

4. Алхимов А. П., Папырин А. Н., Предин А. Л., Солоухин Р. П. О диагностике сверхзвуковых двухфазных потоков по рассеянному лазерному излучению.— В кн.: Всесоюзный симпозиум по методам аэрофизических исследований, тезисы докладов. Новосибирск, изд. ИТПМ СО АН СССР, 1976.
5. Алхимов А. П., Горбачев А. Т., Папырин А. Н. О методе скоростной фоторегистрации сверхзвуковых двухфазных потоков.— В кн.: Аэрофизические исследования. Новосибирск, изд. ИТПМ СО АН СССР, 1973.
6. Алхимов А. П., Арбузов В. А., Папырин А. П., Солоухин Р. П., Штейн М. С. Лазерный доплеровский измеритель скорости для исследования быстрых газодинамических потоков.— ФГВ, 1973, № 4, с. 585.
7. Папырин А. П., Штейн М. С. Генератор дыма для визуализации газодинамических течений.— В кн.: Газодинамика и физическая кинетика. Новосибирск, изд. ИТПМ СО АН СССР, 1974.
8. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
9. Дейч М. Е. Техническая газодинамика. М., Энергоиздат, 1961.
10. Goïn K. L., Lawrence W. R. Subsonic drag of spheres at Reynolds numbers from 200 to 10000.— «AIAA. J.», 1968, vol. 6, N 5, p. 961.
11. Гродзовский Г. Л. О движении мелких частиц в газовом потоке.— «Учен. зап. ЦАГИ», 1974, т. 5, № 2.
12. Hansen B. Progrès permis par l' anemometre à laser dans la mesure des écoulements.— «Mes. Regul. Automat.», 1972, t. 37, N 1—2, p. 78.
13. Stein H. D., Pbeiber H. J. Investigation of the velocity relaxation of micron-sized particles in shock waves using laser radiation.— «Appl. Optics», 1972, vol. 11, N 2.
14. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М., Физматгиз, 1969.
15. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., Физматгиз, 1959.
16. Алхимов А. П., Папырин А. П., Предин А. Л. О некоторых особенностях эффекта скоростного запаздывания частиц при переходе двухфазного потока через ударную волну. Новосибирск, отчет ИТПМ СО АН СССР, № 15313/800, 1976.

УДК 621.181:538.4

О МЕТОДИКЕ РАСЧЕТА ИНДУКЦИОННОГО РАСХОДОМЕРА ДЛЯ ТРУБОПРОВОДОВ БОЛЬШОГО ПРОХОДНОГО СЕЧЕНИЯ

А. С. Петражицкий, В. Э. Циркунов

(Рига)

В моделях расходомеров, работающих в широком диапазоне магнитных чисел Рейнольдса Re_m , используется двумерное приближение. Корректная формулировка математической модели расходомера для произвольных Re_m дана в работе [1]. В случае аппроксимации внешнего магнитного поля однородным на некотором участке и экспоненциально спадающим по краям участка приведено аналитическое выражение для индуцированного магнитного поля, полученное с помощью интегрального преобразования Фурье по координате вдоль канала. Расчеты по приведенному выражению затруднены в окрестностях ряда значений Re_m вследствие потери точности.

В работе [2] с помощью представления магнитного поля в виде тригонометрического ряда по координате поперек канала получено общее решение задачи о распределении магнитного поля и потенциала при произвольной зависимости внешнего поля от координаты вдоль канала. Приблизительно учитывается наличие проводящих стенок канала на основе представления стенки в виде бесконечного тонкого слоя с определенным сопротивлением единицы длины. Рассмотрен также частный случай аппроксимации внешнего магнитного поля несколькими экспоненциальными функциями. Следует отметить, что непосредственное использование найденного в [2] общего решения при расчете электромагнитных характеристик канала в случае, когда внешнее магнитное поле определяется экспериментально в наборе равноотстоящих точек, затруднительно, поскольку связано с вычислением интегралов с переменным пределом, где подынтегральное выражение содержит производную от внешнего магнитного поля.

В данной работе избрана форма общего решения задачи, удобная для приложений. При построении решения использованы две основные идеи.

Во-первых, поскольку магнитное поле в канале распространяется практически в некотором конечном интервале, вместо одного участка канала с внешним магнитным полем рассматривается система таких участков при условии, что их взаимным влиянием можно пренебречь. Ослабление взаимного влияния достигается увеличением периода системы, причем чем шире диапазон чисел Re_m , в котором надо рассчитать характеристики канала, тем больше должен быть период системы. В математическом отношении введение системы участков с магнитным полем приводит к возможности представления полевых величин в виде ряда Фурье по координате вдоль канала.

Во-вторых, поскольку внешнее магнитное поле обычно задано на основе измерений в равноотстоящих точках на отрезке некоторой длины, его удобно аппроксимировать конечным рядом Фурье, так как если число членов ряда равно числу точек измерения, значения аппроксимирующей функции совпадают в этих точках с измеренными значениями поля и брать больше членов не имеет смысла.

Поскольку ряд Фурье для внешнего магнитного поля конечен, то ряд Фурье для потенциала также конечен и содержит столько же членов. Таким образом, реализация упомянутых идей приводит к существенному упрощению формы решения задачи по сравнению с [1, 2]. Для задачи

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - Re_m \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0,$$

$$\varphi|_{y=0} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_{y=1} = f, \quad \varphi(z+2L) = \varphi(z)$$

получаем распределение безразмерного электрического потенциала в виде

$$(1) \quad \varphi(y, z) = f_0 y + 2 \operatorname{Re} \sum_{n=1}^N f_n \frac{\operatorname{sh} \kappa_n y}{\kappa_n \operatorname{ch} \kappa_n} \exp(-i \alpha_n z),$$

$$\alpha_n = \pi n / L, \quad \kappa_n = \sqrt{\alpha_n (\alpha_n - i Re_m)},$$

где f_n — коэффициенты разложения в конечный ряд Фурье безразмерной индукции внешнего магнитного поля $f(z)$. За единицу длины взята половина расстояния между проводящими стенками.

Формула (1) позволяет производить расчет чувствительности расхода $S = \varphi(1, 0)$ при любой форме внешнего магнитного поля и произвольном Re_m . Однако сравнение результатов расчета по этой формуле с данными эксперимента показало большую нелинейность расчетной характеристики $S(Re_m)$, чем это имеет место в действительности. Такое различие нельзя объяснить другой формой решения по сравнению с [1, 2], поскольку постановка задачи осталась прежней. Следовательно, сама постановка задачи неудовлетворительна. При обычной постановке задачи стирается различие в величине магнитного поля токов, текущих между полюсными наконечниками внешнего магнита и вне их. В данной работе предпринята попытка приближенно учесть это различие, при этом используются следующие предположения:

1) качественно такое же различие в величине магнитного поля токов в канале можно получить при бесконечной длине полюсных наконечников, но с изменяющейся вдоль канала относительной магнитной проницаемостью $\mu(z)$;

2) если предположить, что неоднородность индукции внешнего магнитного поля $f(z)$ обусловлена не неоднородностью напряженности магнит-

ного поля, а неоднородностью относительной магнитной проницаемости, то функция $\mu(z)$ совпадает с $f(z)$. С учетом этого уравнение для электрического потенциала запишем в виде

$$\partial^2 \varphi / \partial y^2 + \partial^2 \varphi / \partial z^2 - \operatorname{Re}_m f(z) \partial \varphi / \partial z = 0.$$

Граничные условия остаются теми же. Для гармоник порядка n получим однородную систему дифференциальных уравнений

$$\frac{d^2 \varphi_n}{dy^2} - \kappa_n^2 \varphi_n = -i \operatorname{Re}_m \sum_{k \neq n} f_{|n-k|} \alpha_k \varphi_k,$$

где

$$\kappa_n^2 = \alpha_n^2 - i f_0 \operatorname{Re}_m \alpha_n, \quad f_l = 0 \quad \text{при} \quad |l| > N.$$

Поскольку необходимо найти $\varphi_n(y)$ в форме, удобной для вычислений, учитывая граничные условия, преобразуем дифференциальные уравнения в интегральные

$$(2) \quad \varphi_n(y) = f_n R_n(y) + i \operatorname{Re}_m \sum_{k \neq n} f_{|n-k|} \alpha_k \int_0^1 K_n(y, \eta) \varphi_k(\eta) d\eta,$$

$$R_n(y) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sh} \kappa_n y}{\kappa_n \operatorname{ch} \kappa_n}, & n \neq 0 \\ y, & n = 0, \end{cases}$$

$$K_n(y, \eta) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sh} \kappa_n y \operatorname{ch} \kappa_n (1 - \eta) - \operatorname{sh} \kappa_n (y - \eta) \operatorname{ch} \kappa_n U(y - \eta)}{\kappa_n \operatorname{ch} \kappa_n}, & n \neq 0 \\ y - (y - \eta) U(y - \eta), & n = 0, \end{cases}$$

где $U(y)$ — единичная ступенчатая функция [3]. Систему интегральных уравнений (2) решаем приближенно при помощи метода осреднения функциональных поправок [4]. Введем операцию осреднения по координате y

$$\langle \Psi \rangle = \int_0^1 \Psi(y) dy.$$

С помощью этой операции решение можно представить в виде

$$(3) \quad \varphi_n(y) \approx f_n \frac{R_n(y) \langle T_n \rangle - \langle R_n \rangle T_n(y)}{\langle T_n \rangle} + C_n \frac{T_n(y)}{\langle T_n \rangle},$$

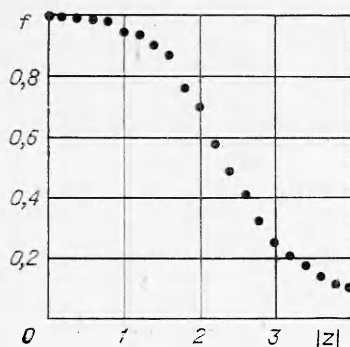
где

$$T_n(y) = \int_0^1 K_n(y, \eta) d\eta,$$

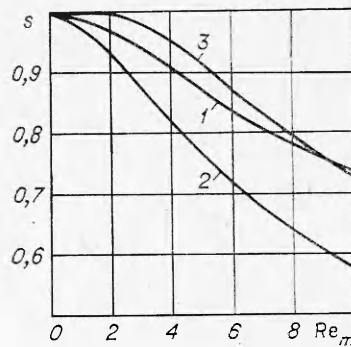
а коэффициенты C_n определяются из системы линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{k=-N}^N [\delta_{nk} - i \operatorname{Re}_m (1 - \delta_{nk}) f_{|n-k|} \alpha_k \langle T_n \rangle] C_k = f_{|n|} \langle R_n \rangle.$$

На основании (3) проводились расчеты чувствительности расходомера по моделям с постоянной и с переменной относительной магнитной проницаемостью канала. В качестве исходных данных в расчетах использовались результаты измерений внешнего магнитного поля в равноотстоящих точках на отрезке, длина которого составляет четыре диаметра канала



Фиг. 1



Фиг. 2

(фиг. 1). Значения поля на краях отрезка на порядок меньше максимального. Период системы полей равен двадцати диаметрам канала. Предполагалось, что вне зоны, где значения поля измерены, поле затухает по экспоненциальному закону. Показатель экспоненты определялся по значениям поля внутри зоны вблизи ее краев. Всего в пределах одного периода системы общее число точек, в которых задается внешнее поле, равнялось 200. В расчетах внешнее поле аппроксимировалось конечным рядом Фурье с 40 членами, при этом среднее квадратичное отклонение от заданных значений внешнего поля составило 1,7%.

При выбранном значении периода системы полей можно рассчитывать распределение потенциала в канале без учета ограниченности полюсных наконечников при $Re_m \leq 10$, а с учетом — при $Re_m \leq 100$. В последнем случае «вынос» потенциала за пределы зоны внешнего магнитного поля сравнительно мал.

На фиг. 2 результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными, полученными сотрудниками Таллинского завода измерительных приборов на установке ДУ-500 [5] (кривая 1 — расчет при $\mu(z) = f(z)$, 2 — расчет при $\mu(z) = 1$, 3 — эксперимент).

Как следует из фиг. 2, предлагаемый метод решения задачи о распределении потенциала с учетом влияния полюсных наконечников на электромагнитные процессы в канале позволяет получить совпадение результатов расчета и эксперимента с точностью 5% в интервале $Re_m = 0-10$. Таким образом, данный метод может служить основой при расчете чувствительности индукционных расходомеров при больших магнитных числах Рейнольдса.

Для окончательного вывода о применимости модифицированного уравнения для электрического потенциала необходимы дополнительные экспериментальные исследования при различных конфигурациях внешнего магнитного поля.

Поступила 25 V 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Ватажин А. Б., Звенигородский Э. Г., Кашкин Ю. Ф., Регирер С. А., Холщевникова Е. К. Электромагнитные характеристики МГД-каналов с непроводящими стенками при конечных магнитных числах Рейнольдса. — МГ, 1972, № 1, с. 19.
2. Васильев В. Ф., Лаврентьев И. В. Концевые эффекты в магнитогидродинамических каналах при конечных магнитных числах Рейнольдса. — ПМТФ, 1971, № 3, с. 19.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., «Наука», 1974.

4. Соколов Ю. Д. Метод осреднения функциональных поправок. Киев, «Наукова думка», 1967.
5. Гаммерман М. Я., Хайтин Б. А. К вопросу об однозначности показаний магнито-электрических преобразователей расхода. — В кн.: Материалы к VI Таллинскому совещанию по электромагнитным расходомерам и электротехнике жидких проводников. Расходомеры жидких металлов. Таллин, 1973.

УДК 533.9.07; 539.3

ПРОЦЕСС РАСКРЫТИЯ НЕУПРУГОЙ ДИАФРАГМЫ В УДАРНОЙ ТРУБЕ

В. А. Волков, В. Н. Пармон, Б. К. Ткаченко

(Долгопрудный)

Вопросы, связанные с механизмом раскрытия диафрагм в ударных трубах, обсуждаются в работах [1—3], где рассматривается «шарнирная» модель. Обычно предполагается, что после разрыва по насечкам лепестки диафрагмы не подвергаются деформации и совершают лишь вращательное движение вокруг места закрепления в трубе, сопротивление диафрагмы в местах закрепления не учитывается. Для расчета процесса раскрытия диафрагмы нами использована модель так называемой свободно-сочлененной цепи, при этом предполагается, что силы давления на диафрагму много больше упругих сил материала и упругими силами можно пренебречь. Такая ситуация может возникнуть во взрывных и электроразрядных ударных трубах, ударных аэродинамических трубах и т. п.

В данной работе проводилось фотографирование процесса раскрытия медной диафрагмы толщиной 1,5 мм и диаметром 50 мм с торца электроразрядной ударной трубы [4]. Использовалась камера СФР в режиме покадровой съемки с частотой $5 \cdot 10^5$ кадр/с. Подобного типа диафрагмы с крестообразной насечкой глубиной 1 мм выдерживали давление до 90 атм. Перед разрядом камера объемом 200 см³ наполнялась гелием до 10 атм и в ней происходил разряд батареи конденсаторов при напряжении 5,5 кВ с общей энергией 30 кДж. По оценкам [4] давление в камере повышалось до ~ 400 атм.

На фиг. 1 показаны последовательно фотографии процесса раскрытия через 8 мкс (время экспозиции 2,5 мкс). Примечательно, что проходное сечение практически с момента разрыва по насечкам имеет строго крестообразную форму и сохраняет ее вплоть до полного раскрытия. Экспериментально установлено также, что лепестки удлиняются примерно в 1,5 раза вследствие удлинения их в процессе движения.

Рассматривается движение цепи, состоящей из N звеньев, каждое массой m_i и длиной l_i , масса звена считается сосредоточенной в его конце. При $i \rightarrow \infty$ такая цепь есть модель неупругой диафрагмы с заданным распределением массы.



Ф и г. 1