Физика горения и взрыва, 1997, т. 33, № 1

О ВЫЧИСЛЕНИИ ПЕРИОДА ИНДУКЦИИ ТЕПЛОВОГО ВЗРЫВА

УДК 536.46

Р. С. Буркина, И. Г. Дик*

Томский государственный университет, 634050 Томск
*** Университет Ерланген — Нюрнберг, 91058 Ерланген, Германия**

Предлагаются формулы для периода индукции, полученные для различных функций источника и теплоотдачи, пригодные во всем интервале надкритических параметров. В каждом рассмотренном случае выявлены общие закономерности и особенности изменения периода индукции. Оценен интервал изменения определяющего параметра, в котором проявляется влияние теплоотдачи на период индукции.

Период индукции теплового взрыва является важной характеристикой для анализа пожаробезопасности систем при наличии самоускоряющихся экзотермических реакций. В надкритических условиях самовоспламенения скорость развития процесса определяет необходимое время срабатывания средств защиты.

1. В простейшей постановке без учета выгорания для реакционного объема V с функцией тепловыделения $Qk_0 \exp(-E/RT)$ и теплоотводом $\alpha(T - T_0)$ через поверхность S имеем (в переменных Франк-Каменецкого [1]) уравнение для теплового баланса $\chi(d\Theta/d\tau) = \chi \exp\Theta - \Theta$, где $\chi = VEQk_0 \exp(-E/RT_0)/S\alpha RT_0^2$, $\Theta = E(T - T_0)/RT_0^2$, а масштабом времени t служит время развития реакции $t_0 = c\rho RT_0^2/EQk_0 \exp(-E/RT_0)$ при начальной температуре T_0. Здесь использованы следующие обозначения: E — энергия активации; R — универсальная газовая постоянная; Q — тепловой эффект реакции; k_0 — предэкспонент; T — температура; c — удельная теплоемкость; ρ — плотность; α — коэффициент теплоотдачи.

Период индукции вычисляется простым интегрированием:

$$\tau_i = \chi \int\limits_0^\infty \frac{d\Theta}{\chi \exp\Theta - \Theta}. \qquad (1)$$

Сходимость интеграла обеспечена при $\chi > \chi_* = e^{-1}$, где χ_* — критическое значение. Д. А. Франк-Каменецкий вычислил τ_i [1, 2] при условии $\chi e \to 1$, учитывая при разложении подынтегральной функции члены до $(\Theta - 1)^2$. Он получил, что $\tau_i \propto (\chi e - 1)^{-0,5}$ Другой способ (замена $\exp\Theta$ квадратным трехчленом), предложенный в работе [3], пригоден для всех $\chi > \chi_*$, но приводит к громоздким формулам. В [4] показано, что и для реактора с неоднородно распределенной по объему температурой период индукции растет обратно пропорционально корню от надкритичности. Авторы работы [5], разлагая подынтегральную функцию в ряд, получили решение в форме ряда по степеням χ^{-1}, удобное при $\chi \gg 1$.

Значения периода индукции, как правило, получают путем численных расчетов. Но наличие аналитических выражений для периода индукции желательно уже потому, что они дают возможность увидеть зависимость τ_i от определяющих параметров.

Ниже на основе метода оценки интегралов [6, 7] приводятся формулы для τ_i, по структуре своей совпадающие с известными асимптотическими выражениями и пригодные для количественных оценок во всем интервале надкритических параметров χ.

При $\chi = \infty$ определяется адиабатический (кратчайший) период индукции

$$\tau_{ad} = \int_0^\infty \exp(-\Theta) d\Theta = 1.$$

При конечных χ $\tau_i = \tau_{ad} + \Delta\tau_i(\chi)$. Исходя из (1), запишем

$$\Delta\tau_i = \int_0^\infty \frac{\Theta \exp(-\Theta)}{\chi \exp\Theta - \Theta} d\Theta. \tag{2}$$

Зависимость $\Delta\tau_i(\chi)$ определяется положительной при $\Theta \geqslant 0$ и $\chi e > 1$ функцией

$$\Psi(\Theta, \chi) = \frac{\Theta}{(\chi \exp\Theta - \Theta) \exp\Theta}, \tag{3}$$

имеющей максимум при некотором $\Theta = \Theta_{\max}$, монотонно убывающий с ростом χ. Например, при $\chi \gg 1$

$$\Psi = \Theta \exp(-2\Theta)/\chi \tag{4}$$

с максимумом при $\Theta = \Theta_{\max} = 0,5$. В этом случае

$$\Delta\tau_i = 1/4\chi. \tag{5}$$

Учитывая, что функция $\Psi(\Theta, \chi)$ имеет максимум, можно дать следующую оценку (2).

Заменим интегрирование в (2) интегрированием по δ-окрестности точки максимума $\Theta_{\max}$, а подынтегральную функцию разложим в ряд Тейлора вблизи этой точки. Используя два слагаемых этого ряда, преобразуем (2) и возьмем интеграл аналогично методу Лапласа [6, 7]:

$$\Delta\tau_i \approx \int_{\Theta_{\max}-\delta}^{\Theta_{\max}+\delta} [\Psi_{\max} + 0,5\Psi''_{\max}(\Theta - \Theta_{\max})^2] d\Theta \approx \Psi_{\max} \int_{-\delta}^{\delta} \exp\left[-\frac{|\Psi''_{\max}|}{2\Psi_{\max}} s^2\right] ds =$$

$$= \sqrt{\frac{2\Psi^3_{\max}}{|\Psi''_{\max}|}} \int_{-a}^{a} \exp(-y^2) dy,$$

где $a = \delta\sqrt{|\Psi''_{\max}|/2\Psi_{\max}}$. Учтем, что $|\Psi''_{\max}|/2\Psi_{\max}$ может принимать большие значения при $\Theta_{\max} \to 1$ и $\chi e \to 1$, и заменим интеграл вероятности его максимальным значением $\sqrt{\pi}$. Тогда

$$\Delta\tau_i = \sqrt{2\pi \frac{\Psi^3_{\max}}{|\Psi''_{\max}|}}, \tag{6}$$

где $|\Psi''_{\max}|/2\Psi_{\max}$ определяющий параметр. Для функции $\Psi(\Theta, \chi)$ вида (4) он изменяется от 2 при $\chi \to \infty$ до бесконечности при $\chi e \to 1$. В частности, даже в случае $\chi \gg 1$, наиболее неблагоприятном при замене интеграла вероятности на $\sqrt{\pi}$, из (6) получим

$\Delta\tau_i = \sqrt{2\pi}/4e\chi \approx 0{,}92/4\chi$. Сравнение этого выражения с (5) иллюстрирует величину возникающей погрешности.

Исходя из (3), вычислим $d\Psi/d\Theta = \varphi(\Theta)/[\chi \exp\Theta - \Theta]^2$, где

$$\varphi(\Theta) = \chi(1 - 2\Theta) + \Theta^2 \exp(-\Theta). \tag{7}$$

Точка максимума для $\Psi(\Theta, \chi)$ определяется уравнением

$$\chi \exp(\Theta_{\max}) = \Theta^2_{\max}/(2\Theta_{\max} - 1), \tag{8}$$

корень которого лежит между $\Theta_{\max} = 0{,}5$ при $\chi \to \infty$ и $\Theta_{\max} = 1$ при $\chi e \to 1$. При $\Theta = \Theta_{\max}$ для второй производной от $\Psi(\Theta, \chi)$ имеем

$$\Psi''_{\max} = \varphi'_{\max}/(\chi \exp\Theta_{\max} - \Theta_{\max})^2. \tag{9}$$

Из (7) с учетом (8) вычислим

$$\varphi'_{\max} \exp\Theta_{\max} = -\frac{\Theta_{\max}}{2\Theta_{\max} - 1}[2\Theta^2_{\max} - 3\Theta_{\max} + 2] \approx -\frac{\Theta_{\max}}{2\Theta_{\max} - 1},$$

поскольку в интервале $0{,}5 \leqslant \Theta_{\max} \leqslant 1$ величину $[2\Theta^2_{\max} - 3\Theta_{\max} + 2]$ можно заменить на 1 с погрешностью до 4 %.

Подставляя (9) в (6), получим

$$\Delta\tau_i = \Theta_{\max} \exp(-\Theta_{\max}) \sqrt{2\pi \frac{2\Theta_{\max} - 1}{\chi \exp\Theta_{\max} - \Theta_{\max}}}.$$

Осуществляя на основании (8) замену экспоненты дробно-рациональной функцией, выражение для $\Delta\tau_i$ можно переписать в виде

$$\Delta\tau_i = \chi \frac{(2\Theta_{\max} - 1)^2}{\Theta^2_{\max}} \sqrt{\frac{2\pi\Theta_{\max}}{1 - \Theta_{\max}}}. \tag{10}$$

Находя (приближенно) из (8) $\Theta_{\max}$ как функцию χ, получим $\Delta\tau_i(\chi)$. Первая итерация, выполненная методом Ньютона [8], дает (при начальном приближении $\Theta_{\max} = 1$) формулу

$$\Theta_{\max} \approx 1 - \frac{\varphi(1)}{\varphi'(1)} = \frac{\chi e}{2\chi e - 1}, \tag{11}$$

которая имеет верные пределы при $\chi e \to 1$ и $\chi e \to \infty$. Подставляя (11) в (10), имеем

$$\Delta\tau_i = \frac{\sqrt{2\pi}}{e} \frac{1}{\sqrt{\chi e(\chi e - 1)}}. \tag{12}$$

При $\chi e \to 1$ из (12) получим

$$\Delta\tau_i(\chi) = \frac{\sqrt{2\pi}}{e} \frac{1}{\sqrt{\chi e - 1}} \tag{13}$$

(у Д. А. Франк-Каменецкого в (13) вместо $\sqrt{2\pi}/e$ стоит в $\sqrt{\pi}$ раз больший коэффициент). Соответственно при $\chi e \to \infty$ из (12) имеем

$$\Delta\tau_i(\chi) = \frac{4\sqrt{2\pi}}{e^2} \frac{1}{4\chi} \approx \frac{1{,}35}{4\chi}.$$

Таким образом, и в этом предельном случае решение отличается от точной асимптотики (5) лишь несущественным для многих приближений коэффициентом. Заметим также, что при $\chi \gg \chi_*$ выполняется соотношение $\Delta\tau_i \ll \tau_{ad}$ и погрешность в величине коэффициента перед χ^{-1} несущественна при определении периода индукции.

Ниже приведено отношение значений τ_i, вычисленных по соотношению (1), к величинам τ_t, полученным по формуле (12):

χe	1,1	1,2	1,3	1,4	2	10	100
τ_i/τ_t	1,18	1,08	1,04	1,01	0,96	0,97	0,99

Погрешность формулы (12) возрастает при приближении к критическому условию, что свидетельствует о заниженном значении коэффициента в (13). Влияние теплоотдачи (параметр χ) сказывается в достаточно узком интервале $\Delta\chi = \chi - \chi_* > 0$. Разумная оценка для $\Delta\chi$ получается приравниванием (13) к единице: $\chi - 1/e = 2\pi/e^3$.

В рассмотренном случае единственным параметром является надкритичность $r = \chi/\chi_* = \chi e$. В более сложных ситуациях, когда в задачу кроме фактора теплоотдачи входят и другие параметры, χ_* будет уже не константой, а функцией этих дополнительных параметров. Определенная выше однозначная зависимость $\Delta\tau_i(r)$ может уже не выполняться. Проверить это обстоятельство можно на ряде частных задач.

2. Предположим, например, наличие нелинейной теплоотдачи. (Критические условия теплового взрыва при некоторых нелинейных зависимостях теплоотдачи от температуры рассмотрены в [9]). В этом случае вместо (1) имеем

$$\tau_i = \int_0^\infty \frac{d\Theta}{\exp\Theta - f(\Theta,\chi,n)}.$$

Отсюда приведенные выше результаты соответствуют $f(\Theta,\chi,n) = \Theta/\chi$. Если $f(\Theta,\chi,n) \ll \exp\Theta$ при всех $\Theta > 0$, то

$$\tau_i \cong 1 + \int_0^\infty f(\Theta)\exp(-2\Theta)d\Theta. \tag{14}$$

Формула (6), естественно, остается в силе, но вместо (3) будет

$$\Psi(\Theta,\chi,n) = \frac{f(\Theta,\chi,n)}{(\exp\Theta - f(\Theta,\chi,n))\exp\Theta}. \tag{15}$$

Для определения точки максимума $\Psi(\Theta,\chi,n)$ вместо (8) имеем

$$\varphi(\Theta_{\max},\chi,n) = f'_{\max} - 2f_{\max} + f^2_{\max}\exp(-\Theta_{\max}) = 0. \tag{16}$$

Аналогично предыдущему вычисляем

$$\Psi''_{\max} = \varphi'_{\max}/(\exp\Theta_{\max} - f_{\max})^2, \tag{17}$$

где

$$\varphi'_{\max} = f''_{\max} - 2f'_{\max} + 2f_{\max}f'_{\max}\exp(-\Theta_{\max}) - f^2_{\max}\exp(-\Theta_{\max}). \tag{18}$$

В общем случае на основе (6), (15), (17) можно лишь утверждать, что при приближении к критическим условиям самовоспламенения период индукции $\tau_i \sim 1/\sqrt{r-1}$.

Для дальнейшего анализа конкретизируем закон теплоотдачи, записав его следующим образом: $f(\Theta,\chi,n) = \Theta^n/\chi$. В этом случае критические условия самовоспламенения имеют вид

$$\Theta_* = n, \quad \chi_* = n^n \exp(-n), \tag{19}$$

так что $r = \chi n^{-n} \exp n$. Уравнение (16) запишем в виде

$$\Theta_{\max} = \frac{n\chi \exp \Theta_{\max}}{2\chi \exp \Theta_{\max} - \Theta_{\max}^n}, \tag{20}$$

откуда ясно, что $n/2 \leqslant \Theta_{\max} \leqslant n$. Из (18) (при не очень больших n) следует, что

$$\varphi'_{\max} = -\frac{\Theta_{\max}^{n-2}}{\chi}\left[2\Theta_{\max}^2 - 3n\Theta_{\max} + n(n+1)\right] \approx -\frac{n\Theta_{\max}^{n-2}}{\chi}. \tag{21}$$

Применяя к (20) итерационный процесс, начиная с $\Theta_{\max} = n$, получим во втором приближении

$$\Theta_{\max} = nr/(2r-1). \tag{22}$$

Подставляя формулы (15), (19), (21) в (6) и используя (20) для исключения экспоненты, получим

$$\Delta\tau_i = (2\Theta_{\max} - n)^2 \chi \sqrt{\frac{2\pi}{\Theta_{\max}^{2n+1} n\,(n - \Theta_{\max})}},$$

а с учетом (22) имеем

$$\Delta\tau_i = (2r-1)^{n-1} \exp(-n) \sqrt{\frac{2\pi n}{r^{2n-1}(r-1)}}. \tag{23}$$

При $r \to 1$

$$\Delta\tau_i = \exp(-n)\sqrt{\frac{2\pi n}{r-1}}, \tag{24}$$

а при $r \to \infty$

$$\Delta\tau_i = \frac{2^{n-1} n^n \sqrt{2\pi n}}{\exp 2n}\,\frac{1}{\chi} = \frac{2^{n-1}\sqrt{2\pi n}}{\exp n}\,\frac{1}{r}. \tag{25}$$

Из (23) видно, что надкритичность r не является единственным параметром, определяющим значение $\Delta\tau_i$. Параметр нелинейности n входит явно в выражение для периода индукции. Вычисление на основе (14) с помощью (6) дает

$$\Delta\tau_i = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{\pi n}{2^{2n+1}}},$$

что в сравнении с (25) является нижней оценкой для $\Delta\tau_i$.

Приведем еще оценку интервала чувствительности периода индукции к теплоотдаче. Приравняв (24) к единице, имеем

$$\Delta\chi = 2\pi n^{n+1} \exp(-3n).$$

При значении $n = 5/4$ (характерном для свободно-конвективного механизма теплоотдачи [9]) получим $\Delta\chi = 0{,}24$, что несколько меньше значения $\Delta\chi = 0{,}31$, соответствующего $n = 1$.

3. Рассмотрим задачу с линейным теплообменом и более общим видом функции тепловыделения. Уравнение теплового баланса будет иметь вид

$$\chi \frac{d\Theta}{d\tau} = W(\Theta, \chi, J) - \Theta, \tag{26}$$

где функция тепловыделения зависит от χ и параметра J. Теперь

$$\tau_i = \chi \int\limits_0^\infty \frac{d\Theta}{W(\Theta,\chi,J)} + \chi \int\limits_0^\infty \frac{\Theta d\Theta}{[W(\Theta,\chi,J) - \Theta] W(\Theta,\chi,J)}. \tag{27}$$

Первое слагаемое в (27) есть адиабатический период индукции τ_{ad}, для второго справедлива формула (6), где

$$\Psi(\Theta,\chi,J) = \frac{\Theta}{[W(\Theta,\chi,J) - \Theta]W(\Theta,\chi,J)} = \frac{\Theta}{P(\Theta,\chi,J)}.$$

Вычисляя $\Psi' = (P - \Theta P')/P^2 = \varphi/P^2$, $\Psi'' = (\varphi' P^2 - 2PP'\varphi)/P^4$, $\varphi' = -\Theta P''$, найдем, что $\Psi^3_{\max}/|\Psi''_{\max}| = \Theta^2_{\max}/P_{\max}P''_{\max}$. Подставляя последнее выражение в (6), получим

$$\Delta\tau_i = \chi\Theta_{\max}\sqrt{2\pi/P_{\max}P''_{\max}}. \tag{28}$$

Точка максимума функции Ψ находится из уравнения

$$\varphi = P - \Theta P' = 0$$

или, иначе, после необходимых преобразований:

$$\Theta_{\max} = W^2_{\max}/[W'_{\max}(2W_{\max} - \Theta_{\max})]. \tag{29}$$

В (28) $P_{\max}$ при приближении к критическим условиям стремится к нулю вместе с производной $P'_{\max}$, так что разложение $P_{\max}$ в этих условиях будет вида $(\partial P_{\max}/\partial\chi)_*(\chi - \chi_*)$, т. е. вновь период индукции обратно пропорционален корню из надкритичности.

Рассмотрим частный случай, когда

$$W(\Theta,\chi,J) = \chi \exp\Theta + J. \tag{30}$$

Здесь $J = jVE/S\alpha RT_0^2$ — отношение объемного тепловыделения дополнительным источником интенсивности j к уровню теплопотерь. Критические условия для системы с постоянным дополнительным источником тепла рассмотрены, например, в [10, 11]. Для источника, записанного в виде (30),

$$\Theta_* = 1 + J, \quad \chi_* = \exp(-1 - J). \tag{31}$$

Нетрудно вычислить адиабатический период индукции:

$$\tau_{ad} = (\chi/J)\ln(1 + \chi/J), \tag{32}$$

где χ/J не зависит от теплоотдачи и является отношением интенсивностей тепловыделения нехимического и химического источников. Функция $\tau_{ad}(J/\chi)$ монотонно падает с ростом J/χ. Заметим, что в физических переменных скорость реакции входит в масштаб времени тем меньший, чем быстрее реакция. В результате значение

$$t_{ad} = \frac{c\rho RT_0}{jE}\ln\left[1 + \frac{j}{Qk_0\exp(-RT_0/E)}\right]$$

падает с ростом скорости химического тепловыделения.

r	$J=1$		$J=2$	
	τ_i/τ_t по (36)	τ_i/τ_t по (28)	τ_i/τ_t по (36)	τ_i/τ_t по (28)
1,1	1,23	1,11	1,30	1,14
1,2	1,26	1,05	1,34	1,10
1,5	1,28	0,95	1,36	0,97
2	1,28	0,92	1,40	0,92
10	1,10	0,98	1,26	0,97
100	1,00	0,99	1,02	0,99

Приведем выражения, входящие в формулу (28):

$$P_{\max} = \chi^2 \exp(2\Theta_{\max}) + 2J\chi \exp\Theta_{\max} - \Theta_{\max}\chi\exp\Theta_{\max} - \Theta_{\max}J + J^2; \tag{33}$$

$$P''_{\max} = 4\chi^2 \exp(2\Theta_{\max}) + 2J\chi\exp\Theta_{\max} - 2\chi\exp\Theta_{\max} - \chi\Theta_{\max}\exp\Theta_{\max}. \tag{34}$$

Учитывая (30), уравнение (29) перепишем в виде

$$\Theta_{\max} = \frac{[\chi\exp\Theta_{\max} + J]^2}{\chi\exp\Theta_{\max}[2\chi\exp\Theta_{\max} + 2J - \Theta_{\max}]}, \tag{35}$$

откуда ясны границы изменения $\Theta_{\max}$: $\Theta_{\max} \to 0{,}5$ при $\chi \to \infty$, $\Theta_{\max} = \Theta_* = 1 + J$ при $\chi \to \chi_*$.

Значение Θ_* можно найти приближенно. Приняв, например, в качестве грубой оценки $\Theta_{\max} = \Theta_*$ и учитывая, что согласно (31) $\chi\exp\Theta_* = \chi/\chi_* = r$, из (33), (34) получим

$$P_{\max} = (r-1)(r+J), \quad P''_{\max} = r(4r + J - 3)$$

и соответственно

$$\Delta\tau_i = \frac{1+J}{\exp(1+J)}\sqrt{\frac{2\pi r}{(r-1)(r+J)(4r+J-3)}}. \tag{36}$$

В предельных случаях

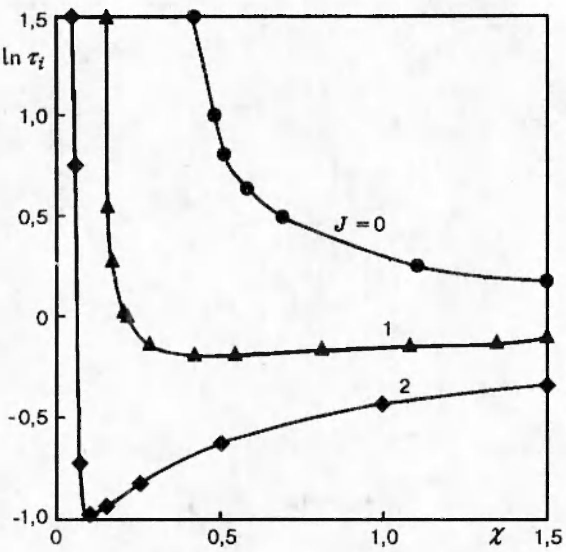
$$\begin{aligned} \Delta\tau_i &= \sqrt{2\pi}/[\exp(1+J)\sqrt{r-1}] \quad &\text{при} \quad r \to 1, \\ \Delta\tau_i &= (1+J)\sqrt{2\pi}/[2r\exp(1+J)] \quad &\text{при} \quad r \to \infty. \end{aligned} \tag{37}$$

В следующем приближении можно взять $\Theta_{\max}$ в виде, вытекающем из (35):

$$\Theta_{\max} = \frac{(r+J)^2}{r(2r+J-1)}. \tag{38}$$

В таблице приведены (в зависимости от надкритичности) отношения периодов индукции τ_i, полученных численно на основе уравнения (26) с функцией (30), к значениям, найденным с помощью аналитических формул (36), (28) с учетом (33), (34), (38). Очевидно, что формула (36) дает верную качественную картину изменения периода индукции от параметров, в то время как использование (28) вместе с (38) вполне удовлетворительно описывает количественную зависимость τ_i во всем интервале изменения r.

Выражение для $\Delta\chi$ получается приравниванием (37) к (32). При малых J оценка $\Delta\chi = 2\pi/\exp(-3(J+1))$ показывает, что интервал чувствительности $\Delta\tau_i$ к теплоотдаче сужается с ростом интенсивности дополнительного источника. Рисунок, на котором



Зависимость безразмерного периода индукции от параметра χ

приведены результаты численных расчетов исходной задачи (26), иллюстрирует гораздо более сильную зависимость $\Delta\chi$ от J, чем это следует из приведенной оценки.

4. Можно показать, что и в более общем случае при значениях параметра χ (определяемого как отношение характерной интенсивности тепловыделения к уровню теплоотдачи), близких к его критическому значению χ_*, период индукции пропорционален $(\chi-\chi_*)^{-0,5}$.

Действительно, в случае, когда тепловыделение задано функцией $W(\Theta,J)$, а теплоотдача — функцией $f(\Theta,\chi,n)$, аналогично вышеприведенному получим

$$\Delta\tau_i = \int\limits_0^\infty \frac{f}{W(W-f)}\,d\Theta.$$

Вблизи точки максимума подынтегральной функции относительно медленно меняющиеся множители можно вынести за знак интеграла. Тогда

$$\Delta\tau_i = \frac{f_{\max}}{W_{\max}}\int\limits_0^\infty \frac{d\Theta}{W-f}.$$

Используя формулу (6), получим

$$\Delta\tau_i = \frac{f_{\max}}{W_{\max}}\sqrt{\frac{2\pi}{(W''_{\max}-f''_{\max})(W_{\max}-f_{\max})}}. \tag{39}$$

При $\chi\to\chi_*(J,n)$ точка максимума $\Theta_{\max}$ стремится к $\Theta_*(J,n)$. Для нахождения $\Theta_*(J,n)$ необходимо исключить χ из системы уравнений

$$W(\Theta_*,J)=f(\Theta_*,\chi,n),\quad W'(\Theta_*,J)=f'(\Theta_*,\chi,n). \tag{40}$$

Разлагая $W_{\max}-f_{\max}$ вблизи Θ_* и χ_*, с учетом (40) получим

$$W_{\max}-f_{\max}\approx-\frac{\partial f(\Theta_*,\chi_*,n)}{\partial\chi}(\chi-\chi_*).$$

Подставляя это разложение в (39) и заменяя в нем $\Theta_{\max}$ на Θ_*, будем иметь

$$\Delta\tau_\text{i} = \frac{f(\Theta_*, \chi, n)}{W(\Theta_*, J)} \sqrt{\frac{2\pi}{\chi_*(W''(\Theta_*, J) - f''(\Theta_*, \chi, n))(r-1)} \left(- \frac{\partial f(\Theta_*, \chi_*, n)}{\partial \chi}\right)^{-1}} \qquad (41)$$

Формула (41) содержит высказанное выше утверждение о том, что период индукции пропорционален $(\chi - \chi_*)^{-0,5}$ при $\chi \to \chi_*$. Упрощение исходного интеграла и замена $\Theta_{\max}$ на Θ_* лишь снижают точность формулы. В частности, при $W(\Theta) = \exp\Theta$, $f(\Theta, \chi) = \Theta/\chi$, $\Theta_* = 1$, $\chi_* = 1/e$ из (41) вытекает соотношение $\Delta\tau_\text{i} = (\sqrt{2\pi}/er)(1/\sqrt{r-1})$ с коэффициентом, отличным от коэффициента в более точном выражении (12).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Франк-Каменецкий Д. А.** Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987.
2. **Франк-Каменецкий Д. А.** К нестационарной теории теплового взрыва // Журн. физ. химии. 1946. Т. 20, вып. 2. С. 139–144.
3. **Gray P., Harper M. J.** Thermal explosion. Pt 1. Induction periods and temperature changes before spontaneous ignition // Trans. Faraday Soc. 1959. V. 55. P. 581–590.
4. **Gray P., Kordylewski W., Krayewski Z.** Time-to-ignition in a tubular reactor operated adiabatically // Proc. Roy. Soc. London. 1987. V. A412. P. 45–53.
5. **Мержанов А. Г., Григорьев Ю. М.** Аналитическое решение простейшей нестационарной задачи о неадиабатическом тепловом взрыве // Докл. АН СССР. 1967. Т. 176, № 6. С. 1344–1346.
6. **Зельдович Я. Б., Мышкис А. Д.** Элементы прикладной математики. М.: Наука, 1978.
7. **Найфе А. Х.** Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984.
8. **Калиткин Н. Н.** Численные методы. М.: Наука, 1978.
9. **El-Sayed Saad A.** Critical conditions in uniform temperature system with variable heat transfer coefficient in thermal explosion theory // Combust. Flame. 1994. V. 98. P. 231–240.
10. **Марголин А. Д.** Тепловой взрыв при постоянном распределенном источнике тепла // Журн. физ. химии. 1963. Т. 37, № 4. С. 887–888.
11. **Дик И. Г.** Пределы вырождения теплового взрыва в системе с дополнительным источником тепловыделения // Физика горения и взрыва. 1980. Т. 16, № 1. С. 133–136.

Поступила в редакцию 18/I 1996 г.,
в окончательном варианте — 5/V 1996 г.