В заключение авторы считают приятным долгом поблагодарить Л. А. Васильева и С. С. Семенова за интерес к работе и обсуждения.

Поступила 25 X 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Schardin П. Die Schlierenverfahren und ihre Anwendungen. Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften, 1942, №. 20.
2. Максутов Д. Д. Теневой метод и его возможности. Оптико-механическая промышленность, 1941, № 5.
3. Васильев Л. А., Скотников М. М. Дифракционные явления при использовании теневого фотометрического метода ножа и щели. Докл. АН СССР, 1962, т. 143, № 3.
4. Емельянов В. А., Жаврид Г. П. Методы численного решения задач, возникающих при оптических исследованиях осесимметричных неоднородностей. Инж.-физ. ж., 1962, т. 4, № 4.
5. Васильев Л. А., Галанин А. Г., Ершов И. В., Сунцов Г. Н. Фотоэлектрический теневой метод исследования нестационарных процессов. Приборы и техника эксперимента, 1964, № 3.
6. Ударные трубы. Сб. статей под ред. Х. А. Рахматуллина, С. С. Семенова, М., Изд-во иностр. лит., 1965.

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ В УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

И. В. Иоффе, А. И. Саст

(Ленинград)

В ряде работ указывалось, что наличие электрострикции и зависимость диэлектрической проницаемости ε от деформации приводит к изменению акустических свойств диэлектриков с большой диэлектрической проницаемостью во внешнем электрическом поле E_0 (см., например, [1,2]). В данной статье покажем, что внешнее электрическое поле влияет на поверхностные волны. Оказывается, что скорость распространения поверхностных волн существенным образом зависит от величины и направления электрического поля по отношению к поверхности среды и к направлению распространения волн. В достаточно сильных электрических полях определенного направления существование поверхностных волн может оказаться вообще невозможным.

Система, описывающая связанные колебания среды и поля состоит (для изотропной упругой среды) из уравнений

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial x_i}\{\varepsilon_0[\delta_{ik}-q_1\delta_{ik}\operatorname{div}u-q_2u_{ik}]E_k\}=0\\ \rho\ddot{u}_i=(\lambda+\mu)\nabla_i\operatorname{div}u+\mu\triangle u_i+\frac{\varepsilon_0}{4\pi}[q_1\nabla_iE^2+q_2(E\nabla)E_i+q_2E_i\operatorname{div}E]\end{gathered}\tag{1}$$

Здесь u_i — смещение, u_{ik} — тензор деформации, ρ — плотность, λ, μ — коэффициенты Ляме, $q_{1,2}$ — электрооптические коэффициенты, $\varepsilon_0=\varepsilon$ при $u_{ik}=0$.

Граничные условия при $Z=0$ имеют вид

$$\sigma_{ik}n_k=\sigma_{ik}^\circ n_k+\frac{\varepsilon_0}{4\pi}[q_1E^2\delta_{ik}+q_2E_iE_k]n_k=0\tag{2}$$

Здесь n_i — единичный вектор нормали к поверхности, $\overset{\circ}{\sigma}_{ik}$ — тензор напряжений при $E_0=0$. Тангенциальная составляющая E и нормальная составляющая вектора индукции непрерывны и $\operatorname{div}E=0$ вне области с $\varepsilon\gg1$.

Полагая $u=u_l+u_t$, где индексы l, t обозначают величины, относящиеся к продольным и поперечным волнам соответственно, и учитывая, что для поверхностных волн все величины пропорциональны (см, например, [3]) $\exp(\varkappa z-i\omega t+ikx)$ (для волны, распространяющейся в направлении x; среда с $\varepsilon\gg1$ занимает область $Z<0$) найдем из (1)

$$\varkappa_l^2=k^2\frac{s_{0l}^2+s_{El}^2\cos^2\theta_k}{s_{0l}^2+s_{El}^2\cos^2\theta_\varkappa}-\frac{\omega^2}{s_{0l}^2+s_{El}^2\cos^2\theta_\varkappa}\tag{3}$$

$$\varkappa_t^2=k^2-\omega^2[s_{0t}^2+s_{Et}^2\cos^2\theta_u]^{-1}\tag{4}$$

$$s_{El}^2=\frac{\varepsilon_0E_0^2(q_1+q^2)^2}{4\pi\rho},\quad s_{Et}^2=\frac{\varepsilon_0E_0^2q_2^2}{8\pi\rho}\tag{5}$$

Здесь s_{0lt} — скорости звука при $E_0 = 0$, через θ_k, θ_x, θ_u обозначены углы между направлением E_0 и осями X, Z и направлением u.

Используя (2) — (4) и $\operatorname{div} u_t = \operatorname{rot} u_l = 0$ дисперсионное уравнение для

$$\zeta = \frac{\omega}{k}\left[s_{0t}^2 + s_{Et}^2 \cos^2 \theta_u\right]^{-1/2}$$

получим в следующем виде:

$$\zeta^8 - \zeta^6 + 8(3 - 2\alpha^2)\zeta^4 - 16\zeta^2(1 - \alpha^2) + 16(1 - \beta^2) = 0 \qquad (6)$$

$$\alpha^2 = [s_{0t}^2 + s_{Et}^2 \cos^2 \Theta_u][s_{0l}^2 + s_{El}^2 \cos^2 \theta_\varkappa]^{-1}$$

$$\beta^2 = [s_{0l}^2 + s_{El}^2 \cos^2 \theta_k]\,[s_{0l}^2 + s_{El}^2 \cos^2 \theta\varkappa]^{-1}$$

Поверхностным волнам соответствуют действительные корни (6), которые, как видно из (3) и (4), должны удовлетворять двойному неравенству

$$0 \leqslant \zeta^2 \leqslant \min\,[1,\ (\beta/\alpha)^2] \qquad (7)$$

При $E_0 = 0$ (6) переходит в обычное бикубическое уравнение для ω/ks_{0t}.

Как видно из (5), при достаточно сильных электрических полях в среде с $\varepsilon \gg 1$ возможны $s_{El,t} \gg s_{0l,t}$ (конкретные значения полей и типы сред указаны в [2]). Отсюда следует, что при различных значениях и направлениях электрического поля возможны α^2, $\beta^2 \gg 1$, α^2, $\beta^2 \ll 1$. Исследуем решения (6) при различных α^2 и β^2.

Нами искались действительные корни уравнения (6), удовлетворяющие неравенству (7), при помощи ЭВМ. Оказалось, что такие корни существуют не при всех α^2 и β^2. При $\beta^2 < 0.85$ таких корней нет. При $\beta^2 = 1$ уравнение (6) переходит в бикубическое уравнение, но с тем отличием от [3], что при $E_0 \neq 0$ α^2 изменяется практически до нуля. Как видно из таблицы, при одном и том же β^2 корни могут не монотонно зависеть от α^2. При $\beta^2 > 1$ корни есть всегда, если $\alpha^2 \geqslant \beta^2$. Приведем значения корней при различных α^2 и β^2.

α^2	$\beta^2 = 0.85$	0.90	1.0	α^2	$\beta^2 = 1.1$	1.2	1.3	1.5	2.0
0.0	0.36	0.38	0.985	1.1	0.9				
0.1		0.41	0.95	1.2	0.96				
0.2		0.43	0.94	1.4		0.67			
0.3		0.47	0.94	1.5	0.46	0.74	0.79		
0.4			0.93	2.0	0.33	0.47	0.56	0.77	
0.5			0.92	3.0	0.26	0.33	0.38	0.54	
0.6			0.915	5.0		0.04	0.18	0.29	0.64
0.7			0.89	10.0				0.04	0.36
0.8			0.79						
0.9			0.67						

Поступила 5 VIII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Пекар С. И. Электрон-фононное взаимодействие, пропорциональное внешнему приложенному полю, и усиление звука в полупроводниках. ЖЭТФ, 1965, т. 49, № 2.
2. Иоффе И. В. Звуковые колебания в диэлектриках во внешнем электрическом поле. Физика твердого тела, 1966, т. 8, № 11.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М., «Наука», 1966.