

УДК 536.46

ИЗБЫТОК ПОДПОВЕРХНОСТНОГО ТЕПЛО ВЫДЕЛЕНИЯ КАК ВОЗМОЖНАЯ ПРИЧИНА ОТРИЦАТЕЛЬНОГО ЭРОЗИОННОГО ЭФФЕКТА ПРИ ГОРЕНИИ ГОМОГЕННЫХ ТВЕРДЫХ РАКЕТНЫХ ТОПЛИВ

Л. К. Гусаченко¹, В. Е. Зарко^{1,2}, А. Б. Кискин¹¹Институт химической кинетики и горения им. В. В. Воеводского СО РАН, 630090 Новосибирск, zarko@kinetics.nsc.ru²Томский государственный университет, 634050 Томск

Увеличение скорости горения (газификации) твердого ракетного топлива при действии достаточно интенсивного обдувающего газового потока было обнаружено экспериментально в 1940-х годах и получило название эрозионного горения. Позже было установлено, что при относительно низких скоростях обдува для некоторых топлив может наблюдаться снижение скорости горения, названное отрицательной эрозией. Попытки теоретического исследования отрицательной эрозии предпринимались с 1971 г. и были направлены на анализ изменения интенсивности теплообмена на горячей поверхности при ведущей роли газофазных реакций с учетом влияния крупномасштабных пульсаций скорости и температуры газа, влияния различия коэффициентов диффузии и температуропроводности газа, а также влияния растяжения пламени. Настоящая работа посвящена обсуждению версии, основанной на анализе процесса горения топлива в условиях обдува при наличии интенсивного подповерхностного тепловыделения за счет экзотермических реакций в конденсированной фазе. В случае, если температура поверхности ограничена температурой кипения, в подповерхностном слое могут образовываться локальные максимумы температуры, приводящие к неравномерному реагированию на поверхности и к появлению «собственной» турбулентности в прилегающем слое газа. Наличие такой турбулентности приводит к изменению теплоприхода к топливу и позволяет качественно объяснить эффект отрицательной эрозии.

Ключевые слова: твердые топлива, эрозия, отрицательный эффект, собственная турбулентность.

DOI 10.15372/FGV20220602

1. ВВЕДЕНИЕ. ИСТОРИЯ ВОПРОСА

Явление увеличения скорости горения (газификации) твердого топлива при действии обдувающего газового потока было зарегистрировано на заре развития ракетной техники. По свидетельству профессора О. И. Лейпунского, первые такие наблюдения были сделаны в 1942 г. при анализе огневых испытаний твердотопливных двигателей знаменитых «Катюш». Затем эти наблюдения были обобщены в его докторской диссертации [1]. Впервые теоретическое объяснение явления было дано Я. Б. Зельдовичем в отчете Института химической физики в 1944 г. [2]. По предложению О. И. Лейпунского явление получило название

«раздувание». Однако этот термин не прижился в работах по горению, потому что использовался в основном в закрытых источниках, а в открытой зарубежной литературе начиная с 50-х годов прошлого столетия появились многочисленные публикации, посвященные так называемому эрозионному горению [3–5]. Интересно, что такие исследования проводились одновременно в СССР и США с начала 1940-х годов, однако открытая информация о них впервые появилась в зарубежных изданиях. Можно отметить, что первые результаты по «положительному» воздействию газового потока на скорость горения были получены для баллистических (двухосновных, гомогенных) топлив [1, 3] и только затем для смесевых (гетерогенных) составов. При этом до настоящего времени вклад механического уноса в наблюдаемую скорость горения (газификации) практически не рассматривался, и лишь в последние десятилетия на эту составляющую обратили внима-

Исследование выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (грант № 075-15-2020-781) и программы развития Томского государственного университета (Приоритет-2030).

© Гусаченко Л. К., Зарко В. Е., Кискин А. Б., 2022.

ние при анализе результатов опытов с легкоплавкими горючими материалами, используемыми в воздушно-реактивных и гибридных ракетных двигателях [6, 7].

На начальном этапе исследований эрозийного горения внимание теоретиков было сосредоточено на изучении «положительной» эрозии, когда при достижении порогового уровня скорости обдувающего газового потока происходит значительное, на сотни процентов, увеличение скорости горения топлива. Завершились эти исследования созданием в 1960–1970 гг. ряда пионерских теоретических моделей [8–12]. На этом фоне менее заметными оказались работы, посвященные «отрицательной» эрозии, для которой характерно понижение скорости горения топлива при скоростях газового потока ниже пороговой скорости «положительной» эрозии.

Впервые эффект отрицательной эрозии был зарегистрирован в 1960 г. зарубежными исследователями в экспериментах на смесевых твердых топливах с полиуретановым связующим, причем величина эффекта была на пределе обнаружения [13]. Это впоследствии отмечалось в некоторых теоретических работах, например в [14], и дало повод сомневаться в реальном существовании эффекта. Тем не менее в последующих работах зарубежных исследователей [15–18] эффект снижения скорости горения твердого топлива оказался на уровне порядка 20 %, были получены зависимости его величины от давления среды и начальной температуры топлива. Результаты работы [16] впоследствии цитировались в ряде работ, в том числе в классических монографиях [19, 20]. В 1964–1968 гг. появились другие публикации зарубежных исследователей с результатами, установленными также при использовании смесевых твердых топлив [21, 22].

Несколько позже, в 1971 и 1973 гг., были опубликованы результаты отечественных исследований по отрицательной эрозии [23, 24], полученные в экспериментах с баллистичным топливом Н. В дальнейшем они активно цитировались в отечественных и зарубежных публикациях [18, 25–35]. В целом величина регистрируемого эффекта оказалась значительно ниже (порядка 5 ÷ 20 %), чем в случае положительной эрозии. Тем не менее зарегистрированные достоверные (>20 %) уровни отрицательной эрозии в опытах со смесевыми топливами, а также результаты специально сплани-

рованных качественных экспериментов с баллистичными топливами [24] свидетельствуют о реальном существовании данного эффекта, и его необходимо учитывать для точного предсказания режимов работы ракетного двигателя. В частности, при горении длинных канальных зарядов в их донной части скорость движения продуктов сгорания обычно ниже пороговой скорости положительной эрозии, а скорость горения топлива может оказаться ниже её номинальной величины. При этом важно отметить, что из имеющейся весьма ограниченной экспериментальной информации следует, что наличие эффекта зависит от состава исследуемого топлива. В частности, для смесевых топлив он наблюдался в случае полиуретановых и не регистрировался в случае полибутадиеновых связующих [19].

Первая известная нам публикация теоретического плана с попыткой объяснить физику явления отрицательной эрозии появилась в 1971 г. [23]. В ней были предложены два варианта объяснения эффекта. Первый вариант — для гомогенных составов с ведущей ролью реакций горения в газовой фазе, скорость которых зависит от масштаба пульсаций газового потока. В соответствии с классическими положениями механики сплошных сред было высказано предположение, что возникающие при потере устойчивости ламинарного движения (при сравнительно небольшой еще скорости обдува) крупномасштабные пульсации скорости и температуры газа снижают осредненную скорость реакции, а с ней и скорость горения. Проведенные в [26] численные расчеты по одномерной модели турбулентного пограничного слоя с учетом химической реакции дали результаты, согласующиеся с данными опытов [23, 24].

Второй вариант — также для гомогенных составов с ведущей ролью реакций в газовой фазе, но с заметно различающимися коэффициентами диффузии и температуропроводности. Используется формула Зельдовича для массовой скорости горения газовой смеси $m \sim \sqrt{a} (a/D)^{n/2}$, где a , D , n — температуропроводность, коэффициент диффузии и порядок реакции. В условиях обдува топлива к «ламинарным» величинам a и D прибавляются их турбулентные добавки a_T , D_T , и из анализа модифицированной формулы (с использованием значений $a \rightarrow a + a_T$, $D \rightarrow D + D_T$) следует возможность появления отрицательного эрозийного эффекта, который растёт с уменьшением

комплекса $\nu a_T / (a\nu_T)$, где ν — кинематическая вязкость. Проверку версии затрудняет сложность оценки величины упомянутого комплекса. По-видимому, требуются расчеты с использованием численных методов типа [26]. Кроме того, применение формулы Зельдовича к горению газа в турбулентном пограничном слое означает использование неявного предположения о малости турбулентных пульсаций (пути смещения) по сравнению с толщиной фронта газового пламени, что может оказаться сомнительным и во всяком случае требует доказательных аргументов. Тем не менее проверка по отдельности влияния вариаций теплообмена и массообмена была бы полезна для моделей с более реалистичным описанием газовой фазы, например с «распределенным» тепловыделением, как в работе [36]. При этом вместо $m \sim \sqrt{a} (a/D)^{n/2}$ должно использоваться иное соотношение, анализ которого может показать наличие или отсутствие отрицательного эрозионного эффекта, вызванного определенным «соотношением вкладов» процессов теплопередачи и диффузии.

Третий (и самый известный) вариант объяснения отрицательного эрозионного эффекта описан в [25, 27, 28, 37, 38] и использует понятие растяжения пламени. Объяснения на уровне простейших представлений о физической модели процесса исходят из того, что при тангенциальном обдуве горячей поверхности топлива процессы в приповерхностном газовом слое (а через них и массовая скорость горения) зависят от вязкого сопротивления, тепловыделения в зоне газовых реакций, вдува с горячей поверхности и от доставки тепла на поверхность топлива. Двумерная картина с потоком, набегающим сбоку на горящую пластину твердого ракетного топлива (ТРТ), включает в себя торможение потока силами вязкости в пограничном слое. При этом согласно закону сохранения массы увеличивается нормальная скорость v_n газовой смеси. Этот эффект ослабевает и сходит на нет при достаточном увеличении расстояния x от начала пластины. В [27] приведены результаты расчетов по полной системе уравнений Навье — Стокса с учетом тепловыделения реакций; использована двумерная стационарная модель. Рассчитывался ряд параметров в виде функции от x , в частности расстояние n от поверхности до зоны газового пламени и нормальная к поверхности составляющая v_n скорости газа в этой

зоне. Обе эти величины с ростом x проходят через максимум и затем стремятся к предельному значению. Величина максимума и характерное расстояние x^* , на котором реализуется основная часть приближения к пределу, положительно зависят от скорости обдува V . Соответственно, локальные линейная скорость горения r_b и коэффициент эрозионного горения $\varepsilon = r_b(V)/r_b(0)$ в предположении ведущей роли газовой фазы проходят через минимум при изменении x . При $x < x^*$ зависимость $\varepsilon(V)$ также проходит через минимум и далее должна монотонно возрастать. В расчетах [27] возрастание $\varepsilon(V)$ не показано, но понятна его неизбежность при условии учета развитой турбулентности в используемой «ламинарной» модели горения.

Приведенное объяснение отрицательного эрозионного эффекта выглядит весьма правдоподобно. Но оно использует результаты расчетов по сложной математической модели с привлечением ряда допущений. Поэтому оправданы усилия, направленные на получение наглядных результатов как можно более простыми средствами. В [25] реализована попытка объяснить и приближенно описать существенно двумерный процесс с помощью одномерного рассмотрения. Для этого пришлось принять предположение о постоянстве специально сконструированного параметра β :

$$\beta = \frac{\operatorname{tg}(\omega, \tau)}{\operatorname{tg}(\omega, y)} = \operatorname{const}, \quad 0 < \beta < 1, \quad (1)$$

где ω — вектор скорости газа с компонентами u, v ; τ — градиент температуры; y — нормальная к поверхности ТРТ координата. Величина β не зависит от координат и от скорости обдува V . Выражение (1) без комментариев названо в [25] приближенным соотношением.

Согласно оценкам [25] течение в условиях экспериментов [22, 23] было ламинарным. Это дало основания использовать «одномерные» соотношения Зельдовича для скорости горения газа. Получено аналитическое выражение для массовой скорости горения ТРТ, которое показывает уменьшение скорости горения при обдуве. Кроме этого, в [25] представлены результаты численного счета по полной двумерной стационарной системе уравнений Навье — Стокса, как в [27], но учитывающей турбулентные пульсации, существенные для описанной выше первой версии объяснения отрицательной эрозии. Расчетная зависимость скорости горения

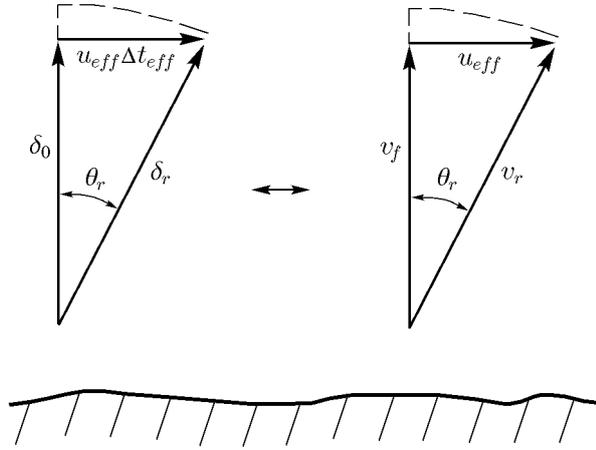


Рис. 1. Картина течения вблизи обдуваемой поверхности горения согласно [37]

от скорости обдува имеет минимум. На восходящем участке подъем обусловлен действием развивающейся турбулентности.

Впоследствии феноменологическая модель горения ТРТ, объясняющая отрицательный эрозионный эффект растяжением пламени, была предложена также в [37, 38]. В модели использована диаграмма, призванная наглядно продемонстрировать увеличение расстояния отхода пламени под действием тангенциального потока газа и изменение наклона линии тока продуктов разложения конденсированной фазы на угол θ_r .

Принято, что измененная обдувом скорость горения топлива r_b пропорциональна $\cos \theta_r$:

$$\frac{r_b}{r_0} = \frac{\delta_0}{\delta_r} = \cos \theta_r, \quad (2)$$

где $\theta_r = \arctg(u_{eff} \rho / r_s \rho_0)$, $r_b / r_0 = 1 / \sqrt{1 + (\rho u_{eff} / r_s \rho_0)^2}$; $u_{eff} \rho$ — эффективная массовая скорость обдувающего газового потока. При этом u_{eff} — продольная скорость газа на высоте пламени, $r_s \rho_0$ — массовая скорость горения топлива, ρ_0 — плотность смеси, r_s — линейная скорость горения. Как и в [25], в [37] при попытке описать двумерный процесс одномерной моделью пришлось сделать грубое предположение (изложенное ниже, но не названное в [37] предположением). Из рис. 1 и сопровождающих его формул следует, что автор [37, 38] именно величину δ_r называет расстоянием отхода пламени при обдуве, и чем оно длиннее, тем ниже скорость

горения. Это равноценно предположению, что кондуктивная теплопередача происходит в направлении точно по вектору скорости газа, что противоречит закону Фурье. Если же учесть существующее при обдуве несовпадение линий тока и линий температурного градиента и отсчитывать расстояние отхода пламени по нормали к поверхности горения, то противоречие устраняется только при дополнительном допущении, что в результате обдува нормальная координата фронта пламени (δ_0) и нормальная составляющая скорости газа на фронте (v_f) увеличиваются таким образом, что становятся равными соответственно δ_r и $v_r = \sqrt{v_f^2 + u_{eff}^2}$ (см. штриховые линии, добавленные нами на рис. 1). Исходный рис. 1, по-видимому, относится к ситуации на фронте газового пламени, когда в качестве v_f используется скорость вдува на поверхности горения $v_s = r_s \rho_0 / \rho$. Заметим, что ранее в аналитической части работы [25], в которой была сделана попытка описания двумерного процесса одномерной моделью, упомянутое выше несовпадение направлений было учтено и явным образом вошло в соотношение (1).

Дополнительно в [37] принято, что $u_{eff} \sim [1 - (f/f_{lim})^{0.5}]$, где f — коэффициент трения с учетом вдува продуктов разложения топлива в поток газа, причем f_{lim} — предельное значение, зависящее от скорости газового потока. Соответственно, коэффициент эрозионного горения ε при низких скоростях обдува описывается законом косинуса, а при высоких скоростях (малых значениях коэффициента трения) — традиционными зависимостями для положительной эрозии. Возможно, качественное изменение картины при $f = f_{lim}$ имеет отношение к аналогичному явлению, описанному в [25]: трение на поверхности и пограничный слой исчезают при достаточно большом значении параметра вдува $N = 2v_s/v_f > 4$.

При соответствующем выборе параметров в [37, 38] удалось хорошо описать экспериментальные зависимости (рис. 2), полученные для смесового полиуретанового топлива [15] и для двухосновного состава [18]. Автор [37, 38] утверждает, что использование минимального количества согласующих параметров дает основания считать предложенный подход достаточно универсальным, по крайней мере по сравнению с подходом [14]. При этом остаются сомнения в обосновании физической модели

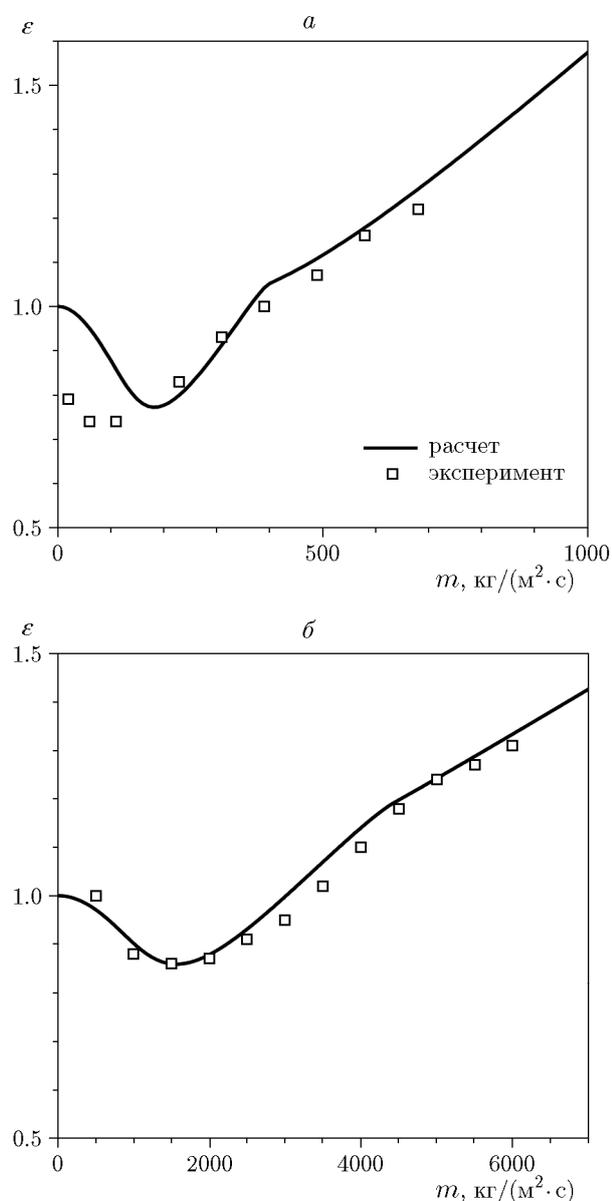


Рис. 2. Зависимость коэффициента эрозионного горения от массового потока обдувающего газа для смешанного полиуретанового [15] (а) и двухосновного [18] (б) топлив

и выборе (без специального обоснования) фиксированного предельного значения коэффициента трения f_{lim} и способа представления скорости горения при обдуве в виде суммы $r_b = [(r_b/r_0)_{\theta r}]r_0 + r_e$, где r_e — добавка к скорости горения за счет положительной эрозии [38].

Попытка описания с помощью численного счета явления отрицательной эрозии, обусловленной растяжением пламени, была предпринята также в работах [32, 33], авторы которых

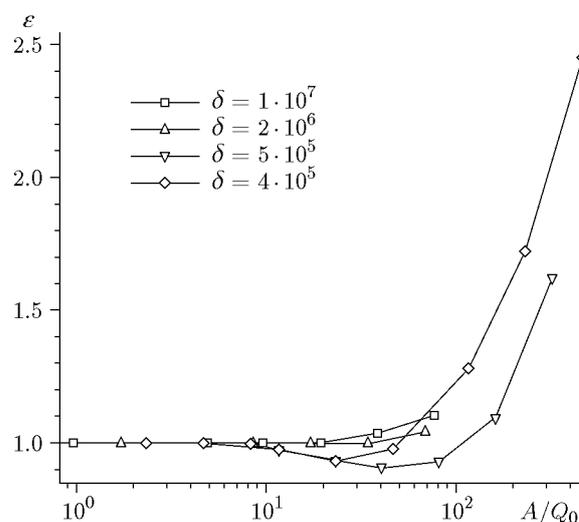


Рис. 3. Зависимость коэффициента эрозионного горения от комплекса A/Q_0 при фиксированной длине периода возмущений потока газа ($\lambda = 200$) и различных значениях предэкспонента δ для скорости химической реакции [32]

отметили, что существующие феноменологические модели недостаточно обоснованы с точки зрения точного описания взаимодействия газового течения в камере сгорания с процессом горения топлива. Предложенная в [32, 33] модель описывает как гомогенные, так и смешанные ТРТ с локальными пламенами. Учитывая, что детальное описание течения в камере сгорания требует громадных вычислительных мощностей с числом ячеек порядка 10^8 , была использована стратегия мультимасштабных вычислений с использованием малого параметра, равного отношению скорости вдува продуктов разложения топлива к средней скорости газового потока. При этом отпадает требование использовать конкретную модель турбулентности. В такой постановке ключевой механизм возникновения отрицательной эрозии в случае гомогенного (двухосновного) топлива заключается в развитии возмущения фронта реакции и последующего локального погасания пламени. Вводится важный для модели параметр A , который соответствует безразмерной амплитуде скорости сдвига. При его увеличении происходит прогрессирующая деструкция формы ламинарного фронта пламени. При этом также изменяется величина теплового потока из пламени к поверхности топлива, а полученные расчетные данные можно представить в виде зависимости коэффициента эрозионного горения от комплекса A/Q_0 , где Q_0 — безразмер-

ный тепловой поток из пламени в условиях горения без обдува поверхности (рис. 3). Видно, что при соответствующем (разумном, по мнению авторов работы [32]) выборе параметров газофазной реакции реализуется эффект отрицательной эрозии, зарегистрированный экспериментально в [23]. Локальное погасание при большой амплитуде возмущения легко представить; оно показано на рисунках, построенных в [32, 33] по результатам расчетов. Но при изложении физической модели недостает подробного обсуждения того, каким именно образом локальные погасания преобразуются в понижение осредненной (измеряемой) скорости горения ТРТ.

Авторы [32] отмечают также близкое соответствие полученных расчетных результатов заключениям, сделанным в [23] на основе анализа с использованием параметра Виллюнова [9], включающего в себя отношение массовых потоков вдува и несущего газового потока, умноженное на квадратный корень из коэффициента пристенного трения газового потока.

Четвертый вариант объяснения отрицательного эрозионного эффекта [34, 35] отличается рекордной простотой. В нем предлагается учитывать зависимость температуры обдувающего потока от его скорости по соотношению Бернулли, что при большой скорости должно привести к снижению теплового потока на поверхность, а с ним и скорости горения. Теоретически это возможно, но только при нереально больших скоростях обдува, когда главным становится не тепловое, а механическое, в прямом смысле эрозионное воздействие потока на поверхностный слой.

Проведенный краткий обзор теоретических представлений о явлении отрицательной эрозии демонстрирует их недостаточную полноту с точки зрения описания имеющихся (скудных) экспериментальных результатов. Очевидно, что результаты численных исследований имеют естественные ограничения, обусловленные недостатком надежной информации о кинетических параметрах и механизмах химической реакции. Соответственно, представляют интерес разработка новых и детализация известных феноменологических моделей для создания объективных представлений об отрицательной эрозии. Ниже приведено обсуждение версии, основанной на анализе процесса горения при достаточно интенсивном подповерхностном тепловыделении [30].

2. МОДИФИКАЦИИ МОДЕЛИ ГОРЕНИЯ ТРТ ПРИ ИЗБЫТКЕ ПОДПОВЕРХНОСТНОГО ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЯ

2.1. Неустойчивость горения при существенном избытке подповерхностного тепловыделения

Избыток подповерхностного тепловыделения соответствует ситуации, когда тепло, выделяемое подповерхностными реакциями при сгорании единицы массы ТРТ, оказывается больше необходимого количества для нагрева этой массы от начальной температуры T_0 до температуры поверхности T_s , значение которой ограничено температурой кипения. В этом случае $\alpha Q > c(T_s - T_0) + Q_m$, где Q_m — теплота плавления, Q — тепловой эффект реакции разложения в конденсированной фазе, α — доля разложившегося вещества, c — удельная теплоемкость. Продукты разложения газообразные и отводятся через поверхность, доля $1 - \alpha$ испаряется на поверхности (см. [39]). В соответствии с данными [40–44] условие избыточности подповерхностного тепловыделения выполняется практически для всех гомогенных ТРТ. «Лишнее» тепло отводится теплопроводностью на поверхность и вместе с теплоприходом от газа обеспечивает испарение массовой доли ТРТ $1 - \alpha$. В таком процессе температурный профиль имеет максимум под горячей поверхностью. Но есть основания считать горение ТРТ с таким максимумом (рис. 4) неустойчивым.

Случайный малый скачок горячей поверхности делает более крутым температурный профиль (штриховая линия); при этом усиливаются теплоподвод (из глубины топлива) к поверхности и скорость испарения, а также скорость движения поверхности. Так продолжается, пока не выработается слой ТРТ до

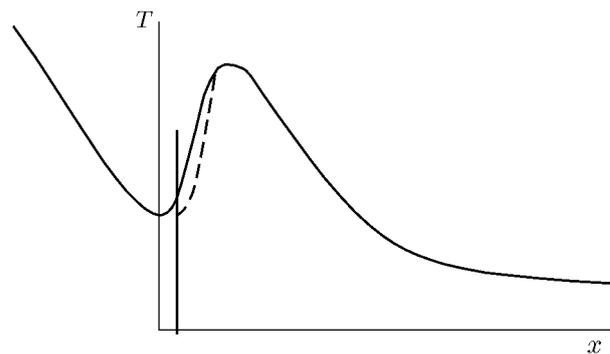


Рис. 4. Профиль температуры горящего ТРТ

места температурного максимума (этот процесс мы характеризуем выбросом газового облачка), после чего может произойти погасание. А именно: на температурном профиле (см. рис. 4) в течение некоторого времени вместо классического максимума существует снижающийся со временем супремум («одностронний» максимум) на поверхности, и при $E/RT_s \gg 1$ это означает резкое уменьшение подповерхностного тепловыделения, что приводит к временному или полному погасанию.

Уточненный анализ с дополнительным учетом отклика теплоприхода из газа показал (см. [45]), что в зависимости от значений параметров модели горение может быть устойчивым при ограниченном избытке подповерхностного тепловыделения, но при его достаточном увеличении становится неустойчивым. Неустойчивость аperiodическая, типа теплового взрыва. Следует отметить, что ранее предпринимались попытки построить модель горения ТРТ в виде последовательности тепловых взрывов [46], но такая модель не получила достаточного развития из-за трудности описания процессов в газовой фазе. Но для СВС (самораспространяющегося высокотемпературного синтеза, в котором процессы в газе можно не учитывать) в чем-то похожая релаксационная модель оказалась успешной.

2.2. «Собственная» турбулентность

Нет оснований полагать, что упомянутый выше выброс облачка будет развиваться в реальной ситуации синхронно на всей поверхности горящего ТРТ в модельной установке или в двигателе. Если удастся создать в какой-то момент времени соответствующее стационарному режиму одномерное распределение температуры в ТРТ и температуры и скорости над его поверхностью, то существующие всегда микро-неоднородности структуры ТРТ и прилегающего газа сразу начнут создавать в локальных точках разупорядочение распределений. В результате описанные выбросы газовых облачков будут происходить неодновременно в разных точках поверхности. В целом такое горение образца может восприниматься квазистационарным, нестационарность и неоднородность обнаруживаются только измерениями на микроуровне. Наступлению хаоса может препятствовать синхронизация, например, изменений давления одновременно над всей поверхностью. Кроме того, хаосу препятствуют процес-

сы самоорганизации, создающие почти упорядоченную структуру возмущений. В результате вместо исходной картины процесса, одинаковой на всей поверхности и при этом стационарной, получаем «почти» периодическую картину возмущений параметров вдоль поверхности и во времени. Почти — потому, что всегда достигается компромиссный баланс хаотизирующих и упорядочивающих процессов взаимодействия рассматриваемого пространственно-го элемента с соседними. Это характерно для всех сложных систем с большим числом взаимодействующих элементов [47].

Скоростная микрокиносъемка горячей поверхности многих гомогенных ТРТ показывает наличие на ней «бегающих волн», что соответствует изложенным выше представлениям, и в литературе описаны попытки трактовать их как волны горения [48]. В [49] приведены аргументы в пользу того, что на самом деле это лишь фазовые волны тепловых взрывов, распространяющиеся вдоль поверхности, которые не переносят вдоль нее ни вещество, ни энергию, ни информацию. Известно, что аналогичные возмущения в виде ячеистой структуры имеют место и на поверхности детонационных волн.

Но описанные выше возмущения участвуют в процессах переноса по нормали к поверхности, и это следует учитывать. Происходят хаотически распределенные вдоль поверхности и во времени выбросы (пульсация) газов, продуктов разложения конденсированной фазы ТРТ. Хаотические пульсации в газе или жидкости принято называть турбулентностью. Известна пристенная турбулентность, когда пульсации всех параметров возникают из-за потери устойчивости потока вязких жидкостей или газа, обдувающих поверхность. В нашем случае пульсации независимо от обдува создаются процессом термораспада ТРТ, что дает основание называть возникающую турбулентность для данного состава «собственной». Этот термин впервые был применен в [50] к ТРТ с неоднородностями гетерогенной структуры на поверхности, но он вполне применим и к ситуации с неустойчивостью гомогенного горения ТРТ.

Вопрос, который имеет значение для практики: как возникшая турбулентность повлияет на скорость горения? Экспериментально найти ответ невозможно. Если среднюю скорость горения для образца ТРТ с «собственной» турбу-

лентностью измерить можно, то сравнивать ее не с чем, поскольку при зажигании такого состава сразу возникают неустойчивость и турбулентность. Остается лишь сравнивать результаты расчетов по математической модели с действующей и с «выключенной» собственной турбулентностью.

Мы использовали изложенную в приложении II модель горения с «равномерно размазанным» тепловыделением в газовой фазе. Пристенная и «собственная» турбулентности учитывались формально параметром z , характеризующим вызванное обоими видами турбулентности относительное увеличение диффузионного и теплового переноса. Математическая модель сведена к системе двух трансцендентных уравнений с 10 параметрами. Расчеты показали во многих случаях отсутствие решения для нашей стационарной модели в конечном интервале $0 < z < z_0$, что мы трактуем как признак неустойчивости, описанной в п. 2.1. Зависимость величины z_0 от параметров модели качественно соответствует влиянию этих параметров на интенсивность подповерхностного тепловыделения. Но физический смысл границы $z = z_0$ (стабилизация при достаточном усилении турбулентности) и искомую зависимость массовой скорости горения m от скорости обдува V можно выяснить только с помощью нестационарной модели. За неимением такой модели мы пытаемся делать прогнозы для упомянутой зависимости, используя информацию о границе устойчивости, получаемую расчетами по стационарной одномерной модели.

2.3. Ожидаемый характер зависимости $m(V)$

Коэффициент эрозионного горения $\varepsilon = r_b(V)/r_b(0)$ пропорционален скорости горения при обдуве, которая положительно зависит от суммы Q_{sum} «турбулентных» добавок в общий тепловой поток на поверхность ТРТ. Общий поток есть сумма $Q_{00} + Q_{sum}$ «кондуктивного» потока Q_{00} и конвективных добавок к потоку $Q_{sum} = Q_1 + Q_2$, созданных двумя видами турбулентности. С ростом скорости обдува к добавке Q_1 от «собственной» турбулентности (если она существует для данного набора параметров) неизбежно добавится и добавка Q_2 от обычной пристенной турбулентности. Согласно грубой оценке (D8) (см. приложение D) часть Q_1 теплового потока Q_{sum} , обусловленная «собственной» турбулентностью, с ростом

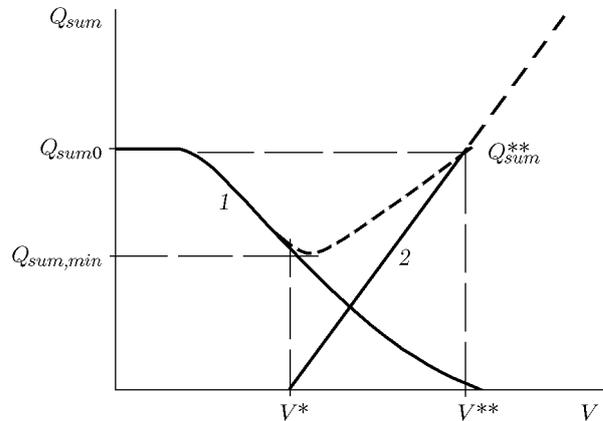


Рис. 5. Ожидаемый вид зависимости «турбулентного» теплового потока на поверхность от скорости обдува

скорости обдува V убывает как $1/V$. Для входящего в (D8) градиента продольной скорости r мы полагаем $r \sim V$ (точнее — в этих рассуждениях важен лишь положительный характер зависимости $r(V)$). Для пристенной же турбулентности зависимость создаваемой ею добавки Q_2 к теплового потока на поверхность от скорости обдувающего потока, как известно, монотонно положительна (см. [53]). Поэтому кривая зависимости $Q_{sum}(V) = Q_1 + Q_2$ проходит через минимум.

На рис. 5 линия 1 соответствует вкладу Q_1 «собственной» турбулентности, линия 2 — вкладу Q_2 пристенной турбулентности. Линия 2 начинается при «пороговом» значении V^* скорости обдува и монотонно растёт; линия Q_{sum} при $V < V^*$ совпадает с линией 1, а при $V > V^*$ (штриховая часть на рис. 5) проходит через минимум и затем приближается к линии 2. Непрерывная криволинейная часть линии 1 согласно приближенной оценке из приложения D (см. (D8)) убывает при усилении обдува, поскольку в газовом облачке выброса от локального теплового взрыва «изгибающаяся» из-за продольного обдува линия тока выходит из ограниченной области влияния газового выброса, что и приводит к уменьшению нормальной составляющей скорости газа, а значит, и высоты «выброса» и (согласно (D8)) величины Q_2 . Линия 1 снижается до нулевого уровня при достаточно сильном обдуве. При этом для убывания вклада «собственной» турбулентности до нуля не требуется (как следовало бы из (D8)) бесконечного возрастания скорости обдува. Согласно расчетам по модели из прило-

жения Π при любых правдоподобных сочетаниях значений параметров модели с ростом V параметры процесса изменяются таким образом, что при достаточном увеличении V процесс переходит в область устойчивости $V > V^{**}$, где нет «собственной» турбулентности, создаваемой неустойчивостью, и $Q_1 = 0$.

В области неустойчивости $V < V^{**}$ процесс должен описываться более детальной нестационарной неоднородной моделью, но в ее отсутствие можно использовать для анализа некоторые общие представления. При заданной скорости V в области неустойчивости тепловой поток Q_{sum} определяется соотношением процессов, порождающих и подавляющих пульсации. Уместна аналогия с обратимой химической реакцией, в которой скорости разложения и рекомбинации реагента зависят от его концентрации. У нас роль концентрации играет Q_{sum} . В процессе развития пульсаций меняется Q_1 , скорость обдува V является параметром, скорости развития и подавления пульсаций (и создаваемой ими величины Q_1) равны соответственно $f_1(Q_{sum})$ и $f_2(Q_{sum})$. Тогда

$$\frac{dQ_1}{dt} = \frac{dQ_{sum}}{dt} = f_1(Q_{sum}) - f_2(Q_{sum}),$$

$$Q_{sum} = Q_1 + Q_2(V).$$

Согласно этому уравнению, в течение некоторого времени релаксации, которое, по нашим представлениям, имеет порядок ρ_s/W_s (где ρ_s , W_s — плотность ТРТ и массовая скорость его разложения на поверхности), достигается равновесная величина Q_{sum} , аналог равновесной концентрации в обратимой реакции. Здесь Q_{sum} — корень уравнения $f_1(Q_{sum}) = f_2(Q_{sum})$. Этот параметр нестационарного процесса при отсутствии нестационарной модели доступен для вычисления только на границе устойчивости, где работает и стационарная модель, обозначим его там $Q_{sum} = Q_{sum}^{**}$. В модели из приложения II важна только величина Q_{sum} независимо от того, каким из видов турбулентности она создана.

Используем эти представления для анализа случая при $V = 0$, когда Q_{sum} создается только «собственной» турбулентностью. Положим, что за короткое время ρ_s/W_s установления равновесия по какому-либо механизму развития возмущений в области неустойчивости величина $Q_{sum} = Q_1$ возрастает (допустим, от нуля) до равновесного значения Q_{sum}^{**} , при

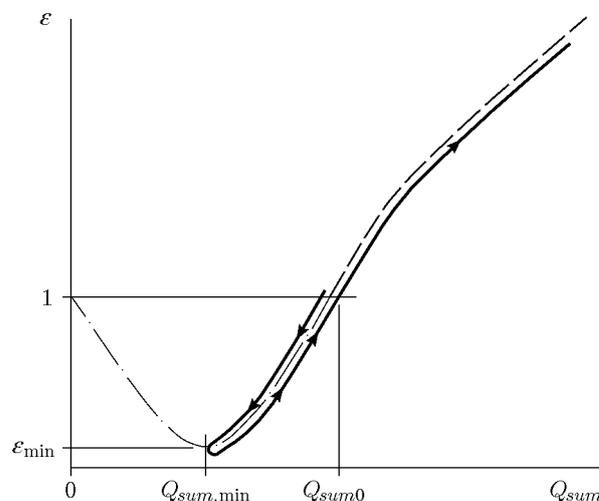


Рис. 6. Ожидаемый вид зависимости $\varepsilon(Q_{sum})$

котором согласно сказанному выше уже имеет место устойчивость. Тогда $f_1 = 0$ и величина $Q_{sum} = Q_1$, достигнув предельного (равновесного) значения, больше не возрастает. Следовательно, на рис. 5 $Q_{sum0} = Q_{sum}^{**}$.

Рассмотрим поведение зависимости коэффициента эрозионного горения ε от турбулентного теплового потока Q_{sum} (рис. 6). Штриховая линия показывает типичный результат расчетов по системе уравнений модели, представленной в приложении II, и соответствует участку $V > V^{**}$ на рис. 5.

В модели из приложения II используется однозначно связанный с величиной Q_{sum} параметр $z = Q_{sum}/Q_{00}$, который характеризует относительное увеличение (или при $z < 0$ уменьшение) теплового потока Q_{sum} за счет обдува и «собственной» турбулентности. Здесь и в приложении II мы полагаем, что относительное изменение (за счет турбулентных добавок) теплового потока на поверхность равно вызвавшему его относительному изменению коэффициентов тепло- и массообмена у поверхности. Значение Q_{00} реализуется «в идеальном» варианте, если режим горения без обдува устойчив. Если при горении без обдува устойчивый режим отсутствует и $Q_1 > 0$, реализуется значение $Q_0 = Q_{00}(1 + z_0)$. Величина z_0 характеризует относительное увеличение теплового потока Q_{sum} по сравнению с исходным «идеальным» вариантом теплового потока за счет добавки, созданной «собственной» турбулентностью. Поскольку $Q_{sum0} = Q_{sum}^{**}$, соответствующая величина z_0 реализуется без об-

дува ($V = 0$) и при $V = V^{**}$ (на границе перехода к устойчивому режиму), скорости горения в двух этих режимах одинаковы; значит, $\varepsilon(Q_{sum}^{**}) = 1$.

Штриховая линия на рис. 6 начинается при $Q_{sum0} = Q_{sum}^{**}$. Это значение (границу устойчивого режима) находим методом «пристрелки», назначая различные z , и программа либо выдает решение, либо сообщает об его отсутствии, что трактуется как скачкообразное изменение режима. Факт изменения режима не зависит от того, в каком соотношении находились «собственная» и «пристенная» части турбулентной добавки в Q_{sum} перед достижением $Q_{sum} = Q_{sum0}$, важна только их сумма. Для практики же важна зависимость от V .

В математической модели из приложения II мы используем только соотношения, содержащие параметр Q_{sum} (или связанный с ним параметр z) и не содержащие V , формально полагая, что зависимость $Q_{sum}(V)$ может быть найдена вычислениями для пограничного слоя. При этом можно получить «усеченную» информацию об интересующей нас величине ε (т. е. только информацию о границе области существования решения). Её удастся получить на основе системы уравнений из приложения II, содержащих параметр z и не содержащих V , которая сводится к двум трансцендентным уравнениям и легко решается численно, например, средствами Mathcad. Оказалось, что для наборов значений входных параметров, обеспечивающих достаточно большой избыток подповерхностного тепловыделения, программа сообщает об отсутствии решения. Полагаем отсутствие стационарного решения признаком неустойчивости типа описанной в [45], что в физическом процессе может соответствовать существованию представленной в п. 2.2 «собственной» турбулентности. Фиксируя все прочие входные параметры, путем вариации параметра z удается методом «пристрелки» находить границу устойчивости (существования решения). В общем случае зависимость $Q_{sum}(V)$ имеет «участок неустойчивости» при $Q_{sum} < Q_{sum0}$ и далее восходящий участок (см. рис. 6). При малом избытке или недостатке подповерхностного тепловыделения процесс всюду устойчив, $Q_{sum0} = 0$. Зависимость Q_{sum0} (границы устойчивости) от входных параметров можно также искать аналитически, как в [45], но это очень громоздкая процедура.

В приложении D с использованием упрощенных представлений на примере рассмотрения движения приповерхностного газа объясняется, как достаточно сильный обдув устраняет действие неустойчивости зоны подповерхностных реакций конденсированной фазы. А именно: при фиксированной скорости обдува за время «выброса облачка газа тепловым взрывом» часть объема газа сносится обдувающим потоком за пределы области теплового взрыва и поэтому не получает нормальную компоненту скорости, в результате уменьшается линейный размер газового выброса, а с ним и эффективность приповерхностного турбулентного теплообмена и тем самым уменьшается скорость горения (по сравнению со случаем $V = 0$).

В приложении II в принятой модели горения вместо описания процессов в локальном «облачке» используется понятие коэффициента турбулентного обмена для «собственной» турбулентности. Расчеты демонстрируют исчезновение неустойчивости при достаточно интенсивном теплообмене с потоком газа, например, при обдуве. Показано, что такой теплообмен снижает долю подповерхностного разложения α и, возможно, этим противодействует упомянутой неустойчивости. Штриховая линия на рис. 6 получена расчетом по уравнениям из приложения II в области $Q_{sum} > Q_{sum0}$ существования решения системы этих уравнений II. Штрихпунктирная линия получена распространением решения в область $Q_{sum} < Q_{sum0}$, где стационарное решение не существует, поэтому приходится делать дополнительные предположения о форме этой линии. Для $\varepsilon(Q_{sum})$ известно, что $\varepsilon(0) = \varepsilon(Q_{sum}^{**}) = 1$. Поэтому естественно аппроксимировать линию выражением $\varepsilon(Q_{sum}) \approx 1 - kQ_{sum}(Q_{sum0} - Q_{sum})$ с минимумом при $Q_{sum} = 0.5Q_{sum0}$ и с неизвестной константой k . В этом выражении

$$k = \frac{1}{Q_{sum0}} \frac{d\varepsilon}{dQ_{sum}}(Q_{sum0}),$$

$$\varepsilon_{\min} = 1 - 0.25Q_{sum0} \frac{d\varepsilon}{dQ_{sum}}(Q_{sum0}).$$

Заметим, что похожее выражение для ε_{\min} (но с заменой 0.25 на 0.5) получается и при линейной экстраполяции штриховой линии на рис. 6 от $Q_{sum} = Q_{sum0}$ к $Q_{sum} = 0.5Q_{sum0}$. Величину $\frac{d\varepsilon}{dQ_{sum}}(Q_{sum0})$ приходится назначать

предположением. Самым простым представляется считать, что эта величина, относящаяся к «неустойчивой» стороне границы устойчивости, совпадает с аналогичной величиной на «устойчивой» стороне, где ее вычисление возможно. Другими словами, линия $\varepsilon(Q_{sum})$ переходит границу устойчивости без излома. Ясно, что излом в принципе возможен, как и радикальные изменения модели при переходе через границу устойчивости, но никакой информации об этом пока не имеется.

Поскольку в конечном итоге интересна зависимость от скорости обдува V , попытаемся при увеличении V от нуля связать движение точки $Q_{sum}(V)$ на рис. 5 с движением точки $\varepsilon(Q_{sum})$ на рис. 6 (жирная линия со стрелками). Согласно рис. 5 с возрастанием скорости обдува от нуля величина Q_{sum} убывает от Q_{sum0} , проходит через минимум $Q_{sum,min}$, затем снова достигает значения Q_{sum0} и далее непрерывно возрастает. Таким же образом величина Q_{sum} должна вести себя на рис. 6, который описывает тот же процесс. О легитимности гипотезы: по определению минимума, ситуация со значениями $Q_{sum} < Q_{sum,min}$ вообще не реализуется; в области $Q_{sum} > Q_{sum0}$ существует решение системы уравнений из приложения П (через Q_{sum0} обозначена определяемая методом «пристрелки» граница области существования решения). В области $Q_{sum,min} < Q_{sum} < Q_{sum0}$ решение системы в рамках простой модели не существует. Однако такие значения Q_{sum} могут быть достигнуты, если использовать более сложную модель (что именно она должна учитывать, см. п. 2.2), в которой фигурирующие на рис. 5, 6 величины ε и Q_{sum} получаются локальным осреднением по поверхности горения и по времени. В отсутствие этой информации предполагаем (см. выше), что моделирующая процесс жирная линия на рис. 6 при возрастании V от нуля проходит между точками с координатами $(Q_{sum0}, 1)$ и $(Q_{sum,min}, \varepsilon_{min})$ по штрихпунктирному продолжению штриховой линии и возвращается назад в точку $(Q_{sum0}, 1)$ по той же линии. При дальнейшем увеличении скорости обдува жирная линия совпадает со штриховой, соответствующей решению системы уравнений из приложения П. На участке аппроксимации имеем

$$\varepsilon(Q_{sum}) \approx 1 - kQ_{sum}(Q_{sum0} - Q_{sum}),$$

$$k = \frac{1}{Q_{sum0}} \frac{d\varepsilon}{dQ_{sum}}(Q_{sum0}),$$

$$\varepsilon_{min} = 1 - 0.25Q_{sum0} \frac{d\varepsilon}{dQ_{sum}}(Q_{sum0}),$$

или при использовании безразмерных параметров

$$\varepsilon_{min} = 1 - 0.25z_0 \frac{d\varepsilon}{dz}(z_0). \quad (3)$$

Величину $\frac{d\varepsilon}{dQ_{sum}}$ здесь следует находить при $Q_{sum} = Q_{sum0}$ в процессе расчета штриховой линии рис. 6.

Отрицательный эрозионный эффект по обсуждаемой версии проявляется только в области неустойчивости, что дает возможность лишь грубой оценки эффекта с предположением о ходе линии $\varepsilon(Q)$ в области неустойчивости.

2.4. Качественные выводы из анализа физической модели

Рассуждения, приведенные в пп. 2.1–2.3, позволяют на качественном уровне делать заключения о характере зависимости эффекта отрицательной эрозии по изложенному механизму от теплокинетических параметров топлива и характеристик процесса. Эффект тем больше, чем сильнее неравенство

$$\alpha Q > c(T_s - T_0) + Q_m,$$

$$\alpha Q \approx W_s \Delta y \approx W_s \cdot 2 \frac{\lambda}{cm} \frac{RT_s^2}{E(T_s - T_0)} \quad (4)$$

(см. приложение D [30]). Здесь αQ — тепловыделение в зоне подповерхностных реакций, W_s — скорость реакции, λ — теплопроводность.

Обсудим вначале эффект повышения начальной температуры. При больших значениях теплоты испарения используемых составов пренебрежем возможностью существования отрицательных зависимостей T_s и W_s от T_0 . В соотношении (4) с учетом выражения для αQ левая часть неравенства с ростом T_0 возрастает, а правая убывает. Неравенство усиливается, а с ним и ожидаемый эффект отрицательной эрозии. При убывании T_0 неравенство ослабевает и проходит через изменение знака $>$ на $<$, после чего избыток тепловыделения и вызванный им эффект отрицательной эрозии полностью исчезают. Такая картина наблюдалась в экспериментах [23].

Согласно соотношению (4) эффекту отрицательной эрозии может способствовать увеличение скорости подповерхностной реакции W_s . Но следует учитывать, что при небольших отклонениях в (4) от знака равенства (когда еще справедлива формула Зельдовича для скорости горения с ведущей конденсированной фазой) имеем $m \sim \sqrt{W_s}$ и по (4) $\alpha \sim \sqrt{W_s}$. Изложенные выше представления согласуются с данными экспериментов [48], в которых переход к составу с добавкой катализатора (т. е. увеличение W_s) приводил к усилению эффекта отрицательной эрозии.

Отметим, что в соответствии с [51] увеличивать W_s может также предварительное ионизирующее облучение испытуемого состава ТРТ. По нашим представлениям, оно создает в ТРТ «скрытые» центры, которые активизируются при подходе волны нагрева и увеличивают W_s , что может способствовать появлению эффекта отрицательной эрозии.

Наконец, представления о вызванной избытком подповерхностного тепловыделения «собственной» турбулентности как причине отрицательной эрозии дают направление поиска объяснений результатов эксперимента [52], в котором полностью исчезала наблюдавшаяся до этого при таких же скоростях обдува отрицательная эрозия, если направляемый на образец ТРТ поток газа предварительно пропускаться через специальный турбулизатор (решетку). Отсутствие отрицательной эрозии, возникающей по механизму растяжения пламени, формально можно объяснить тем, что этот механизм работает в ламинарном подслое, которого не было при использовании турбулизатора.

Анализируя влияние «собственной» турбулентности, примем также во внимание то, что решетка создает свободную (не пристенную) турбулентность с пульсацией Δn , приблизительно соответствующей размеру d решеточной ячейки. В отличие от пристенной турбулентности, где величина пульсаций возрастает с удалением от обдуваемой поверхности, в свободной турбулентности они всюду одинаковы и ближайшая к поверхности отстоит от нее на расстояние около d . «Собственная» турбулентность создает на обдуваемой поверхности пульсацию размером Δn (по $(D1')$, см. приложение D). С удалением от поверхности такие пульсации только размываются. Поэтому можно ожидать, что при $d > \Delta n$ созданная решет-

кой свободная турбулентность никак не будет влиять на «собственную».

2.5. Расчеты для демонстрации модели

В приложении II математическая модель процесса сведена к системе двух трансцендентных уравнений (П21), (П22) для δ и b_s . Проверились интервалы исходных значений переменных для начальных итераций — $0.2 < \delta_0 < 0.2$, $0 < b_{s0} < 1$. Здесь добавление индекса 0 к величинам δ , b_s означает, что они взяты в качестве начальной итерации. Если для всех четырех углов прямоугольника в координатах δ , b_s (0.2, 0; 0.2, 1; -0.2, 0; -0.2, 1) программа сообщает о невозможности получить решение, то считаем, что при данном выборе входных параметров стационарное решение не существует, и полагаем наличие неустойчивости, описанной выше. В расчетах, по результатам которых построен рис. 7, были проверены различные сочетания δ_0 , b_{s0} . Оказалось, что от выбора значений δ_0 , b_{s0} зависит существование решения, но не его величина. Если в «приемлемом» сочетании δ_0 , b_{s0} произвольно изменять δ_0 без изменения знака, решение не меняется. А после изменения знака решение отсутствует. Решение не изменяется и при изменении b_{s0} в области $b_{s0} > 0.7$ (при $b_{s0} < 0.7$ оно отсутствует). Мы полагаем, что независимость решения от выбора значений рассчитываемых параметров для начальной итерации означает единственность решения при используемом наборе параметров.

Но при некоторых сочетаниях параметров единственности нет. Для набора параметров $k = 0.1$, $n = 1.6$, $K_1 = 0.074$, $K_2 = 100$, $K_3 = 10^{5.43}$, $K_4 = 0.088$, $K_6 = 0.446$, $Le_0 = 1.05$, $K_5 = 0.259$, $L/Q = 0.2$ при $0 < z < 270$ решение единственное, а при $270 < z < 470$ их два. Изменение знака δ_0 вызывает «перескок» с одного решения на другое. При $\delta_0 < 0$ получается решение с ярко выраженной отрицательной эрозией в области устойчивости, что не соответствует принятой модели, и соответственно оно исключено из рассмотрения. При $\delta_0 > 0$ получаем ожидаемое при таких параметрах решение с ведущей ролью газовой фазы и положительной эрозией.

В качестве примера использования системы (П21), (П22) были проведены расчеты с «выбранным» набором входных параметров $k = 0.1$, $n = 1.6$, $K_1 = 0.074$, $K_2 = 100$, $K_3 = 10^9$, $K_4 = 0.088$, $K_5 = 0.481$,

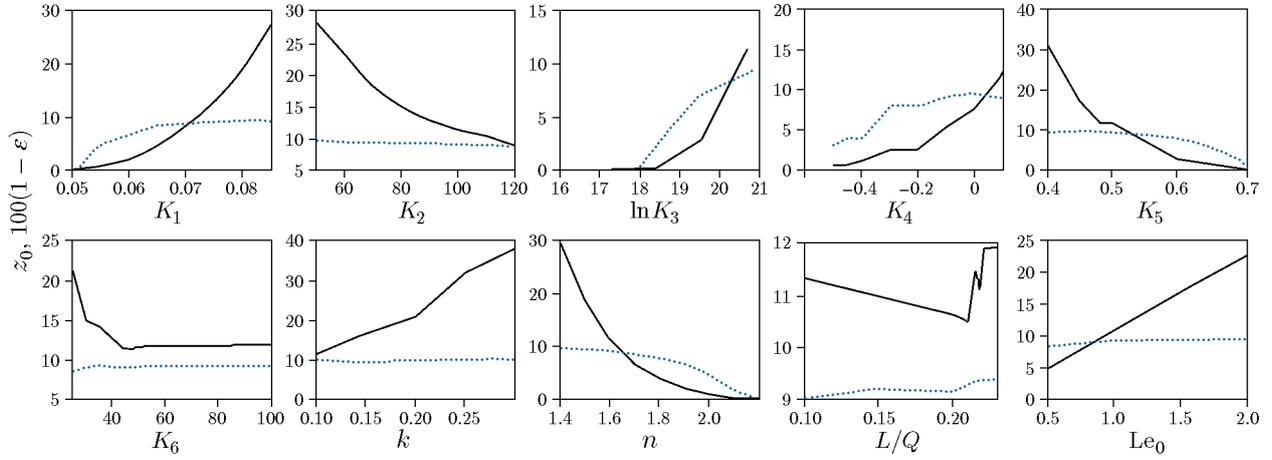


Рис. 7. Зависимости величин z_0 (сплошная линия) и $100(1 - \varepsilon)$ (пунктирная линия) от входных параметров

$K_6 = 44.595$, $Le_0 = 1.05$, $L/Q = 0.1$ (см. обозначения в (П18)–(П20)). Применялось соотношение

$$\varepsilon_{\min} = 1 - 0.5z_0 \left. \frac{d\varepsilon}{dz} \right|_{z=z_0}.$$

При указанном наборе параметров $z_0 = 11.315$; $\left(\frac{d\varepsilon}{dz}\right)_{z=z_0} \approx 0.03$, что дает значение $\varepsilon_{\min} \approx 0.91$. Кроме того, обнаружена не имеющая простого объяснения узкая область отсутствия стационарного решения $22.95 < z < 25.02$.

Расчеты по модели из приложения II (см. рис. 7) проводились вблизи значений параметра $z = z_0$, чтобы найти

$$\left. \frac{d\varepsilon}{dz} \right|_{z=z_0} = \frac{\varepsilon(z_0 + \Delta z) - \varepsilon(z_0)}{\Delta z}$$

при достаточно малом Δz . Из десяти входных параметров модели только

$$K_3 = 2 \frac{\lambda}{\lambda_g} \frac{k_c}{k_g} \frac{QR}{cE}$$

может изменяться на несколько порядков, если подставлять в него самые большие и самые малые опубликованные значения отношения k_c/k_g , где k_c , k_g — предэкспоненциальные множители для скорости реакции в конденсированной и газовой фазах. Увеличение параметра K_3 приводит к увеличению доли α подповерхностного разложения, что по нашим представлениям означает приближение к режиму с ведущей ролью конденсированной фазы. Это видно из приведенной ниже таблицы, рассчитанной при значениях остальных девяти параметров таких же, как в приведенном выше

Влияние параметра K_3 на α , z_0 , ε

| $\ln K_3$ | α | z_0 | ε |
|-----------|----------|--------|---------------|
| 20.7 | 0.359 | 12.105 | 0.82 |
| 19.55 | 0.356 | 2.905 | 0.855 |
| 18.4 | 0.36 | 0.232 | 0.964 |
| 18.112 | 0.36 | 0 | 1 |
| 16.1 | 0.365 | 0 | 1 |
| 13.8 | 0.208 | 0 | 1 |
| 11.5 | 0.03 | 0 | 1 |

«выбранном» наборе. При $\ln K_3 < 18$ отрицательная эрозия отсутствует.

Помимо K_3 , на рис. 7 используются следующие обозначения:

$$K_1 = \frac{RT_b}{L\mu_v}, \quad K_2 = \frac{P}{1at},$$

$$K_4 = \frac{cT_0 - Q_m}{Q}, \quad K_5 = \frac{E}{L\mu_v}, \quad K_6 = \frac{c\mu_v}{R},$$

$$k = \frac{\mu_{pr}}{\mu_v}, \quad Le_0 = \left(\frac{c_g \rho D}{\lambda_g}\right)_{\varepsilon=0}.$$

Здесь μ_v , μ_{pr} — молярная масса соответственно пара и продуктов, L — теплота испарения.

Линия $100(1 - \varepsilon)$ показывает, на сколько процентов по нашей версии минимальная скорость горения при обдуве может быть меньше таковой без обдува. Параметр z выступа-

ет здесь в качестве служебного, который имеет различные значения в рассчитанных точках, соединением которых получены линии на рис. 7. При $K_1 < 0.05$, $\ln(K_3) < 18$, $K_4 < -0.5$, $K_5 > 0.7$ и $n > 2.1$ выполняется $z_0 = 0$, $\varepsilon = 1$. При этом процесс горения устойчив и отрицательная эрозия по нашей версии отсутствует.

3. НЕРЕШЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ

Использованная модель горения (см. приложение П), как и все учитывающие влияние обдува одномерные модели, не может описать эффект отрицательной эрозии за счет растяжения пламени. В двигателе с длинным зарядом, вдоль поверхности которого по мере приближения к выходному концу увеличивается скорость обдува, возможны два участка с отрицательной эрозией: начальный, с эффектом по версии растяжения пламени, и последующий, с эффектом по версии существования «собственной турбулентности из-за избытка подповерхностного тепловыделения». Возможно и наложение эффектов. Но вариант с эффектом по версии растяжения пламени может реализоваться для различных составов, а вариант с эффектом по изложенной в статье версии — только для составов с избыточным подповерхностным тепловыделением. В дальнейшем необходимо найти по возможности простое объяснение и физический смысл выявленного расчетами эффекта стабилизации процесса при достаточном увеличении степени турбулентности.

Оценочное выражение (3) для коэффициента эрозионного горения получено с использованием произвольного предположения об отсутствии излома линии $\varepsilon(z)$ (или зависимости $\varepsilon(Q_{sum})$ на рис. 6) на границе устойчивости. Более обоснованный результат следовало бы получать в два этапа. Этап 1: в задаче без обдува необходимо приближенно найти осредненную во времени и по поверхности скорость горения в условиях, когда стационарное решение системы уравнений из приложения П не существует. Для этого, используя представление о периодических тепловых взрывах, необходимо оценить их частоту в фиксированной точке поверхности, а также квадрат амплитуды пульсации скорости оттока газа. Произведение этих величин дает коэффициент турбулентного обмена в «нелегитимной» области. Его необходимо осреднить во времени и локально по поверхности. Этап 2: учесть каким-либо образом влия-

ние обдува на такую осредненную скорость горения (простейший вариант см. в приложении D). Можно надеяться, что для получаемой таким образом оценки зависимость эффекта от входных параметров, показанная на рис. 7, качественно соответствует реальности и в таком варианте может быть полезна при проектировании.

Изложенное выше свидетельствует о наличии проблемы наглядного представления результатов расчетов в многомерном пространстве входных параметров. Эта проблема общая для задач математической физики с большим числом таких параметров. На рис. 7 представлены результаты расчетов в окрестности «избранной» точки упомянутого пространства. Точнее, выведены значения величин z_0 и $100(1 - \varepsilon)$ вдоль выходящих из этой точки координатных осей, соответствующих каждому входному параметру. Здесь не использован другой вариант представления результатов в окрестности этой точки, когда демонстрируется зависимость сразу от двух параметров в каждой из координатных плоскостей, проходящих через избранную точку. В рассматриваемом случае число параметров равно 10, а плоскостей $C_2^{10} = 45$. Разумеется, в окрестности других точек 10-мерного пространства картина может быть другой. Области с радикальным различием поведения кривых могут представлять интерес для практики, выявление таких областей актуально в подобных задачах. Для этого желательно сравнить решение на обеих границах интервала изменения каждого параметра. В пространстве входных параметров речь идет о проверке на всех вершинах 10-мерного многогранника, ограничивающего область изменения параметров. Проблема состоит в том, что число этих вершин $2^{10} = 1024$.

Кроме того, существует геометрическая проблема — выявление области, где нет стационарного решения и можно ожидать наличия эффекта отрицательной эрозии по нашей версии. Заметим, что почти во всех расчетах такая область содержит $z = 0$. Но «области без решения» могут и не включать в себя $z = 0$, например узкая область $22.95 < z < 25.02$, указанная в п. 2.2 для «выбранного» набора параметров. В этом случае требуется выяснить причину отсутствия решения и физический смысл явления. Сходная проблема — выяснение формы области, где существует два решения. Там требуется найти причину неедин-

ственности. В многомерном пространстве искомые области могут иметь сложную форму, их выступы могут переплетаться и пересекаться, возможна и многосвязность.

Таким образом, несмотря на оговорки, изложенные в пп. 2.1–2.4, представления о физической модели горения при обдуве ТРТ с избыточным подповерхностным тепловыделением позволяют правдоподобно объяснить отрицательный эрозионный эффект и его зависимость от некоторых параметров процесса. Кроме перечисленных выше нерешенных проблем, представляется важным переход к двумерной модели, что позволит учитывать, наряду с избытком подповерхностного тепловыделения, вызванное обдувом «растяжение пламени» как причину отрицательного эрозионного эффекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Лейпунский О. И.** К вопросу о физических основах внутренней баллистики реактивных снарядов // Теория горения порохов и взрывчатых веществ / под ред. О. И. Лейпунского, Ю. В. Фролова. — М.: Наука, 1982. — С. 226–277.
2. **Зельдович Я. Б.** К теории горения пороха в потоке газов // Физика горения и взрыва. — 1971. — Т. 7, № 4. — С. 463–476.
3. **Wimpress R. N.** Internal Ballistics of Solid-fuel Rockets: Military Rockets Using Dry-processed Double-base Propellant as Fuel. — New York: McGraw-Hill, 1950.
4. **Green L., Jr.** Erosive burning of some composite solid propellants // Jet Propul. — 1954. — V. 24. — P. 9–15. — DOI: 10.2514/8.6439.
5. **Vandenkerckhove J. A.** Erosive burning of a colloidal solid propellant // Jet Propul. — 1958. — V. 28. — P. 599–560. — DOI: 10.2514/8.7402.
6. **Karabeyoglu M. A., Altman D., Cantwell B. J.** Combustion of liquefying hybrid propellants: Part 1, General theory // J. Propul. Power. — 2002. — V. 18, N 3. — P. 610–620. — DOI: 10.2514/2.5975.
7. **Weinstein A., Gany A.** Testing and modeling liquefying fuel combustion in hybrid propulsion // Prog. Propul. Phys. — 2013. — V. 4. — P. 99–112. — DOI: 10.1051/eucass/201304099.
8. **Lenoir J. M., Robillard G.** A mathematical method to predict the effects of erosive burning in solid-propellant rockets // Symp. (Int.) Combust. — 1957. — V. 6, N 1. — P. 663–667. — DOI: 10.1016/S0082-0784(57)80092-7.
9. **Виллюнов В. Н.** К теории эрозионного горения порохов // Докл. АН СССР. — 1961. — Т. 136, № 2. — С. 381–383.
10. **Jojic B., Blagojevic D. J.** Theoretical prediction of erosive burning characteristics of solid rocket propellant based on burning rate dependence of pressure and initial temperature and its energy characteristics // 12th Propulsion Conf., Palo Alto, CA, 26–29 July 1976. — DOI: 10.2514/6.1976-697.
11. **King M. K.** Erosive burning of composite solid propellants: experimental and modeling studies // J. Spacecr. Rockets. — 1979. — V. 16, N 3. — P. 154–162. — DOI: 10.2514/3.57636.12.
12. **King M. K.** Experimental and theoretical study of the effects of pressure and crossflow velocity on composite propellant burning rate // Symp. (Int.) Combust. — 1981. — V. 18, N 1. — P. 207–216.
13. **Marklund T., Lake A.** Experimental investigation of propellant erosion // ARS J. — 1960. — V. 3. — P. 173–178. — DOI: 10.2514/8.5024.14.
14. **Mukunda H. S., Paul P. J.** Universal behaviour in erosive burning of solid propellants // Combust. Flame. — 1997. — V. 109, N 1-2. — P. 224–236. — DOI: 10.1016/S0010-2180(96)00150-2.
15. **Dickinson L. A., Jackson F., Odgers A. L.** Erosive burning of polyurethane propellants in rocket engines // Proc. of the 8th Symp. (Int.) on Combustion. — Baltimore, 1962. — P. 754–759.
16. **Zucrow M. J., Osborn J. R., Murphy J. M.** An experimental investigation of the erosive burning characteristics of a nonhomogeneous solid propellant // AIAA J. — 1965. — V. 3, N 3. — P. 523–525. — DOI: 10.2514/3.2896.
17. **Draskovic D.** Uticaj nekih parametara na poremecaj brzina gorenja cvrstog homogenog raketnog goriva, part II // Naucno-Tehnicky Preqlad VTI. — 1974. — V. 24, N 4. — (Цит. по [10]).
18. **Godon J. C., Duterque J., Lengellé G.** Solid propellant erosive burning // Proc. of the 23rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propul. Conf., San Diego, CA, 29 June — 2 July, 1987.
19. **Razdan M. K., Kuo K. K.** Erosive burning of solid propellants // Fundamentals of Solid-Propellant Combustion. — New York: AIAA, 1984. — P. 515–598. — (Prog. Astronaut. Aeronaut.; V. 90).
20. **Kubota N.** Propellants and Explosives: Thermochemical Aspects of Combustion. — 2nd ed. — Weinheim: Wiley-VCH, Verlag GmbH, 2007.
21. **Kreidler J. W.** Erosive burning — new experimental techniques and methods of analysis // Solid Propellant Rocket Conf., Palo Alto, CA, 29–31 Jan., 1964. — DOI: 10.2514/6.1964-155.22.
22. **Saderholm C. A.** A characterization of erosive burning for composite H-series propellants // Solid Propellant Rocket Conf., Palo Alto, CA, 29–31 Jan., 1964.

23. Вилюнов В. Н., Дворяшин А. А. О закономерностях горения пороха Н в потоке газа // Физика горения и взрыва. — 1971. — Т. 7, № 1. — С. 45–51.
24. Вилюнов В. Н., Дворяшин А. А. О влиянии начальной температуры конденсированного вещества на величину отрицательной эрозии // Физика горения и взрыва. — 1973. — Т. 9, № 4. — С. 602–602.
25. Булгаков В. К., Липанов А. М. К теории горения конденсированного вещества при обдуве // Физика горения и взрыва. — 1983. — Т. 19, № 3. — С. 32–41.
26. Булгаков В. К., Липанов А. М. Модель горения твердых топлив при обдуве, учитывающая взаимодействие турбулентности с химической реакцией // Физика горения и взрыва. — 1984. — Т. 20, № 5. — С. 68–74.
27. Булгаков В. К., Липанов А. М., Вилюнов В. Н., Карпов А. И. О механизме отрицательной эрозии при горении твердых топлив // Физика горения и взрыва. — 1989. — Т. 25, № 4. — С. 32–35.
28. Булгаков В. К., Липанов А. М. Теория эрозионного горения твердых ракетных топлив. — М.: Наука, 2001.
29. Gusachenko L. K., Zarko V. E. Peculiarities of erosive combustion of heterogeneous systems // Structure and Properties: Proc. of 35th Int. Annu. Conf. of ICT Energetic Materials / M. Heerman (Ed.). — 2004. — P. 90.
30. Гусаченко Л. К., Зарко В. Е. Эрозионное горение. Проблемы моделирования // Физика горения и взрыва. — 2007. — Т. 43, № 3. — С. 47–58.
31. Isfahani A. H. G., Zhang J., Jackson T. L. Erosive burning of homogeneous and heterogeneous solid propellants // 45th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conf. & Exhibit, 2–5 August 2009, Denver, Colorado. — AIAA 2009–5498. — DOI: 10.2514/6.2009-5498.
32. Zhang J., Jackson T. L. A model for erosive burning of homogeneous propellants // Combust. Flame. — 2010. — V. 157, N 2. — P. 397–407. — DOI: 10.1016/j.combustflame.2009.09.008.
33. Jackson T. L., Zhang J., Topalian V. Erosive burning of solid propellants // 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, January 4–7, 2010, Orlando, Florida. — AIAA 2010-616.
34. Сабденов К. О., Ерзада М. Механизм возникновения отрицательного эрозионного эффекта // Физика горения и взрыва. — 2013. — Т. 49, № 3. — С. 22–33.
35. Сабденов К. О., Ерзада М. Аналитический расчет скорости горения при отрицательном эрозионном эффекте // Физика горения и взрыва. — 2013. — Т. 49, № 6. — С. 76–86.
36. Ward M. J., Son S. F., Brewster M. Q. Steady deflagration of HMX with simple kinetics: A gas phase chain reaction model // Combust. Flame. — 1998. — V. 114, N 3-4. — P. 556–568. — DOI: 10.1016/S0010-2180(97)00332-5.
37. Greatrix D. R. Erosive burning model predictions and laboratory test data: A retrospective // AIAA Propulsion and Energy 2020 Forum. — AIAA 2020-3931. — DOI: 10.2514/6.2020-3931.
38. Greatrix D. R. Model for prediction of negative and positive erosive burning // 42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conf. & Exhibit, 9–12 July 2006, Sacramento, CA. — AIAA 2006-5112. — DOI: 10.2514/6.2006-5112.
39. Гусаченко Л. К., Зарко В. Е. Анализ моделей горения энергетических веществ с полностью газообразными продуктами реакции // Физика горения и взрыва. — 2005. — Т. 41, № 1. — С. 24–40.
40. Zenin A. A. HMX and RDX — Combustion mechanism and influence on modern double-base propellant combustion // J. Propul. Power. — 1995. — V. 11, N 4. — DOI: 10.2514/3.23900.
41. Зенин А. А., Пучков В. М., Финяков С. В. Характеристики волн горения октогена при различных давлениях и начальных температурах // Физика горения и взрыва. — 1998. — Т. 34, № 2. — С. 59–66.
42. Zenin A. A., Finjakov S. V. Physics of GAP combustion // 38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 10–13 Jan. 2000, Reno, NV. — AIAA-2000-1032. — DOI: 10.2514/6.2000-1032.
43. Zenin A. A., Finjakov S. V. Burning wave structure and combustion mechanism of glycidyl-azide/nitramine mixtures // 31st Int. Annu. Conf. of ICT, Karlsruhe, FRG, 2000. — P. 132(1–13).
44. Zenin A. A., Finjakov S. V. Physics of combustion of HTPB/nitramine compositions // 32nd Int. Annu. Conf. of ICT, Karlsruhe, FRG, 2001. — P. 8(1–24).
45. Гусаченко Л. К., Зарко В. Е., Рычков А. Д. Неустойчивость модели горения с испарением на поверхности и перегревом в к-фазе // Физика горения и взрыва. — 1997. — Т. 33, № 1. — С. 43–50.
46. Фур З. И. О механизме распространения горения в бездымном порохе // Инж.-физ. журн. — 1963. — Т. 12. — С. 118.
47. Prigogine I., Stengers I. Order out of Chaos. Man's New Dialogue with Nature. — London: Heinemann, 1984.
48. Маршаков В. Н., Финяков С. В. Локальные скорости неоднородного фронта горения нитроглицериновых порохов // Хим. физика. — 2017. — Т. 36, № 6. — С. 24–33.
49. Гусаченко Л. К., Зарко В. Е. Об устойчивости самоподдерживающегося горения энергетических материалов с интенсивным подповерхностным тепловыделением // Хим. физика. — 2008. — Т. 27, № 1. — С. 79–87.

50. Зырянов В. Я., Болваненко В. М., Глозов О. Г., Гуренко Ю. М. Турбулентная модель горения СТТ // Физика горения и взрыва. — 1988. — Т. 24, № 6. — С. 17–26.
51. Струнин В. А., Манелис Г. Б., Пономарев А. Н., Тальрозе В. Л. Влияние ионизирующего излучения на горение перхлората аммония и смесевых систем на его основе // Физика горения и взрыва. — 1968. — Т. 4, № 4. — С. 584–590.
52. Виллюнов В. Н., Исаев Ю. М., Кузнецов А. Т. Исследование влияния структуры турбулентности при эрозионном горении конденсированных веществ // Физика горения и взрыва. — 1981. — Т. 17, № 3. — С. 133–135.
53. Гинзбург И. П. Теория сопротивления и теплопередачи. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1970.

Приложение D

Деформация газового «облачка» при обдуве

Рассмотрим поведение одиночного газового выброса, описанного в п. 2, при действии обдувающего потока. Для анализа картины на качественном уровне примем следующие упрощения.

Пусть очаги газовой выделенной от локальных тепловых взрывов имеют линейный размер Δx вдоль поверхности и Δy вглубь и выгорают за время теплового взрыва $\Delta t = \rho_s/W_s$, где W_s — скорость реакции разложения ТРТ на поверхности. Полагаем, что величина Δy близка к толщине зоны подповерхностных реакций. Согласно [42]

$$\Delta y = 2 \frac{\lambda}{cm} \frac{RT_s^2}{E(T_s - T_0)},$$

где λ , c , E , T_s — теплопроводность, теплоемкость, энергия активации и температура этой зоны, m — массовая скорость горения. Величина Δx определяется взаимодействием тепловыделения в очаге реакции и теплоотводом в холодную периферию. Можно положить

$$\Delta x \approx \sqrt{\Delta t \frac{\lambda}{c\rho}}.$$

Тогда в ситуации без обдува высота равномерно выталкиваемого квазитвердого газового столбика над очагом равна

$$n(t) = \Delta y \frac{t}{\Delta t} \frac{\rho_s}{\rho_g} = \frac{mt}{\rho_g}, \quad (D1)$$

где ρ_s , ρ_g — плотности конденсированной фазы и газа. Здесь использовано соотношение $m \Delta t = \Delta y \rho_s$. Высота выброса равна

$$\Delta n = n(\Delta t) = \frac{m \Delta t}{\rho_g} = \frac{\Delta y \rho_s}{\rho_g}. \quad (D1')$$

В этом грубом приближении вместо взрывным образом нарастающего принято постоянное газовой выделение очага реакции, «равномерно распределенное» по всему времени Δt теплового взрыва.

При наличии обдува полагаем, что деформируемый обдувом столбик газа не выходит по нормали за пределы той части ламинарного подслоя, где для продольной скорости газа можно принять $v = rn$, $r = \text{const} \sim V$ — градиент продольной скорости у поверхности, а для скорости, нормальной к поверхности, по-прежнему (как и без обдува) $\frac{dn}{dt} = \frac{m}{\rho_g}$ над

очагом и $\frac{dn}{dt} = 0$ вне очага. Тогда для газовой частицы, стартовавшей из точки $(x_0, 0)$, $0 < x_0 < \Delta x$, траектория в координатах (x, n) , заданная параметрически с параметром t , такова:

$$n = \min(n(t), n(t_{out})),$$

$$x = x_0 + \int_0^t rn(x, t) dt = x_0 + \frac{rmt^2}{2\rho_g} \quad (D2)$$

при $x < \Delta x$,

$$x = \Delta x + r(t - t_{out})n(t_{out}) \quad \text{при } x > \Delta x.$$

Значения времени $t > \Delta t$ не рассматриваются. Здесь t_{out} — момент выхода траектории за пределы очага, т. е. корень уравнения $x(t) = \Delta x$: $t_{out} = \sqrt{2(\Delta x - x_0)\rho_g/(rm)}$. Тогда $n(t_{out}) = \sqrt{2m(\Delta x - x_0)/(r\rho_g)}$. В безразмерном виде в момент $t = \Delta t$ соотношения (D2) имеют вид

$$\bar{n}(F, x_0) \equiv \frac{n}{n_1} = \min(1, \sqrt{F(1 - \bar{x}_0)}),$$

$$\bar{x}(F, x_0) \equiv \frac{x}{\Delta x} = \bar{x}_0 + \frac{1}{F}, \quad \text{если } \bar{x} < 1, \quad (D3)$$

$$\bar{x}(F, x_0) = 1 + \frac{2}{F} \sqrt{F(1 - \bar{x}_0)} (1 - \sqrt{F(1 - \bar{x}_0)}),$$

если $\bar{x} > 1$.

Здесь масштаб $n_1 = m \Delta t / \rho_g$, параметр $F = 2\rho_g \Delta x / rm(\Delta t)^2$, $\bar{n}_{out} = \sqrt{F(1 - \bar{x}_0)}$.

В координатах (x, n) форма «облачка» от единичного газового выброса из области $0 < x < \Delta x$ в отсутствие обдува прямоугольная: $n = n(\Delta t)$ по (D1), если $0 < x < \Delta x$, и $n = 0$, если $x < 0$ или $x > \Delta x$.

При наличии обдува ($r > 0$) левая граница «облачка» есть траектория (D2) крайней левой частицы $x_0 = 0$ в момент $t = \Delta t$, именно:

$$n = \sqrt{2amx/(r\rho_g)} \quad \text{или} \quad \bar{n} = \sqrt{F\bar{x}}, \quad (\text{D4})$$

$$\bar{x} \equiv x/\Delta x < 1/F.$$

При $\bar{n} = 1$ (т. е. $\bar{x} = 1/F$) линия (D4) переходит в верхнюю границу ($\bar{n} = 1$), вместе с левой границей это имеет вид

$$\bar{n} = \min(1, \sqrt{F\bar{x}}), \quad 0 < \bar{x} < 2/\sqrt{F} - 1. \quad (\text{D5})$$

При $F = 1$ верхняя граница вырождается в угловую точку $\bar{n} = 1$, $\bar{x} = 1$, при $F < 1$ эта точка опускается вниз. Правую границу облачка — геометрическое место правых концов всех траекторий $0 < \bar{x}_0 < 1$ — удобно представить параметрически с параметром x_0 :

$$n = n(t_{out}), \quad x = \Delta x + rn(t_{out})(\Delta t - t_{out})$$

или

$$\bar{n}(\bar{x}_0) = \sqrt{F(1 - \bar{x}_0)} = \frac{t_{out}}{\Delta t}, \quad (\text{D6})$$

$$\bar{x}(\bar{x}_0) = \frac{2\bar{n}(1 - \bar{n})}{F} + 1 = 2\left(\bar{x}_0 + \sqrt{\frac{1 - \bar{x}_0}{F}}\right) - 1.$$

Исключая \bar{x}_0 , получим правую границу в координатах (\bar{x}, \bar{n}) в виде двух ветвей

$$\bar{y}(\bar{x}) = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{1 - 2F(\bar{x} - 1)}). \quad (\text{D7})$$

Они сходятся при $\bar{x} = 1 + 1/(2F)$, $\bar{n} = 0.5$.

Для оценки части коэффициента турбулентного переноса за счет «собственной» турбулентности имеем с использованием (D4) при $\bar{x} = 1$:

$$Q_1 = \frac{n^2}{\Delta t} = \frac{n_1^2}{\Delta t} F = 2 \frac{\Delta x}{r} \frac{m}{\Delta t} \frac{m}{\rho_g}. \quad (\text{D8})$$

Приложение П Модель горения

Получим уравнения для сформулированной выше физической модели горения энергетического материала. Запишем выражения для тепловых балансов:

под поверхностью

$$m \Delta H - Qm\alpha = -\lambda\varphi_{sc}, \quad (\text{П1})$$

на поверхности

$$-\lambda\varphi_{sc} = q_g - m(1 - \alpha)L, \quad (\text{П1}')$$

над поверхностью

$$m(1 - \alpha)(Q + L) = m \Delta H_g + q_g. \quad (\text{П1}''')$$

Здесь α — доля разложившегося под поверхностью вещества, Q — тепловой эффект реакции в конденсированной фазе, $\Delta H = c(T_s - T_0) + Q_m$ — тепло, потребное для нагрева энергетического материала до температуры поверхности T_s (подлежащей определению), Q_m — тепловой эффект плавления, φ_{sc} — градиент температуры поверхности со стороны конденсированной фазы, q_g — тепловой поток на поверхность со стороны газа (подлежащий определению), $\Delta H_g = c_g(T_{\max} - T_s)$ — тепло, потребное для нагрева газа до максимальной температуры T_{\max} . Теплоемкость c_g газовой смеси считаем постоянной. Из (П1) следует

$$(Q + L)\alpha + q_g/m = \Delta H + L, \quad (\text{П2})$$

$$Q = \Delta H + \Delta H_g.$$

Второе соотношение (П2) задает величину T_{\max} .

Для массовой скорости горения при нулевом порядке подповерхностных реакций используется формула Мержанова — Дубовицкого (вывод см., например, в [39]):

$$(m \Delta H)^2 = \frac{2\lambda Q k_c}{1 - \delta_1^2} \frac{RT_s^2}{E} \exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right),$$

$$\delta_1 = 1 - \alpha \frac{Q}{\Delta H}. \quad (\text{П3})$$

Здесь $k_c \exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right) = W_c$ — скорость реакции в единице объема, $\text{г}/(\text{см}^3 \cdot \text{с})$.

Стационарный режим горения согласно [39] реализуется только в случае, если величина δ_1 положительна или равна нулю (при нуле получается формула Зельдовича). Согласно (П3) параметр δ_1 имеет смысл относительного дефицита подповерхностного тепловыделения αQ , а именно указывает, какого количества энергии недостает до величины ΔH , потребной для нагрева энергетического материала до T_s . Более подробно условие существования стационарного режима изложено в [45].

На поверхности горения выполняется уравнение Клапейрона — Клаузиуса

$$b_s \frac{P}{1 \text{ ат}} = \exp\left(\frac{\mu_v L}{R} \left(\frac{1}{T_b} - \frac{1}{T_s}\right)\right), \quad (\text{П4})$$

$$\exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right) = \left(b_s \frac{P}{1 \text{ ат}}\right)^{E/\mu_v L} \exp\left(-\frac{E}{RT_b}\right).$$

Здесь b_s — молярная доля пара над поверхностью, T_b — температура кипения при атмосферном давлении, μ_v — молярная масса пара. Чтобы найти b_s , выведем вначале уравнение для молярной доли пара $b(x)$. Рассмотрим случай существования над поверхностью смеси пара и продуктов его разложения, массовая скорость переработки пара W_g , г/(см³·с).

Без учета термодиффузии в любом сечении потока продуктов газификации полный молярный поток пара равен

$$j_v = (bV - D\nabla b)/(RT/P), \quad (\text{П5})$$

где R — универсальная газовая постоянная; V — линейная скорость смеси; RT/P имеет смысл объема, приходящегося на один моль идеального газа (независимо от его состава); величина $bV - D\nabla b$, имеющая размерность линейной скорости, характеризует поток газа рассматриваемого компонента (пара). Тогда массовый поток пара

$$g_v = \mu_v j_v = (\mu_v/\mu)(bm - \rho D\nabla b). \quad (\text{П6})$$

Здесь использованы соотношения (П5) и $P/RT = \rho/\mu$, $\rho V = m$, где μ , ρ — молярная масса и плотность смеси. Отношение молярных масс иногда для простоты принимают близким к 1, однако, например, для октогена оно приблизительно равно 12 (а для CL-20 еще больше). Учтем зависимость μ от b :

$$\mu = \frac{\rho}{\sum c_i} = \frac{\sum \mu_i c_i}{\sum c_i} = \sum \mu_i b_i.$$

Здесь c_i — число молей i -го компонента в единице объема, b_i — соответствующая молярная доля. В частности, для смеси пара и продукта с молярными массами μ_v , μ_{pr} и молярными долями b , $1 - b$ выполняется соотношение

$$\mu = \mu(b) = b\mu_v + (1 - b)\mu_{pr}. \quad (\text{П7})$$

Теперь учтем, что массовый поток пара на расстоянии x от поверхности будет полностью по-

глощен реакцией на пути от x до координаты «конца зоны реакций» h ; $g_v = \int_x^h W_g dx$.

Далее, как в [36], рассмотрим частный случай $W_g = \text{const} = k_g(P/1 \text{ ат})^n$, так что

$$g_v = (h - x)W_g. \quad (\text{П8})$$

В частности, на поверхности горения выражение для массового баланса пара имеет вид

$$g_v(0) = (1 - \alpha)m = hW_g. \quad (\text{П9})$$

Подставляя в (П8) соотношения (П6), (П7), получим уравнение для b :

$$\psi \frac{db}{d\xi} + b[1 - (1 - \alpha)(1 - k)\eta] = k(1 - \alpha)\eta, \quad (\text{П10})$$

$$b_{\eta=0} = 0.$$

Здесь $\psi = \rho D/mh$, $\eta = 1 - x/h$, $k = \mu_{pr}/\mu_v$. Далее произведению ρD присваиваем некоторое среднее по зоне реакции значение. Для получения максимально компактной записи решения удобно ввести новый аргумент ξ такой, чтобы левая часть (П10) приняла вид $\frac{db}{d\xi} - 2b\xi$. Это выполняется при $\xi = [1 - (1 - \alpha)(1 - k)\eta]/d$, $d = \sqrt{2\psi(1 - \alpha)(1 - k)}$. Теперь (П10) принимает вид

$$\frac{db}{d\xi} - 2b\xi = \left(\xi - \frac{1}{d}\right) \frac{2k}{1 - k}, \quad (\text{П10}')$$

$$b_{\xi=1/d} = 0.$$

Положим $\rho D = \text{const}$ (только для вывода соотношения (П11), которое в результате становится весьма приближенным), что означает также $\psi = \rho D/mh = \text{const}$, $d = \sqrt{2\psi(1 - \alpha)(1 - k)} = \text{const}$. При допущении $\rho D = \text{const}$ решение (П10) имеет вид

$$\frac{1 - k}{k} b(\xi, d) = f(\xi, d) = -1 + e^{\xi^2 - 1/d^2} - \frac{\sqrt{\pi}}{d} e^{\xi^2} [\text{erf}(\xi) - \text{erf}(1/d)]. \quad (\text{П11})$$

Для расчета температуры получим уравнение в виде теплового баланса (на расстоянии x от поверхности), который по аналогии с (П8) можно записать в виде

$$q(h) - q(x) = (Q + L)(h - x)W. \quad (\text{П12})$$

Здесь q — «полный» тепловой поток,

$$q = mc_g(T - T_s) - \lambda_g \frac{dT}{dx}. \quad (\text{П13})$$

Граничные условия

$$T_{x=h} = T_{\max}, \quad \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=h} = 0, \quad T_{x=0} = T_s.$$

Из (П12), (П13) следует

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_g}{mch} \frac{d\vartheta}{d\eta} + \vartheta &= \eta(1 - \alpha) \frac{Q + L}{\Delta H_g}, \\ \vartheta(0) &= 0, \quad \left. \frac{d\vartheta}{d\eta} \right|_{\eta=0} = 0. \end{aligned} \quad (\text{П14})$$

Здесь $\vartheta = (T_{\max} - T)/(T_{\max} - T_s)$. Решение (П14) при $\lambda_g = \text{const}$

$$\begin{aligned} \vartheta &= (1 - \alpha) \left[\frac{\lambda_g}{mch} \left(\exp\left(-\frac{\eta mch}{\lambda_g}\right) - 1 \right) + \eta \right] \times \\ &\quad \times \frac{Q + L}{\Delta H_g}. \end{aligned} \quad (\text{П14}')$$

Требование $T_{x=0} = T_s$ дает связь между величинами λ_g/mch , α и T_s :

$$\begin{aligned} 1 &= (1 - \alpha) \left[\frac{\lambda_g}{mch} \left(\exp\left(-\frac{mch}{\lambda_g}\right) - 1 \right) + 1 \right] \times \\ &\quad \times \frac{Q + L}{\Delta H_g}. \end{aligned} \quad (\text{П15})$$

Таким образом, для шести неизвестных m , h , α , T_s , λ/mch , $b(0)$ имеем шесть уравнений: (П3) $m(\alpha, T_s)$; (П4) $T_s(b(0))$; (П9) $(1 - \alpha)m = hW$; (П10) $\psi = \rho D/mh$; (П11) $b_s(\alpha, \psi)$; (П15) $\alpha(\psi, T_s)$.

Учтем теперь возможное увеличение коэффициентов переноса D , $\lambda_g/c_g\rho$ за счет турбулентности, вызванной обдувом или неустойчивостью (см. [30]). Важные характеристики турбулентности — амплитуда пульсаций и их период Δt . Можно рассматривать пульсации скорости ΔV или пульсации координаты газового объема Δn , связь между ними $\Delta n = \Delta V \Delta t$. Величину Δn называют также путем смешения. Значимая характеристика турбулентного течения — коэффициент турбулентного обмена, который может оцениваться как $\Delta v^2 \Delta t = \Delta n^2/\Delta t$. Согласно приближенной оценке из приложения Д, на горячей поверхности без обдува выполняется $\Delta n = \frac{\Delta y \rho_s}{\rho_g}$,

$$\Delta y = 2 \frac{\lambda}{cm} \frac{RT_s^2}{E(T_s - T_0)} \text{ — толщина зоны реак-}$$

ций в конденсированной фазе. Предполагается, что слой такой толщины газифицируется в локальной горячей точке поверхности при тепловом взрыве в этом месте.

Турбулентная добавка для обоих коэффициентов переноса одинакова, для удобства записи ее обозначим как zD_0 (z — относительное увеличение упомянутых коэффициентов, которое мы полагаем совпадающим с относительным увеличением теплового и диффузионного потоков), так что

$$\rho D = (\rho D)_0(1 + z),$$

$$\text{Le} \approx \frac{D_0(1 + z)}{(\lambda_g/c_g\rho)_0 + zD_0} = \text{Le}_0 \frac{1 + z}{1 + z \text{Le}_0}, \quad (\text{П16})$$

$$\text{Le}_0 = \left(\frac{c_g \rho D}{\lambda_g} \right)_{z=0}.$$

Исключая величину h из приведенной системы уравнений, получим «газофазное» выражение для m :

$$\begin{aligned} m &= k_3 \left(\frac{P}{1 \text{ at}} \right)^{n/2} \sqrt{\frac{1 + z}{\psi(1 - \alpha)}}, \\ k_3 &= \sqrt{k_g(\rho D)_0}. \end{aligned} \quad (\text{П17})$$

Оно становится рабочим в случае ведущей роли газовой фазы, т. е. при $\alpha \ll 1$. Из (П17) следует

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{m(V)}{m(0)} = \frac{m_z}{m_{z_0}} = \\ &= \sqrt{\frac{1 + z}{1 + z_0} \frac{1 - \alpha_{z_0}}{1 - \alpha_z} \frac{\psi_{z_0}}{\psi_z}}. \end{aligned} \quad (\text{П17}')$$

Найденная на границе устойчивости величина z_0 реализуется как на этой границе, где $V = V^{**}$ (при этой и более высоких скоростях обдува имеет место только пристенная турбулентность), так и при $V = 0$, когда существует только «собственная» турбулентность (см. в п. 2.3 описание рис. 6).

Далее всюду используем для температуры масштаб T_b и обозначение $T = \tau T_b$.

Выражение (П4) принимает вид

$$\begin{aligned} \tau_s(b_s) &= \frac{1}{1 - K_1 \ln(K_2 b_s)}, \\ K_1 &= \frac{RT_b}{L\mu_v}, \quad K_2 = \frac{P}{1 \text{ at}}. \end{aligned} \quad (\text{П18})$$

Из (П3) находим

$$\delta = 1 - \frac{\alpha}{K_1(L/Q)K_6\tau_s(b_s) - K_4}, \quad (П19)$$

$$K_6 = \frac{c\mu_v}{R}, \quad K_4 = \frac{cT_0 - Q_m}{Q}.$$

Комбинация (П3) и (П17) с учетом (П16) дает

$$\psi(\delta, z, b_s) = (K_2)^n \frac{1 - \delta^2}{1 - \alpha(\delta, b_s)} \frac{1 + z}{Le_0 K_3} \times$$

$$\times \left[1 - \frac{K_4 Q}{K_1 L K_6 \tau_s(b_s)} \right]^2 \exp\left(\frac{K_5}{K_1 \tau_s(b_s)}\right), \quad (П20)$$

$$K_3 = 2 \frac{\lambda}{\lambda_g} \frac{k_c}{k_g} \frac{Q R}{c E}, \quad K_5 = \frac{E}{L \mu_v}.$$

В этих обозначениях из (П15) следует

$$1 = (1 - \alpha(\delta, b_s)) \frac{1 + L/Q}{1 - K_1(L/Q)K_6\tau_s(b_s) + K_4} \times$$

$$\times \left[\frac{\psi(\delta, z, b_s)(1 + z Le_0)}{Le_0(1 + z)} \times \right.$$

$$\left. \times \left(- \exp \frac{Le_0(1 + z)}{\psi(\delta, z, b_s)(1 + z Le_0)} + 1 \right) + 1 \right]. \quad (П21)$$

Далее из (П11) при $\eta = 1$ получаем

$$\frac{1 - k}{k} b_s = f\left(\frac{1 - (1 - \alpha(\delta, b_s))(1 - k)}{d}, d\right), \quad (П22)$$

$$d = \sqrt{2\psi(\delta, z, b_s)(1 - \alpha(\delta, b_s))(1 - k)}.$$

При заданной величине z система (П21), (П22) определяет значения δ , b_s ; затем по (П18)–(П20) можно найти $\tau_s(b_s)$, $\alpha(\delta, b_s)$, $\psi(\delta, z, b_s)$. Следуя (П3), безразмерную скорость горения можно определить как

$$m_0 \equiv m \frac{Q}{T_b} \sqrt{c \lambda_g k_g} =$$

$$= \frac{\tau_s}{\tau_s(L/Q)K_1K_6 - K_4} \sqrt{K_3 \frac{e^{-K_5/\tau_s}}{1 - \delta^2}}. \quad (П3')$$

Заметим, что условие $\delta > 0$ по представлениям, изложенным в [30], должно задавать область устойчивости стационарного решения в плоскости (α, b_s) , а именно: согласно (П19) условие $\delta > 0$ выполняется при $\alpha < \frac{K_6}{1 - K_1 \ln(b_s K_2)} - K_4$. Более адекватных физическим представлениям результатов можно ожидать при использовании для границы устойчивости выражений из [45]. Но в рамках используемой модели проще находить границу устойчивости как границу области входных параметров, на которой Mathcad сообщает об отсутствии решения системы (П21), (П22). Предполагая близость упомянутой границы к линии $\alpha = \alpha_{cr}(b_s)$ (где через $\alpha_{cr}(b_s)$ обозначена правая часть приведенного выше неравенства), удобно вместо α использовать в расчетах в качестве искомого величину δ , заменив всюду α на следующее из (П19) выражение $\alpha(b_s, \delta) = \alpha_{cr}(b_s)(1 - \delta)$. При $\delta < 0$ имеет место избыток подповерхностного тепловыделения.

Для решения задачи задаем при заданных значениях всех прочих входных параметров произвольную величину параметра z , при которой программа выдает решение системы (П21), (П22), и, уменьшая величину z , находим на границе устойчивости значение z_0 , при котором программа сообщает об отсутствии решения. Но при изменении любого, кроме z , входного параметра каждый раз нужно заново находить z_0 . Для ε выполняется соотношение (П17').

По нашей модели оценка ε_{\min} с использованием минимального значения z_0 дает $\varepsilon_{\min} = 1 - 0.25z_0 \frac{d}{dz} \varepsilon_{z=z_0}$ (см. (3) в п. 2.3). При этом $z = 0.5z_0$ есть минимальное значение относительного изменения коэффициента турбулентного обмена, через которое проходит этот коэффициент при эволюции процесса горения, когда скорость обдува увеличивается. Это соответствует абсциссе точки возврата $Q_{sum, \min}$ на рис. 6.

Поступила в редакцию 21.10.2021.
После доработки 11.01.2022.
Принята к публикации 28.02.2022.