частиц

частицы облака не воспламеняются. Так, для $\sigma = 0{,}5$; $0{,}6$; $0{,}7$; $0{,}8$ соответственно $t_{ign} = 11{,}9$; $12{,}9$; $14{,}6$; $17{,}83$. Если же $\sigma = 0{,}95$, то облако не воспламеняется.

ВЫВОДЫ

Предложена распределенная математическая модель воспламенения газовзвеси частиц металлов, принимающая во внимание тепловыделение в обеих фазах.

В рамках точечного приближения этой модели получены условия существования различных типов тепловой динамики газовзвеси, определены кинетические константы в эмпирическом законе роста оксидной пленки, что позволило описать экспериментальную кривую зависимости предельной температуры среды от средней плотности частиц в облаке магния.

Численно показано, что при малых размерах объема, вмещающего облако частиц реализуется неравновесный по температурам регулярный режим нагрева смеси, асимптотически приводящий к равновесному состоянию, расположенному на нижней ветви кривой катастроф/воспламенений, а при увеличении этого размера реализуется режим воспламенения.

Количественно и качественно установлено, что при прочих фиксированных параметрах системы существует предельное значение радиуса частицы облака r_*; что при радиусах, меньших этого значения, облако воспламеняется, а при больших — в нем реализуется режим регулярного нагрева.

Увеличение доли тепла, выделяющегося в газе, приводит к регулярному режиму нагрева частиц облака.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-01886).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Медведев А. Е., Федоров А. В., Фомин В. М.** Описание воспламенения и горения газовзвесей методами механики сплошной среды // Физика горения и взрыва. 1984. Т. 20, № 2. С. 3–9.
2. **Boiko V. M., Fedorov A. V., Fomin V. M., et al.** Ignition of small solid particles behind shock waves // Shock Waves, Explosions, and Detonations / Progress in Astronautics and Aeronautics / J. R. Bowen, N. Manson, and R. Soloukhin. (Eds). 1983. V. 87. P. 71–87.
3. **Kazakov Yu. V., Fedorov A. V., Fomin V. M.** Mathematical modeling of ignition in dusty gases // Arch. Combust. 1987. V. 7, N 1–2. P. 7–17.
4. **Fedorov A. V., Fomin V. M.** Mathematical modeling of ignition of aerosuspension // Intern. Colloqium on Advanced Computation and Analysis of Combustion. Moscow, Russia, May 12–15, 1997.
5. **Нигматулин Р. И.** Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1, 2.
6. **Руманов Э. И., Хайкин Б. И.** Критические условия самовоспламенения совокупности частиц // Физика горения и взрыва. 1969. Т. 5, № 1. С. 129–136.
7. **Федоров А. В.** Физико-математическое моделирование воспламенения мелких частиц магния. Новосибирск, 1993. (Препр. / РАН. Сиб. отд-ние. ИТПМ; № 12-94).
8. **Федоров А. В.** Численно-аналитическое исследование воспламенения частиц магния // Физика горения и взрыва. 1996. Т. 32, № 1. С. 75–84
9. **Мацко А. М., Копейка К. М., Полищук Д. И. и др.** Влияние внешнего теплоотвода на критические условия воспламенения газовзвеси частиц магния // Физика аэродисперсных систем. 1980. № 20. С. 53–56.

Поступила в редакцию 29/IX 1997 г.