

О ПРИЛОЖЕНИИ ТЕОРИИ НАСЛЕДСТВЕННОСТИ К ЗАДАЧЕ ПЕРЕСЧЕТА ДАННЫХ ПО РЕЛАКСАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ НА ПОЛЗУЧЕСТЬ

А. А. Чижик

(Ленинград)

Рассматривается построение первичных кривых ползучести по данным испытаний на релаксацию напряжений, использующее основные соотношения теории упругого последдействия Больцмана—Вольтерра в формулировке Ю. Н. Работнова [1]. Как известно [2], применительно к процессам ползучести и релаксации напряжений при условии, когда нагружение образца происходит практически мгновенно (что обычно имеет место в реальных условиях испытаний), отмеченные соотношения принимают вид:

при условии постоянства приложенного напряжения

$$\varphi(\varepsilon) = [1 + G(t)] \sigma_0, \quad \left(G(t) = \int_0^t I(t-\tau) d\tau \right) \quad \text{при } \sigma = \sigma_0 = \text{const} \quad (1)$$

при условии постоянства суммарной деформации

$$\sigma = [1 + R(t)] \sigma_0 \left(R(t) = \int_0^t K(t-\tau) d\tau \right) \quad \text{при } \varepsilon = \varepsilon_0 = \text{const} \quad (2)$$

Здесь K — ядро релаксации. I — ядро последдействия.

Установим аналитическое выражение функции $G(t)$ через функцию $R(t)$, известную из результатов непосредственных испытаний на релаксацию напряжений. Как показывает обработка обширного экспериментального материала по релаксации напряжений различных сплавов для сравнительно больших времен испытания, последняя хорошо аппроксимируется степенной зависимостью вида (фиг. 1, где время t в час.; сплав ЭИ612 при 650°C)

$$R(t) = R_0 t^z \quad (0 < R_0, z < 1) \quad (3)$$

Здесь t — время испытания.

Зная выражение для функции $R(t)$, нетрудно, пользуясь (2), определить и ядро релаксации K . Рассмотрим далее два интегральных уравнения теории упругого последдействия

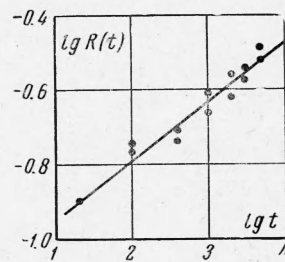
$$\varphi(\varepsilon) = \sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau) \varphi(\tau) d\tau \quad (4)$$

$$\varphi(\varepsilon) = \sigma(t) + \int_0^t I(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau \quad (5)$$

Уравнение (5) получается из уравнения (4) заменой роли известной и неизвестной функций, а также ядра релаксации через $-I$. Из теории интегральных уравнений следует, что ядро последдействия I зависит только от ядра релаксации K и является резольвентой последнего. Таким образом, задача аналитического воспроизведения функции $G(t)$ через известную функцию $R(t)$ может быть сведена к отысканию резольвенты I ядра релаксации K .

В сообщаемой работе для определения резольвенты ядра релаксации был применен операционный метод с использованием одностороннего преобразования Лапласа. Применяя последнее к обеим частям уравнений (4) и (5) и пользуясь теоремой о свертывании функций, нетрудно получить выражение изображения искомой резольвенты через изображение известного из опыта ядра релаксации. Применяя далее, с целью облегчения обращения, разложение в ряд изображения ядра последдействия по степеням изображения ядра релаксации, а также используя правила интегрирования степенных рядов и представление эйлеровой гамма-функции в виде контурного интеграла, после несложных преобразований, связанных с рациональным построением контура интегрирования, окончательно приходим к следующему выражению для резольвенты I ядра релаксации:

$$I(t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{[R_0 z \Gamma(z)]^m}{\Gamma(mz)} t^{mz-1} \quad (6)$$



Фиг. 1

Отсюда уже нетрудно определить и функцию $G(t)$, воспользовавшись формулой (1), где интеграл следует понимать в смысле главного значения

$$G(t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{[\Gamma(z+1) R(t)]^m}{\Gamma(mz+1)} \quad (7)$$

Таким образом, основное соотношение теории упругого последействия (1), приведенное выше для случая ползучести, может быть представлено как функция одного только $R(t)$ в виде

$$\varphi(\varepsilon) = \left(1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{[\Gamma(z+1) R(t)]^m}{\Gamma(mz+1)}\right) \sigma_0 \quad (8)$$

Нетрудно показать, воспользуясь признаком Даламбера, что ряд (8) сходится абсолютно при соблюдении первоначального условия (3). В связи с тем что последнее всегда имеет место в опытах на релаксацию напряжений, имеется реальная возможность построения первичной кривой ползучести по любым релаксационным кривым, в пределах их соответствия основному соотношению теории упругого последействия (2).

Принимая во внимание тот факт, что функция деформации ползучести удовлетворительно описывается степенной зависимостью, и решая уравнение (1) относительно суммарной деформации ползучести ε , приходим к выражению

$$\varepsilon = A \left(1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{[\Gamma(z+1) R(t)]^m}{\Gamma(mz+1)}\right)^n \sigma_0^n \quad (9)$$

где n — коэффициент ползучести.

Далее, учитывая, что средняя скорость деформации на установившейся стадии ползучести практически не зависит от времени, а также чрезвычайно быструю сходимость ряда (7), имеем

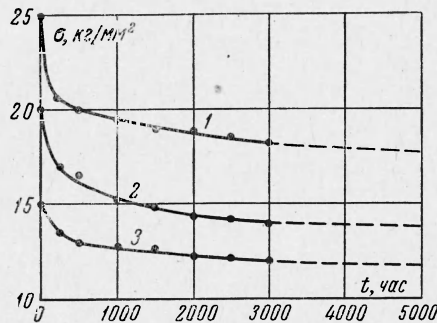
$$\xi_* \sim A \left[t^{-\frac{1}{n}} + t^{-\frac{1}{n}} R(t) + \dots\right] \sigma_0^n = A \left[t^{-\frac{1}{n}} + t^{-\frac{1}{n}} R_0 t^z + \dots\right] \sigma_0^n \quad (10)$$

где ξ_* — интегральная средняя скорость ползучести на интервале $(0, t)$, что для достаточно большого времени испытания позволяет прийти к соотношению

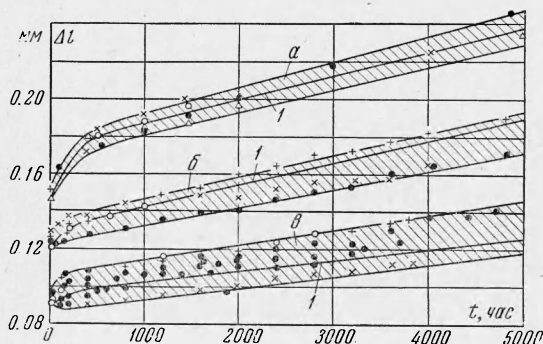
$$n \approx 1/z \quad (11)$$

Следует отметить, что предлагаемая зависимость не противоречит опытным данным, устанавливающим пределы изменения коэффициента ползучести. Действительно, нижний предел изменения n , а именно $n = 1$, достигается при $z = 1$, что касается верхнего предела $n = \infty$, то, как нетрудно видеть на основании (3), последний всегда имеет место при $z = 0$, т. е. в условиях, когда процессы ползучести и последействия полностью исключаются.

Коэффициент пропорциональности A также может быть определен из опытов на релаксацию напряжений. Однако для его определения можно предложить несколько вариантов, а именно, коэффициент A можно определять из второй стадии релаксации путем испытания образца с периодическим подгрузением и др. Во всех случаях необходимо вычисление нескольких значений коэффициента с последующим их выравниванием при помощи метода средних квадратов.



Фиг. 2



Фиг. 3

Для оценки предлагаемого метода пересчета данных релаксации напряжений на ползучесть была предпринята экспериментальная проверка и прежде всего — в части определения коэффициента ползучести при помощи (11) для шести марок сталей различного состава при различных температурах, при этом сравнивались расчетные значения n^* с экспериментальными n_0

Марка стали	T°	n_0	n^*
Ст. 40	400	8.1	8.6
Ст. 35ХМ	450	2.8	3.6
Ст. 50ХФА	450	9.0	12.0
Ст. 30ХМ	500	5.8	6.5
P-2	525	1.8	2.5
ЭИ612	650	6.0	5.7

Из этих данных вытекает приемлемая корреляция между n^* и n_0 , тем более, что нередко погрешность в определении истинного коэффициента ползучести из графиков сопротивляемости ползучести составляет $\sim 15-20\%$.

В качестве исходных данных для пересчета на характеристики ползучести были использованы результаты по релаксации напряжений сплава ЭИ612 длительностью 2000 час. при 650°C и трех значениях начального напряжения (фиг. 2, где 1 — $\sigma_0 = 25 \text{ кг/мм}^2$, 2 — $\sigma_0 = 20 \text{ кг/мм}^2$, 3 — $\sigma_0 = 15 \text{ кг/мм}^2$, причем при расчете использовались результаты стандартной экстраполяции на 5000 час. На основании этих данных были построены первичные кривые ползучести для трех уровней напряжений, при этом, как следует из рассмотрения фиг. 3 (где $a - \sigma = 20 \text{ кг/мм}^2$, $b - \sigma = 16 \text{ кг/мм}^2$, $\sigma - \sigma = 14 \text{ кг/мм}^2$; 1 — расчетная кривая), эти кривые располагаются в полосе разброса экспериментальных результатов при ползучести.

Автор благодарит Л. Я. Либермана, под руководством которого была выполнена экспериментальная часть работы.

Поступила 5 V 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов Ю. Н. Равновесие упругой среды с последствием. ПММ, 1948, т. 12, вып. 4.
2. Работнов Ю. Н., Некоторые вопросы теории ползучести, Вестн. Моск. ун-та, 1948, № 10, стр. 81—91.

ЗАКРИТИЧЕСКИЕ ДЕФОРМАЦИИ И УСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛОГОГО СФЕРИЧЕСКОГО СЕГМЕНТА

Л. И. Шкутин

(Новосибирск)

Рассматривая схему выпучивания, предложенную Погореловым [1] для тонкостенных выпуклых оболочек, можно заметить, что при переходе от зеркального выпучивания к истинному в окрестности границы выпучивания имеет место ярко выраженный краевой эффект. Поэтому энергию деформации в указанной окрестности можно вычислить, исходя из теории краевого эффекта. Такой путь наиболее быстро приводит к цели. Он оказывается особенно удобным в применении к пологим оболочкам, ибо позволяет оценить влияние граничных условий на величину энергии выпучивания, а вместе с ней, и на величину нижней критической нагрузки.

Ниже это будет показано на примере тонкостенного пологого сферического сегмента, жестко заделанного по краю и нагруженного с выпуклой стороны равномерным нормальным давлением. Кроме того, будет предложен приближенный способ определения верхней критической нагрузки.

1. Энергия упругой деформации при выпучивании. Процесс выпучивания пологого (в смысле определения — [1], стр. 73) сферического сегмента под действием не возрастающей нагрузки обязательно остановится, достигнув края. Для тонкостенного сегмента с жестко заделанным краем форма окончательного выпучивания оказывается весьма близкой к зеркальному отражению сегмента относительно плоскости края. Заметное отличие наблюдается обычно лишь у самой заделки. В связи с этим естественно предположить, что истинная форма выпучивания пологого сегмента может быть получена из зеркальной путем некоторой краевой деформации (фиг. 1).