

ПОСТРОЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ВРЕМЕНИ РЕЛАКСАЦИИ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ОТ ПАРАМЕТРОВ СОСТОЯНИЯ СРЕДЫ

Л. А. Мерзиевский, С. А. Шамонин
(Новосибирск)

Изменение напряженного состояния реальных твердых тел может происходить не только в результате движения среды, но и при отсутствии каких-либо макроскопических перемещений и притока или оттока тепла от ее элементов. Максвеллом было предложено характеризовать такой процесс убыванием касательных напряжений и введено понятие времени их релаксации. Дальнейшее развитие эти идеи получили в работах [1—3], в первой из которых представление о времени релаксации касательных напряжений τ рассматривается с молекулярно-кинетической точки зрения, а в остальных — формулируются и анализируются модели сред с нелинейной зависимостью τ от температуры и напряжений. К сожалению, в настоящее время отсутствуют методы прямого экспериментального определения времени релаксации при интенсивных динамических нагрузках. Для определения τ приходится использовать косвенные экспериментальные данные, привлекая при этом различные модели деформируемого твердого тела. Интерполяционная формула зависимости для некоторых металлов, полученная на основе имеющейся в литературе информации о зависимости динамического предела текучести σ_d и предела прочности на растяжение от скорости деформирования $\dot{\epsilon}$, приведена в [4], а затем уточнена в [5]. В данной работе зависимость времени релаксации касательных напряжений от их интенсивности σ , величины сдвиговой (пластической) деформации и температуры T строится на основе дислокационных представлений о механизме процесса релаксации с привлечением модели вязкоупругого тела [3] и экспериментальных данных, аналогичных использованным в [4, 5].

В [3] в качестве меры деформации используется либо метрический тензор деформации g_{ij} , либо тензор деформации Альманси $\epsilon_{ij} = 1/2(\delta_{ij} - g_{ij})$, где δ_{ij} — символ Кронекера. Ограничимся рассмотрением малых деформаций, при которых тензор Альманси совпадает с тензором малых деформаций, вводимым традиционным способом. Представим тензор деформации в виде суммы тензоров упругой e_{ij} и пластической s_{ij} деформаций

$$(1) \quad \epsilon_{ij} = e_{ij} + s_{ij}.$$

В рамках данной работы достаточно ограничиться рассмотрением задачи о деформации круглого стержня. Естественная для такой задачи цилиндрическая система координат совпадает с главными осями тензора деформации, который, как и тензор напряжений, в этом случае принимает диагональный вид и характеризуется компонентами ϵ_i , $i = 1, 2, 3$. Соотношение (1) принимает вид

$$\epsilon_i = e_i + s_i.$$

Максимальная пластическая деформация s (главное значение тензора пластической деформации) определяется через s_i :

$$s = (s_1 - s_2)/2 = (s_1 - s_3)/2 = 3s_1/4 = -3s_2/2$$

и происходит в плоскости максимального касательного напряжения. Так

как релаксация касательных напряжений совершается в процессе пластической деформации, естественно предположить, что время релаксации пропорционально величине, обратной скорости максимальной пластической деформации:

$$\tau \sim 1/(ds/dt).$$

Пластическая деформация осуществляется посредством движения дислокаций, а ее скорость связана с характеристиками системы движущихся дислокаций соотношением Орована:

$$ds/dt = bNv,$$

где N , v — плотность подвижных дислокаций на единицу объема и их средняя скорость; b — модуль вектора Бюргерса, откуда

$$(2) \quad \tau \sim 1/(bNv).$$

Осредненные характеристики ансамбля дислокаций N , v , в свою очередь, являются функциями интенсивности касательных напряжений σ , величины пластической деформации s и температуры T .

В зависимости от уровня температуры и напряжений, вызванных внешней нагрузкой, движение дислокаций может происходить в трех качественно отличающихся друг от друга режимах. При относительно малых по сравнению с пределом текучести материала нагрузках происходит переползание дислокаций — явление, носящее диффузионный характер и протекающее со скоростями диффузионных процессов. Поведение материалов в таких условиях, в том числе и релаксацию касательных напряжений, описывают в рамках моделей теории ползучести. Если интенсивность касательных напряжений близка к статическому пределу текучести, то скорость движения дислокаций определяется термоактивированием поперечного скольжения дислокаций — область так называемого термоактивированного подбарьерного скольжения. При дальнейшем повышении внешних напряжений происходит непрерывное надбарьерное скольжение дислокаций, посредством которого и осуществляются конечные пластические деформации металлов. Последний режим движения дислокаций, наименее изученный экспериментально и теоретически, является наиболее интересным с точки зрения изучения процессов релаксации касательных напряжений, так как он соответствует области максимально резкого нелинейного изменения зависимости времени релаксации от параметров состояния среды. Основные экспериментальные результаты, явившиеся базой для построения модельных описаний процесса движения и размножения дислокаций, получены в [6]. Здесь, по-видимому, изучался максимально широкий диапазон изменения скоростей движения дислокаций (вплоть до 1 км/с) при напряжениях, много больших статического предела текучести материала. В результате обработки экспериментальных данных получены выражения для средней скорости движения дислокаций

$$(3) \quad v = v_0 \exp [- (\sigma_0 + Hs)/\sigma]$$

и числа подвижных дислокаций

$$(4) \quad N = N_0 + Ms$$

где v_0 — максимально возможная скорость движения дислокаций, равная скорости сдвиговых волн; σ_0 — характеристическое напряжение торможения; H — коэффициент деформационного упрочнения; N_0 — начальная плотность подвижных дислокаций; M — коэффициент размножения. В работах [7, 8] соотношения (3), (4) использованы для объяснения явления затухания амплитуды упругого предвестника и описания поведения металлов при ударном воздействии. Полученное при этом хорошее соответ-

ствие экспериментальных и расчетных данных дает основание использовать (3), (4) в качестве основных соотношений теории динамики дислокаций.

Иной вид интерполяционных функций использован в [9] при изучении профиля упругопластических волн в алюминии:

$$(5) \quad N = N_0[1 + (Qs/bN_1)] \exp(-\lambda s);$$

$$(6) \quad v = v_0 \delta^n / (1 + \delta^n), \quad \delta = (\sigma - \sigma_c) / \sigma_k,$$

где N_1 — начальная плотность всех дислокаций; σ_c — статический предел текучести материала; Q , λ , σ_k , n — некоторые постоянные, связанные с исходным состоянием материала. Использование этих зависимостей также приводит к хорошему совпадению расчетных и экспериментальных данных.

Соотношения (3), (4) или (5), (6) вместе с (2) позволяют установить вид функции, связывающей время релаксации τ с параметрами, характеризующими напряженно-деформированное состояние среды. Будем считать, что

$$(7) \quad \tau = a/(bNv),$$

где a — еще подлежащий определению коэффициент пропорциональности. Следует отметить, что параметры, входящие в соотношения (3) — (6), и коэффициент a зависят от температуры, что и позволяет провести построение функции $\tau(\sigma, s, T)$.

Непосредственное определение величин, входящих в формулы, описывающие динамику дислокаций, является сложной экспериментальной задачей. В настоящее время надежные данные об их значениях известны только для армко-железа [7, 8] и одной марки алюминия [9]. В [10] эти параметры рассчитываются на основе экспериментально определенных статических зависимостей напряжений от деформации. При этом остается неясной возможность использования найденных таким образом параметров в случае деформирования с высокими скоростями.

Будем определять параметры, входящие в (7) (значит, и в (3) — (6)) на основе «численных экспериментов» по одноосной деформации тонкого стержня. Постановка задачи в модели вязкоупругого тела максвелловского типа обсуждалась в [5], [11]. Задача сводится к решению системы уравнений

$$(8) \quad \begin{aligned} d\alpha/dt &= \varepsilon - (\alpha - d)/\tau, \\ de/dt &= 4c^2[(\alpha - d)^2 + (\beta - d)^2 + (\gamma - d)^2]/2T\tau, \end{aligned}$$

где $d = (\alpha + \beta + \gamma)/3$; α , β , γ — логарифмы относительных удлинений вдоль продольной и поперечной осей координат соответственно; c — скорость распространения поперечных волн; e — плотность энтропии на единицу массы. Система (8) дополняется уравнением состояния материала в виде зависимости плотности внутренней энергии $E = E(\alpha, \beta, \gamma, e)$, формулами Мурнагана

$$(9) \quad \sigma_1 = \rho \partial E / \partial \alpha, \quad \sigma_2 = \rho \partial E / \partial \beta, \quad \sigma_3 = \rho \partial E / \partial \gamma, \quad T = \rho \partial E / \partial e$$

(σ_i ($i = 1, 2, 3$) — напряжения, ρ — плотность материала) и соотношениями

$$(10) \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0, \quad \beta = \gamma.$$

В результате решения задачи (8) — (10) при заданных $\varepsilon = \text{const}$, $\tau = \tau(\sigma, s, T)$ определяется $\sigma_1(\varepsilon_1)$ — диаграмма растяжения материала,

которую можно сравнить с соответствующей экспериментальной зависимостью.

Система (8) вследствие наличия в правой части первого уравнения резко меняющейся в большом диапазоне значений функции $\tau(\sigma, s, T)$ является жесткой автономной системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Отношение максимального и минимального собственных чисел ее матрицы Якоби имеет порядок $\sim 10^3$. Применение явных методов типа методов Рунге — Кутты и Адамса для решения таких систем затруднено из-за сильного ограничения на шаг интегрирования во всем расчетном интервале, вызванного требованием устойчивости численного решения. Для решения жестких систем разрабатываются специальные эффективные методы решения, позволяющие существенно сокращать время проведения расчета [12]. В данной работе использован метод переменного порядка и шага, построенный в [13] на основе A -устойчивых методов Розенброка.

Пусть дана жесткая система K обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными данными

$$dy/dt = f(y), \quad y(t_0) = y_0, \quad y = (y_1, \dots, y_K).$$

Общий вид формул Розенброка применительно к этой системе имеет вид

$$y_{n+1}^{(m)} = y_n + \sum_{i=1}^m p_i^{(m)} k_i, \quad k_i = h_n [I - h_n a_i A(\xi_i)]^{-1} f(\eta_i),$$

$$\xi_i = y_n + \sum_{j=1}^{i-1} \lambda_{ij} k_j, \quad \eta_i = y_n + \sum_{j=1}^{i-1} \mu_{ij} k_j \quad (i = 2, \dots, m),$$

$$\xi_1 = \eta_1 = y_n,$$

где $A(z) = \partial f / \partial y|_{y=z}$ — матрица Якоби рассматриваемой системы; $y_{n+1}^{(m)}$ — значение функции, рассчитанное m -стадийным методом на момент времени t_{n+1} ; y_n , h_n — значение функции и шаг интегрирования в момент t_n ; I — единичная матрица размером $K \times K$. Коэффициенты $p_i^{(m)}$, a_i , λ_{ij} , μ_{ij} выбираются так, чтобы m -стадийный метод имел порядок аппроксимации, равный m , был A -устойчив, а число вычислений и обращений матрицы Якоби на одном шаге интегрирования было бы минимальным. Численные значения коэффициентов метода для случая $m = 4$ приведены в [13].

Локальная ошибка аппроксимации определяется по формуле

$$\delta y_n^{(m)} = \min_{m < j \leq 4} \|y_n^{(j)} - y_n^{(m)}\|, \quad m = 1, 2, 3,$$

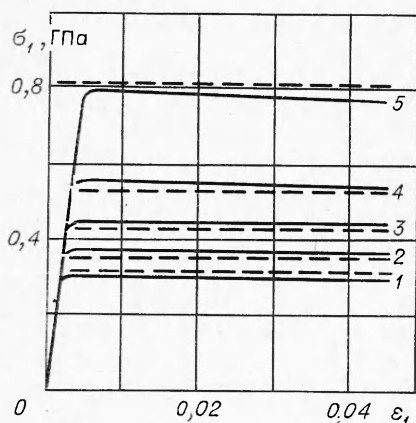
где $\|\cdot\|$ — максимальная норма вектора. Шаг интегрирования на момент времени t_{n+1} выбирается так, чтобы выполнялось неравенство

$$(11) \quad \delta y_{n+1}^{(m)} \leq \varepsilon (\varepsilon / c_m)^{1/m}, \quad m = 1, 2, 3,$$

ε — требуемая точность решения; c_m — некоторые постоянные, приведенные в [13]. Прогнозирование шага интегрирования проводится на основе неравенства

$$(12) \quad \delta y_{n+1}^{(m)} \leq \varepsilon (\varepsilon / c_m)^{1/m} / q^{i(m+1)},$$

полученного при исследовании локальной ошибки аппроксимации. Если это неравенство выполняется для каких-то i и q (i — натуральное число, q — вещественное число), то шаг интегрирования можно увеличить в q^i раз. При невыполнении (11) при любых значениях m шаг необходимо уменьшить в q^{i+1} раз, где i — максимальное целое отрицательное число,



Фиг. 1

температуре с соотношениями (3), (4) и значениями входящих в них параметров, приведенными в [8], показаны на фиг. 1 в виде зависимостей $\sigma_1(\epsilon_1)$. Величина a в (7) выбиралась излагаемым ниже способом. Кривые 1—5 соответствуют значениям скорости деформации 10 ; 10^2 ; ...; 10^5 . Вид полученных зависимостей характерен для идеальной упруго-пластической среды: имеется участок линейной зависимости между напряжением и деформацией и участок роста деформации при незначительном изменении напряжения. Некоторое уменьшение напряжения при росте деформации объясняется релаксацией напряжения вследствие разогрева среды при пластической деформации. Сопоставление расчетных величин динамических пределов текучести с данными экспериментов для мягкой стали [15] (приведены на фиг. 1 в виде штриховых линий) показывает их хорошее согласие, несмотря на различие марок железа, использованных в [8, 15].

Рассмотрим теперь задачу о нахождении параметров, входящих в формулу (7). Проводя численные эксперименты по однородному деформированию тонкого стержня при различных фиксированных скоростях деформации, можно получить ряд расчетных значений динамического предела текучести σ_{pi} . В силу особенностей выбранной модели расчета эти величины будут зависеть от ϵ и значений параметров в формулах, определяющих динамику дислокаций (σ_0 , H , N_0 , M в (3), (4) и N_0 , Q , λ , σ_h , n в (5), (6)), а также величины a в (7). Обозначив набор всех этих параметров через $r_1, \dots, r_k$, где k в зависимости от используемых соотношений равно 5 или 6, и учитывая, что сами r_i ($i = 1, \dots, k$) изменяются с изменением температуры, при которой проводится эксперимент, можно записать, что $\sigma_{pi} = \sigma_{pi}(\epsilon_i, r_1(T), \dots, r_k(T))$. Теперь, если для данного материала и температуры из физического эксперимента известна совокупность действительных значений предела текучести $\sigma_{di}(\epsilon_i)$, $i = 1, \dots, F$, то вводим функцию

$$R(r_1(T), \dots, r_k(T)) = \sum_{i=1}^F [\sigma_{pi}(\epsilon_i, r_1, \dots, r_k) - \sigma_{di}(\epsilon_i)]^2,$$

которая определяет сумму квадратов отклонений экспериментальных значений пределов текучести от расчетных. Решением задачи о нахождении параметров r_i ($i = 1, \dots, k$) в формуле для времени релаксации (7) естественно считать такие их значения, которые доставляют минимум

для которого справедливо (12). Для вычислений на следующем шаге применяется тот m -стадийный метод, для которого прогнозируется максимальный шаг. При выполнении (12) за значение искомой функции в точке $t_{n+1} = t_n + h_n \sigma^i$ принимается величина $y_{n+1}^{(m)}$.

Изложенный метод с $m \leq 4$ применялся для решения системы (8)–(10). Входящее в эту систему алгебраическое уравнение решалось на каждом временном шаге методом Ньютона. При решении задачи использовалась зависимость упругой энергии от параметров сжатия при нешаровом тензоре деформации, приведенная в [14]. Результаты расчетов для железа при комнатной

функции R , если этот минимум достаточно близок к нулю. Для нахождения минимума $R(r)$, где r — вектор с компонентами $(r_1, \dots, r_k)$, использовался метод градиентного спуска. Пусть r_j — значение r , полученное в j -м приближении, тогда

$$r_{j+1} = r_j - h_0 \operatorname{grad} R(r_j),$$

где h_0 определяется из условия

$$R(r_j - h_0 \operatorname{grad} R(r_j)) = \min_{h>0} R(r_j - h \operatorname{grad} R(r_j)).$$

При реализации этого метода на ЭВМ был использован следующий алгоритм расчета: введем обозначение $f(h) = r_j - h \operatorname{grad} R(r_j)$, тогда, если $R(f(h)) < R(r_j)$, то $r_{j+1} = f(2^s h)$, где g — максимальное натуральное число, для которого справедливо неравенство

$$R(f(2^s h)) < R(f(2^{s-1} h)).$$

Если же $R(f(h)) \geq R(r_j)$, то в качестве следующего приближения принимается $r_j = f(h/2^\omega)$, где ω — минимальное натуральное число, при котором $R(f(h/2^\omega)) < R(r_j)$. Расчет заканчивается либо при $|R(r_j)| < \epsilon^0$, либо при $|R(r_{j+1}) - R(r_j)| < \epsilon_0$, ϵ^0 и ϵ_0 — некоторые малые, наперед заданные величины.

При решении задачи о нахождении параметров, входящих в (7), необходимо минимизировать $R(r)$ по 5—6 переменным. Как показал специально проведенный на основе результатов расчетов анализ, изменение различных параметров в (7) в разной степени влияет на величину рассчитываемого предела текучести. Так, варьирование начального числа подвижных дислокаций в диапазоне $10^5 \text{ 1/cm}^2 \leq N_0 \leq 10^9 \text{ 1/cm}^2$ при фиксированных значениях остальных параметров и ϵ приводит к изменению σ_{pi} всего на 2—3%. Этот результат можно объяснить, учитывая различия величин N_0 и $M(M/N_0 \sim 10^4\text{—}10^5)$, откуда следует, что начальное число подвижных дислокаций будет определять величину времени релаксации только в малой окрестности скачка, когда сдвиговая деформация очень мала. Рассуждая аналогичным образом, можно убедиться, что скорость движения дислокаций будет определяться величиной характеристического напряжения. Этот параметр в силу его прямой связи с величиной стартового напряжения, а следовательно, и с высотой пиков потенциального рельефа кристаллической решетки материала, по-видимому, и будет наиболее чувствителен к изменениям температуры. Учитывая, что (как указано в [16,17]) изменение температуры образца не оказывает существенного влияния на плотность дислокаций, ответственных за пластическую деформацию, следует считать, что основными варьируемыми параметрами в (7) должны быть $\sigma_0(T)$ и $a(T)$ в случае соотношений (3), (4) или их аналоги при использовании (5), (6). Численные расчеты показали, что зависимости $\sigma_p(\epsilon)$, полученные на основе решения задачи минимизации полного набора параметров и указанных двух, практически совпадают.

При решении данной задачи не было доказано, что $R(r)$ имеет единственный минимум или что отыскиваемый минимум является абсолютным. Достоверность полученных значений параметров оценивалась с точки зрения их физической правдоподобности. Численные эксперименты, в которых для ряда температур в физически реальном диапазоне менялись начальные значения отыскиваемых параметров, показали, что в такой области найденный минимум является единственным.

Данные расчетов параметров $a(T)$ и $\sigma_0(T)$ для алюминия, меди и железа приведены в табл. 1. Здесь же для каждого случая указаны макси-

Т а б л и ц а 1

Fe	$T, \text{ K}$	195	300	493	713	1100	1300	1500
	$\lg a$	−2,93	−5,64	−8,94	−11,92	−0,17	−1,44	−0,39
	$\sigma_0, \text{ ГПа}$	5,45	5,30	5,35	5,32	0,64	0,5	0,1
	$\delta, \%$	2,5	11	9,4	11,1	15,1	26,4	29,7

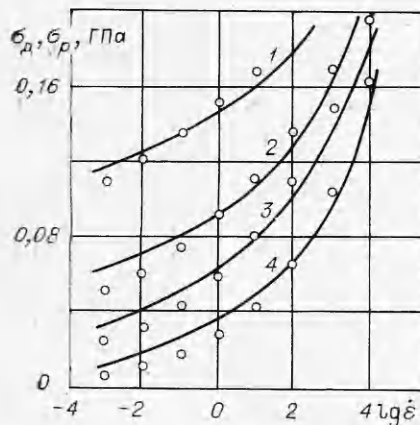
Cu	$T, \text{ K}$	400	600	800	1000	Al	$T, \text{ K}$	300	500	900
	$\lg a$	−6,3	−4,35	−3,17	−2,94		$\lg a$	−4,43	−2,56	−2,87
	$\sigma_0, \text{ ГПа}$	2,0	1,2	0,64	0,32		$\sigma_0, \text{ ГПа}$	1,37	0,671	0,08
	$\delta, \%$	5,5	15	7	9		$\delta, \%$	13,2	1	3

мальные расхождения экспериментальной $\sigma_d(\epsilon)$ и расчетной $\sigma_p(\epsilon)$ зависимостей δ . Эти отклонения, иногда достаточно большие, чаще всего относятся к одному из сравниваемых значений и могут быть следствием как неточности проведенного рассмотрения, так и результатом экспериментального разброса величин. Более точное представление о расхождениях расчетных зависимостей с экспериментальными данными дает их сравнение во всем диапазоне изменения ϵ , показанное на фиг. 2 (медь, кривые 1—4 соответствуют $T = 400; 600; 800; 1000$ К), фиг. 3 (алюминий, 1—3— $T = 300; 500; 900$ К), фиг. 4 (железо, 1—7 соответствуют $T = 195; 300; 493; 713; 1100; 1300; 1500$ К); здесь же точками указаны экспериментальные значения σ_d . Как следует из фиг. 2—4, расчеты дают достаточно хорошее описание экспериментальных зависимостей $\sigma_d(\epsilon)$.

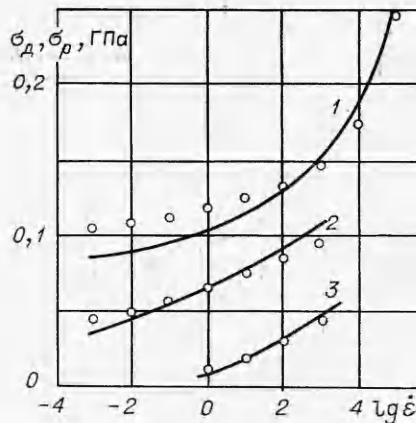
В то время, как $a(T)$ является чисто подгоночным параметром, величине σ_0 при построении зависимости (3) приписывается определенный физический смысл. В этой связи представляется необходимым проанализировать найденные зависимости $\sigma_0(T)$. В [18] на основе анализа взаимодействия дислокаций с точечными дефектами получено выражение, связывающее характеристическое напряжение торможения с температурой:

$$(13) \quad \sigma_0(T) = B \exp(-T/\theta)/T,$$

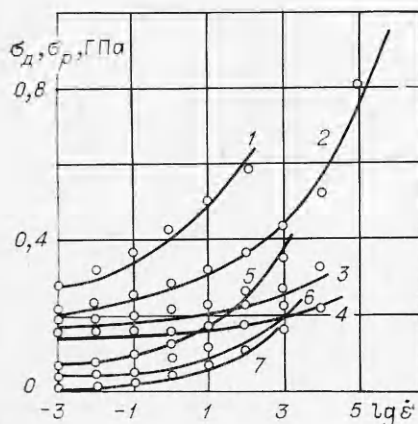
где θ — постоянный коэффициент; B — постоянная, зависящая от параметров решетки, дислокационной петли и концентрации дефектов в материале. Справедливость (13) проверена в [19], правда, всего для одного материала и относительно узкого диапазона низких температур. При соответствующем выборе величин B и θ в случае алюминия и меди рассчитанные значения $\sigma_0(T)$ хорошо описываются зависимостью (13). Сравнение проведено на фиг. 5, где 1 соответствует расчетным значениям $\sigma_0(T)$, 2 — значения вычислены по формуле (13). В случае железа рассчитанная зависимость $\sigma_0(T)$ качественно отличается от предыдущих и (13) тем, что в довольно широком диапазоне низких температур она сохраняет практически постоянное значение. С ростом температуры при достижении $T \simeq 700$ К зависимость $\sigma_0(T)$ резко понижается.



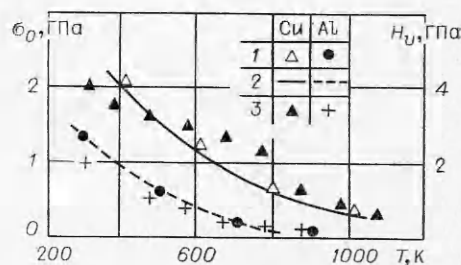
Ф и г. 2



Ф и г. 3



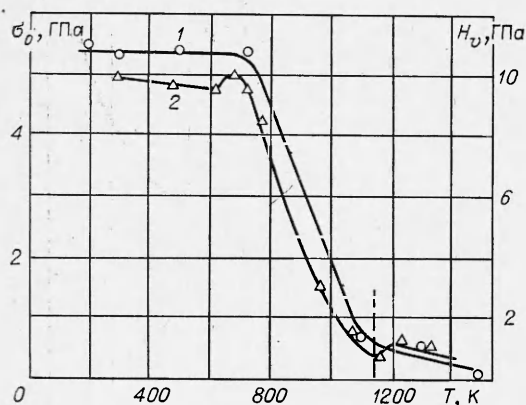
Ф и г. 4



Ф и г. 5

Резкое падение продолжается до температур, близких к температуре фазового $\alpha - \gamma$ -перехода, после чего происходит изменение характера зависимости и величина σ_0 с ростом T убывает более плавно (точки 1 на фиг. 6). На первый взгляд может показаться, что такой характер зависимости свидетельствует о том, что она рассчитана неверно. Однако оказывается, что все рассчитанные зависимости $\sigma_0(T)$ как для железа, так для меди и алюминия качественно повторяют температурную зависимость такой прочностной характеристики материалов, как твердость. Эти зависимости (твердость по Виккерсу H_v), взятые из работ [20, 21], также приведены на фиг. 5 (точки 3) и фиг. 6 (точки 2).

Причину неочевидной корреляции зависимостей $\sigma_0(T)$ и $H_v(T)$ можно понять, вспомнив физический смысл, вкладываемый в понятия твердости и характеристического напряжения торможения. Твердость имеет физический смысл среднего контактного напряжения на поверхности отпечатка в процессе его образования [22] и характеризует, таким образом, сопротивление материала упругопластической деформации. Специальные исследования показывают, что твердость весьма чувствительна к изменениям дефектной структуры материала. Напряжение торможения характеризует сопротивление надбарьерному скольжению дислокаций, вызываемому существованием потенциального рельефа решетки, присутствием примесей и другого рода дефектов в кристаллической структуре.



Ф и г. 6

Поскольку пластическое течение определяется в первую очередь движением дислокаций, то характеристическое напряжение торможения тоже является некоторой характеристикой сопротивления пластическому деформированию. Конечно, рассматриваемые характеристики получаются при реализации различных напряженно-деформированных состояний, поэтому их численные значения существенно отличаются.

Следствием установленной связи между $\sigma_0(T)$ и $H_v(T)$ является возможность использо-

зования соотношения (13) с соответственно выбранными постоянными и для описания температурной зависимости твердости в тех случаях, когда она справедлива для характеристического напряжения торможения. Следует отметить, что само соотношение (13), полученное при весьма сильных ограничениях и для вполне конкретного процесса, справедливо не для всех материалов и условий деформирования.

Результаты расчетов, проведенных на основе соотношений (5), (6), приведены в табл. 2. Эти расчеты проводились в основном с целью выяснения применимости (5), (6) для описания процесса релаксации касательных напряжений. Они показали, что и эти соотношения обеспечивают правильное описание поведения материалов в рассматриваемых условиях. Все же использование соотношений (3), (4) представляется более предпочтительным, так как они имеют более строгое обоснование и позволяют проводить построение соотношения (7) с меньшим числом подгоночных параметров.

В ходе решения задачи о растяжении стержня проводится расчет полной σ_1 — ϵ_1 -диаграммы данного материала в условиях одноосного растяжения (см. фиг. 1). Это позволяет определить не только пластиче-

Т а б л и ц а 2

Металл	T, K	lg a	lg(Q/N ₁)	σ_K , ГПа	n	λ	δ , %
Al	300	-9,4	-5,85	0,28	4,73	0	14
Fe	195	-4,9	-4,35	0,28	4,73	0	8
Cu	300	-7,7	-4,65	0,47	4,48	0	9,4

Т а б л и ц а 3

Металл	E, ГПа		ν	
	расчет	экспер.	расчет	экспер.
Al	65	68,5	0,36	0,36—0,37
Fe	171	180	0,32	0,31
Cu	114	112	0,37	0,36—0,39

ские, но и упругие характеристики металла. Сравнение вычисленных и экспериментальных значений модуля Юнга E и коэффициента Пуассона ν проведено в табл. 3. Величины находятся в хорошем согласии, что еще раз указывает на применимость проведенного построения к решению задач динамического деформирования металлов.

Поступила 28 III 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. Л., Наука, 1975.
2. Гуревич Г. И. Деформируемость сред и распространение сейсмических волн. М., Наука, 1974.
3. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды. М., Наука, 1978.
4. Годунов С. К., Демчук А. Ф., Козин Н. С., Мали В. И. Интерполяционные формулы зависимости максвелловской вязкости некоторых металлов от интенсивности касательных напряжений и температур. — ПМТФ, 1974, № 4.
5. Годунов С. К., Денисенко В. В., Козин Н. С., Кузьмина Н. К. Применение релаксационной модели вязкоупругости при расчете однородных деформаций и уточнении интерполяционных формул максвелловской вязкости. — ПМТФ, 1975, № 5.
6. Johnston W. G., Gilman J. J. Dislocation velocities, dislocation densities and plastic flow in lithium fluoride crystals. — JAP, 1959, vol. 30, N 2.
7. Тейлор Дж. У. Динамика дислокаций и динамическая текучесть. — Сб. пер. Механика, 1966, т. 98, № 4.
8. Гилман Дж. Дж. Динамика дислокаций и поведение материалов при ударном воздействии. — Сб. пер. Механика, 1970, т. 102, № 2.
9. Johnson J. N., Barker L. M. Dislocation dynamics and steady plastic wave profiles in 6061-T6 aluminum. — JAP, 1969, vol. 40, N 11.
10. Нигматулин Р. И., Холин Н. Н. К модели упругопластической среды с дислокационной кинетикой пластического деформирования. — Изв. АН СССР. МТТ, 1974, № 4.
11. Merzhievsky L. A. Numerical simulation of dynamic processes in viscoelastic medium. — Archives of Mechanics, 1978, vol. 30, N 4—5.
12. Ракитский Ю. В., Устинов С. М., Черноуцкий И. Г. Численные методы решения жестких систем. М., Наука, 1979.
13. Артемьев С. С., Демидов Г. В. Алгоритм переменного порядка и шага для численного решения жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Препринт ВЦ СО АН СССР, 1978.
14. Годунов С. К., Козин Н. С., Роменский Е. И. Уравнение состояния упругой энергии металлов при нешаровом тензоре деформации. — ПМТФ, 1974, № 2.
15. Campbell J. D., Ferguson W. G. The temperature and strain-rate dependence of the shear strength of mild steel. — Philos. Mag., 1970, vol. 21, N 169.
16. Красовский А. Я. Затухание упругих ударных волн в железе, обусловленное вязким торможением дислокаций. — Проблемы прочности, 1970, № 7.
17. Макклиток Ф., Аргон А. Деформация и разрушение материалов. М., Мир, 1970.
18. Gilman J. J. Dislocation mobility in crystals. — JAP, 1965, vol. 36, N 10.
19. Campbell J. D., Cooper R. H., Tischhof T. J. The dynamics of nonuniform plastic flow in low-carbon steel. — In: Dislocation dynamics. N. Y. McGraw-Hill book company, 1968.
20. Лозинский М. Г., Федотов С. Г. Изменение твердости чистых металлов при нагреве. — Изв. АН СССР. ОТН, 1954, № 4.
21. Бетанели А. И. Температурная зависимость твердости сталей. — ФММ, 1956, т. 3, с. 540—546.
22. Григорович В. К. Физическая природа микротвердости. — В сб.: Методы испытания на микротвердость. М., Наука, 1965.