

УДК 532.517.4

Динамика цилиндрической зоны турбулентного смешения в продольном сдвиговом потоке линейно стратифицированной среды*

Н.П. Мошкин¹, А.В. Фомина², Г.Г. Черных^{3,4}

¹Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

²Новокузнецкий институт (филиал)
Кемеровского государственного университета

³Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

⁴Новосибирский государственный университет

E-mail: moshkin@gmail.com, fav@rtdc.ru, chernykh@ict.nsc.ru

Построена численная модель и выполнено исследование динамики цилиндрической локализованной области турбулентных возмущений в продольном горизонтально однородном сдвиговом потоке линейно стратифицированной жидкости. Результаты расчетов показали значительное порождение энергии турбулентности за счет градиентов сдвигового течения. Также получено, что сдвиговое течение слабо влияет на генерируемые при эволюции зоны турбулентного смешения внутренние волны.

Ключевые слова: стратифицированная жидкость, цилиндрическая зона турбулентного смешения, продольный горизонтально однородный сдвиговой поток, численное моделирование.

Введение

Эволюция локализованных областей турбулизованной жидкости (пятен турбулентности) оказывает определяющее влияние на формирование тонкой микроструктуры гидрофизических полей в океане [1]. Достаточно подробный анализ исследований динамики турбулентных пятен в покоящейся жидкости можно найти в работах [2–10]. В [2] было выполнено качественное экспериментальное исследование динамики плоской локализованной области турбулентных возмущений в линейно стратифицированной среде. Некоторые количественные экспериментальные данные были получены в однородной [3] и стратифицированной [5] жидкостях.

В работе [4] на основе построенной математической модели, включающей уравнение баланса энергии турбулентности, было выполнено численное моделирование эволюции плоской локализованной области турбулентных возмущений в линейно стратифицированной среде. Если суммарная энергия турбулентности в зоне смешения в начальный момент времени достаточно велика, то динамика турбулентного пятна характеризуется первоначальным расширением как по вертикали, так и по горизонтали

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 17-01-00332).

(почти как в случае однородной жидкости). Через некоторое время под влиянием архимедовых сил рост зоны турбулентного смешения в вертикальном направлении прекращается и наблюдается лишь ее расширение по горизонтали. Процесс эволюции зоны турбулентного смешения сопровождается активной генерацией внутренних волн. Построено автомодельное решение задачи о динамике турбулентного пятна в пассивно стратифицированной среде. Показано, что турбулентная диффузия приводит к неполному перемешиванию жидкости в турбулентном пятне: жидкость в нем остается стратифицированной, но со стратификацией, отличной от стратификации окружающей среды.

В работе [6] с целью более детального описания процесса вертикального турбулентного обмена применялась математическая модель турбулентности, включающая в себя дифференциальные уравнения переноса нормальных рейнольдсовых напряжений. Был изучен баланс энергии течения, показано, что во внутренние волны переходит лишь малая часть суммарной начальной энергии турбулентности. В работе было также осуществлено моделирование течения по плотностному числу Фруда и продемонстрировано подобие течения при достаточно больших значениях этого параметра. Было показано, что при больших временах вырождения воздействие турбулентности на поле осредненной плотности прекращается и внутренние волны развиваются далее независимо от характеристик турбулентности. Результаты расчетов фазовой картины генерируемых при эволюции зоны турбулентного смешения внутренних волн для одного из моментов времени были сопоставлены с экспериментально измеренной фазовой картиной из работы [5] и получено удовлетворительное количественное согласование. Более детальное сопоставление представлялось затруднительным в связи с тем, что в опытах не фиксировалась начальная энергия турбулентности и в процессе эволюции турбулентного пятна турбулизующее устройство оставалось в зоне смешения.

Распространение пассивной примеси от мгновенного локализованного источника в зоне турбулентного смешения численно исследовалось в работе [7]. Было показано, что как в однородной, так и в стратифицированной жидкости распределение осредненной концентрации пассивной примеси «помнит» об особенностях задания начальных данных для этой величины.

В ряде работ, отметим среди них [8, 9], при изучении турбулентного следа за самодвижущимся телом в стратифицированной жидкости задача сводилась к модельной задаче об эволюции плоской зоны турбулентного смешения (турбулентного пятна). В исследовании [8] такое приближение обосновывалось путем проведения численных экспериментов с полуэмпирическими моделями второго порядка, включая модели с дифференциальными уравнениями переноса компонент тензора рейнольдсовых напряжений. Течение в следе рассчитывалось также и в полной постановке с применением параболизованной системы уравнений гидродинамики, замкнутой на основе вышеупомянутых математических моделей. В [9] численные эксперименты осуществлялись на основе метода прямого численного моделирования (Direct Numerical Simulation, DNS).

Динамика турбулентного пятна в пикноклине в отсутствие и при наличии поперечного сдвигового турбулентного течения экспериментально изучалась в работе [10]. Исследования проводились при числах Ричардсона $Ri \geq 1$ по параметрам невозмущенного набегающего потока в центральной точке по вертикали. Было показано, что сдвиговое течение может существенно увеличивать размеры турбулентного пятна. Также были даны теоретические оценки полученных экспериментальных данных. Указаны ситуации, в которых сдвиговое течение приводит к уменьшению размеров пятна.

Двумерные турбулентные пятна, образующиеся при обрушении подветренных внутренних волн (lee waves) при обтекании препятствия набегающим потоком линейно стратифицированной жидкости с постоянной скоростью, исследовались на основе метода DNS в работе [11]. Типичные турбулентные числа Рейнольдса, определяемые по высоте области перемешанной жидкости и скорости набегающего потока, оказались порядка 6000.

Было показано, что сформировавшееся турбулентное течение является развитым, процессы порождения, диссипации и переноса в нем близки к квазистационарному состоянию в значимом интервале времени.

Динамика плоской локализованной зоны турбулентного смешения в однородном линейном поперечном сдвиговом потоке однородной и линейно стратифицированной среды изучалась в работах [12–14] на основе полуэмпирических моделей второго порядка. Было получено, что поперечное сдвиговое течение приводит к значительному искажению границы зоны турбулентного смешения и картины генерируемых внутренних волн в стратифицированной среде. Также было показано, что и в однородной и в стратифицированной жидкостях оно приводит к существенному порождению энергии турбулентности и продлевает существование турбулентного пятна.

Динамика цилиндрической области турбулентных возмущений в продольном сдвиговом потоке однородной и пассивно стратифицированной жидкости исследовалась в работе [15]. Была построена основанная на двухпараметрической полуэмпирической модели турбулентности численная модель течения. Результаты расчетов показали значительное порождение энергии турбулентности за счет сдвигового течения, при этом зона турбулентного смешения деформировалась существенно.

Анализ результатов известных работ по динамике цилиндрической зоны турбулентного смешения в сдвиговом потоке позволяет сделать вывод об отсутствии исследований динамики течения в продольном сдвиговом потоке линейно стратифицированной среды. В настоящей работе построена основанная на модифицированной двухпараметрической модели турбулентности и методе расщепления по физическим процессам численная модель течения и представлены результаты расчетов, демонстрирующие порождение энергии турбулентности за счет сдвигового течения. Параметры генерируемых при эволюции зоны турбулентного смешения внутренних волн при этом изменяются незначительно.

1. Математическая модель динамики цилиндрической области турбулентного смешения

Рассматривается модельная нестационарная задача о динамике области турбулентных возмущений в продольном сдвиговом потоке линейно стратифицированной жидкости. В начальный момент времени турбулизированная область представляет собой направленный вдоль оси x бесконечно длинный цилиндр. Сечение цилиндра плоскостью (y, z) приведено на рис. 1. Здесь же показаны направленное вдоль оси цилиндра линейное сдвиговое течение и линейная стратификация.

Для описания течения используется система осредненных уравнений гидродинамики в приближении Обербека–Буссинеска, где искомые функции не зависят от переменной x :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial y} \langle u'v' \rangle - \frac{\partial}{\partial z} \langle u'w' \rangle, \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \langle p_1 \rangle}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \langle v'^2 \rangle - \frac{\partial}{\partial z} \langle v'w' \rangle, \quad (2)$$

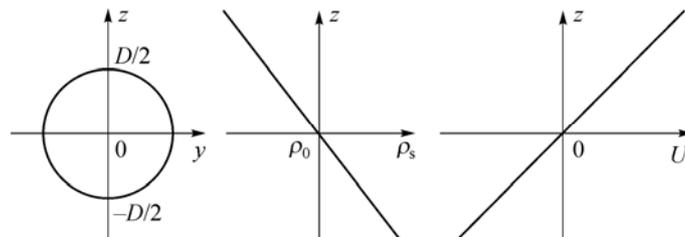


Рис. 1. Схема течения в начальный момент времени.

$$\frac{\partial W}{\partial t} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \langle p_1 \rangle}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial y} \langle v'w' \rangle - \frac{\partial}{\partial z} \langle w'^2 \rangle - g \frac{\langle \rho_1 \rangle}{\rho_0}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \langle \rho_1 \rangle}{\partial t} + V \frac{\partial \langle \rho_1 \rangle}{\partial y} + W \frac{\partial \langle \rho_1 \rangle}{\partial z} + W \frac{d\rho_s}{dz} = -\frac{\partial}{\partial y} \langle v'\rho' \rangle - \frac{\partial}{\partial z} \langle w'\rho' \rangle, \quad (4)$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

здесь U, V, W — компоненты скорости осредненного движения в направлении осей x, y, z соответственно, $\langle p_1 \rangle$ — отклонение давления от гидростатического, обусловленного стратификацией ρ_s ; g — ускорение силы тяжести, $\langle \rho_1 \rangle$ — осредненный дефект плотности, где $\rho_1 = \rho - \rho_s$, $\rho_s = \rho_s(z) = \rho_0(1 - az)$ — плотность невозмущенной жидкости (при $d\rho_s/dz \leq 0$ наблюдается устойчивая стратификация); $\rho_0 = \rho_s(0)$; штрихом обозначены пульсационные компоненты, символ $\langle \rangle$ означает теоретико-вероятностное осреднение [1]. Плотность жидкости линейно зависит от температуры, стратификация предполагается слабой. Слагаемые с молекулярной вязкостью и диффузией в правых частях уравнений (1)–(4) опущены в предположении малости. Система уравнений (1)–(5) незамкнута. Ниже изложена математическая модель, которая вместе с этими уравнениями образует замкнутую модель течения.

В рассматриваемой математической модели величины рейнольдсовых напряжений $\langle u'_i u'_j \rangle$ (кроме $\langle u'_2 u'_3 \rangle = \langle v'w' \rangle$), турбулентных потоков $\langle u'_i \rho' \rangle$ и дисперсии флуктуаций плотности $\langle \rho'^2 \rangle$ находятся из известных алгебраических соотношений [16, 17]

$$\frac{\langle u'_i u'_j \rangle}{e} = \frac{2}{3} \delta_{ij} + \frac{1 - c_2}{c_1} \left(\frac{P_{ij}}{\varepsilon} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{P}{\varepsilon} \right) + \frac{1 - c_3}{c_1} \left(\frac{G_{ij}}{\varepsilon} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{G}{\varepsilon} \right), \quad (6)$$

$$-\langle u'_i \rho' \rangle = \frac{e}{c_{1T} \varepsilon} \left[\langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial x_k} + (1 - c_{2T}) \langle u'_k \rho' \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \frac{g_i}{\rho_0} \langle \rho'^2 \rangle \right], \quad (7)$$

$$\langle \rho'^2 \rangle = -\frac{2}{c_T} \cdot \frac{e}{\varepsilon} \langle u'_k \rho' \rangle \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial x_k}, \quad (8)$$

$$P_{ij} = -\left\{ \langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \langle u'_j u'_k \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right\}, \quad (9)$$

$$G_{ij} = \frac{1}{\rho_0} \left(\langle u'_i \rho' \rangle g_j + \langle u'_j \rho' \rangle g_i \right), \quad (i, j, k = 1, 2, 3);$$

$\vec{g} = (g_1, g_2, g_3) = (0, 0, -g)$, $2P = P_{ii}$, $2G = G_{ii}$, $U_1 = U$, $U_2 = V$, $U_3 = W$. Упростим выражения (6)–(9) с учетом физических особенностей рассматриваемого течения. При этом представляющие интерес слагаемые порождения и работы сил плавучести (9) заменяются соотношениями

$$P_{11} = -2 \left(\langle u'v' \rangle \frac{\partial U}{\partial y} + \langle u'w' \rangle \frac{\partial U}{\partial z} \right), \quad P_{22} = P_{33} = 0, \quad P_{12} = -\langle v'^2 \rangle \frac{\partial U}{\partial y}, \quad P_{13} = -\langle w'^2 \rangle \frac{\partial U}{\partial z},$$

$$P = P_{11}/2, \quad G_{11} = G_{22} = 0,$$

$$G_{33} = -2 \frac{g}{\rho_0} \langle w'\rho' \rangle, \quad G_{12} = 0, \quad G_{13} = -\frac{g}{\rho_0} \langle u'\rho' \rangle, \quad G = \frac{G_{33}}{2}.$$

Алгебраические представления (6)–(8) упрощаются следующим образом:

$$-\langle u'v' \rangle = \frac{1-c_2}{c_1} \cdot \frac{e \langle v'^2 \rangle}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial U}{\partial y} = K_y \frac{\partial U}{\partial y}, \quad (10)$$

$$-\langle u'w' \rangle = \frac{\left[(1-c_2)e \langle w'^2 \rangle - \frac{(1-c_3)(1-c_{2T})}{c_{1T}} \cdot \frac{e^2}{\varepsilon} \cdot \frac{g}{\rho_0} \langle w'\rho' \rangle \right]}{c_1 \varepsilon \left(1 - \frac{(1-c_3)}{c_1 c_{1T}} \cdot \frac{g}{\rho_0} \cdot \frac{e^2}{\varepsilon^2} \cdot \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial z} \right)} \cdot \frac{\partial U}{\partial z} = K_z \frac{\partial U}{\partial z}, \quad (11)$$

$$\langle v'^2 \rangle = \frac{2}{3} e \left[1 - \frac{1-c_2}{c_1} \cdot \frac{P}{\varepsilon} - \frac{1-c_2}{c_1} \cdot \frac{G}{\varepsilon} \right], \quad (12)$$

$$\langle w'^2 \rangle = \frac{2}{3} e \left[1 - \frac{1-c_2}{c_1} \cdot \frac{P}{\varepsilon} + 2 \frac{1-c_2}{c_1} \cdot \frac{G}{\varepsilon} \right], \quad (13)$$

$$\langle \rho'^2 \rangle = -\frac{2}{c_T} \cdot \frac{e}{\varepsilon} \langle w'\rho' \rangle \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial z}, \quad (14)$$

$$-\langle u'\rho' \rangle = \frac{e}{c_{1T} \varepsilon} \left[\langle u'w' \rangle \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial z} + (1-c_{2T}) \langle w'\rho' \rangle \frac{\partial U}{\partial z} \right], \quad (15)$$

$$-\langle v'\rho' \rangle = \frac{\langle v'^2 \rangle}{c_{1T}} \cdot \frac{e}{\varepsilon} \cdot \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial y} = K_{\rho y} \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial y}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} -\langle w'\rho' \rangle &= \frac{e}{c_{1T} \varepsilon} \left[\langle w'^2 \rangle \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial z} + (1-c_{2T}) \frac{g}{\rho_0} \langle \rho'^2 \rangle \right] = \\ &= \frac{e \langle w'^2 \rangle}{c_{1T} \varepsilon \left(1 - 2 \frac{1-c_{2T}}{c_1 c_T} \cdot \frac{g}{\rho_0} \cdot \frac{e^2}{\varepsilon^2} \cdot \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial z} \right)} \cdot \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial z} = K_{\rho z} \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial z}. \end{aligned} \quad (17)$$

Соотношение (15) используется при получении (11). Неизвестные величины энергии турбулентности e , скорости диссипации ε и касательного рейнольдсова напряжения $\langle v'w' \rangle$ находятся путем численного интегрирования дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial e}{\partial t} + V \frac{\partial e}{\partial y} + W \frac{\partial e}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} K_{ey} \frac{\partial e}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} K_{ez} \frac{\partial e}{\partial z} + P + G - \varepsilon, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + V \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + W \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} K_{\varepsilon y} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} K_{\varepsilon z} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{e} (P + G) - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{e}, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle v'w' \rangle}{\partial t} + V \frac{\partial \langle v'w' \rangle}{\partial y} + W \frac{\partial \langle v'w' \rangle}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial y} K_{ey} \frac{\partial \langle v'w' \rangle}{\partial y} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} K_{ez} \frac{\partial \langle v'w' \rangle}{\partial z} + (1-c_2)P_{23} + (1-c_3)G_{23} - c_1 \frac{\varepsilon}{e} \langle v'w' \rangle, \end{aligned} \quad (20)$$

$$P_{23} = -\left(\langle v'^2 \rangle \frac{\partial W}{\partial y} + \langle w'^2 \rangle \frac{\partial V}{\partial z} \right), \quad G_{23} = -\frac{g}{\rho_0} \langle v'\rho' \rangle.$$

Коэффициенты турбулентной вязкости в уравнениях (18)–(20) равны: $K_{ey} = K_y$, $K_{ez} = K_z$, $K_{\varepsilon y} = K_{ey} / \sigma$, $K_{\varepsilon z} = K_{ez} / \sigma$. Величины $c_1 = 2,2$, $c_2 = 0,55$, $c_3 = 0,55$, $c_{1T} = 3,2$, $c_{2T} = 0,5$, $c_T = 1,25$, $c_{\varepsilon 1} = 1,44$, $c_{\varepsilon 2} = 1,92$, $\sigma = 1,3$ относятся к общепринятым эмпирическим константам [16]. Представленная математическая модель — одна из рассмотренных в работах [8, 18].

При $t = t_0$ задаются следующие начальные условия:

$$e(t_0, y, z) = \Theta_1(r), \quad \varepsilon(t_0, y, z) = \Theta_2(r), \quad r^2 = y^2 + z^2, \quad 0 \leq r < \infty,$$

$U = U_s(z) = \alpha z \sqrt{e_0} / D$, $\langle \rho_1 \rangle = V = W = \langle v'w' \rangle = 0$, $-\infty < y < \infty$, $-\infty < z < \infty$, $t = t_0$, здесь $\Theta_1(r)$ и $\Theta_2(r)$ — функции, согласующиеся с лабораторными экспериментальными данными Линя и Пао [19, 20] в безимпульсном турбулентном следе в однородной жидкости на расстоянии $x/D = 8$, $\alpha = \text{const}$, D — диаметр зоны турбулентного смешения в начальный момент времени, $e_0 = e(t_0, 0, 0)$.

При $r \rightarrow \infty$ ставятся условия невозмущенного потока:

$$U - U_s(z) = e = \varepsilon = \langle v'w' \rangle = \langle \rho_1 \rangle = V = W = 0, \quad t \geq t_0. \quad (21)$$

При численном решении задачи нулевые краевые условия, соответствующие $r \rightarrow \infty$, сносятся на границы достаточно большого прямоугольника. Из соображений симметрии решение отыскивается в первом квадранте плоскости (y, z) . Граничные условия на осях симметрии принимаются следующими:

$$\langle v'w' \rangle = \frac{\partial \langle \rho_1 \rangle}{\partial y} = V = \frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial e}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = 0, \quad y = 0, \quad z \geq 0,$$

$$\langle v'w' \rangle = \langle \rho_1 \rangle = W = U = \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\partial e}{\partial z} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0, \quad z = 0, \quad y \geq 0.$$

Переменные задачи могут быть обезразмерены с применением масштаба длины D , масштаба скорости $U_0 = \sqrt{e_0}$ и плотности $aD\rho_0$. При этом в обезразмеренных уравнениях вместо g появляется величина $4\pi^2/F_d^2$, где F_d — плотностное число Фруда, определяемое равенством $F_d = U_0 T / D$; $T = 2\pi/\sqrt{ag} = 1/N$; T, N — период и частота Брента–Вяйсяля, $a = -(1/\rho_0)(d\rho_s/dz)$. В дальнейшем обезразмеренные величины будут, как правило, обозначаться знаком * сверху.

В задаче присутствует также характерное время $T_s = (dU_s/dz)^{-1} = D/\alpha\sqrt{e_0}$, которому соответствует частота $N_s = 1/T_s$. Тогда характерный параметр сдвигового течения в устойчиво стратифицированной среде — число Ричардсона Ri — выражается через указанные параметры следующим образом: $Ri = 4\pi^2 N^2 / N_s^2$.

Алгоритм решения задачи основан на применении конечно-разностных методов расщепления по физическим процессам и пространственным переменным. Подробное его изложение и тестирование на основе сопоставления с экспериментальными данными Линя и Пао [19, 20] приведено в работе [18].

2. Результаты расчетов

С целью анализа влияния горизонтально однородного продольного сдвигового течения выполнены численные эксперименты, соответствующие $Ri = 3,16$ ($\alpha = 0,119$),

$Ri = 0,79$ ($\alpha = 0,238$). Для сравнения рассчитывался также бессдвиговый поток ($Ri = \infty$). Число Фруда полагалось равным $F_d = 29,7$.

Рисунок 2 иллюстрирует динамику зоны турбулентного смешения и генерируемых при ее эволюции внутренних волн в отсутствие сдвига (рис. 2а, 2с, 2е) и одного из вариантов сдвигового течения при $\alpha = 0,238$, $Ri = 0,79$ (рис. 2б, 2д, 2ф). Изолинии дефекта плотности и производной $\partial\rho_1/\partial y = \text{const}$ свидетельствуют о слабом влиянии сдвигового течения на генерируемые внутренние волны (в отличие от варианта поперечного сдвига [12–14]). Сдвиговое течение приводит к некоторому увеличению размеров области турбулентного смешения, которые все же существенно меньше, чем для варианта поперечного сдвига.

Изменение энергии турбулентности $e(t, 0, 0) = e_c(t)$ для случая отсутствия сдвига и двух вариантов сдвигового течения представлено на рис. 3. Поведение энергии турбулентности сильно зависит от величины α и, следовательно, числа Ричардсона. С ростом α (соответственно уменьшением числа Ричардсона) и времени энергия турбулентности убывает значительно медленнее. Прямая штриховая линия характеризует закон убывания энергии турбулентности в центре зоны турбулентного смешения в однородной жидкости в отсутствие сдвигового течения [15, 21].

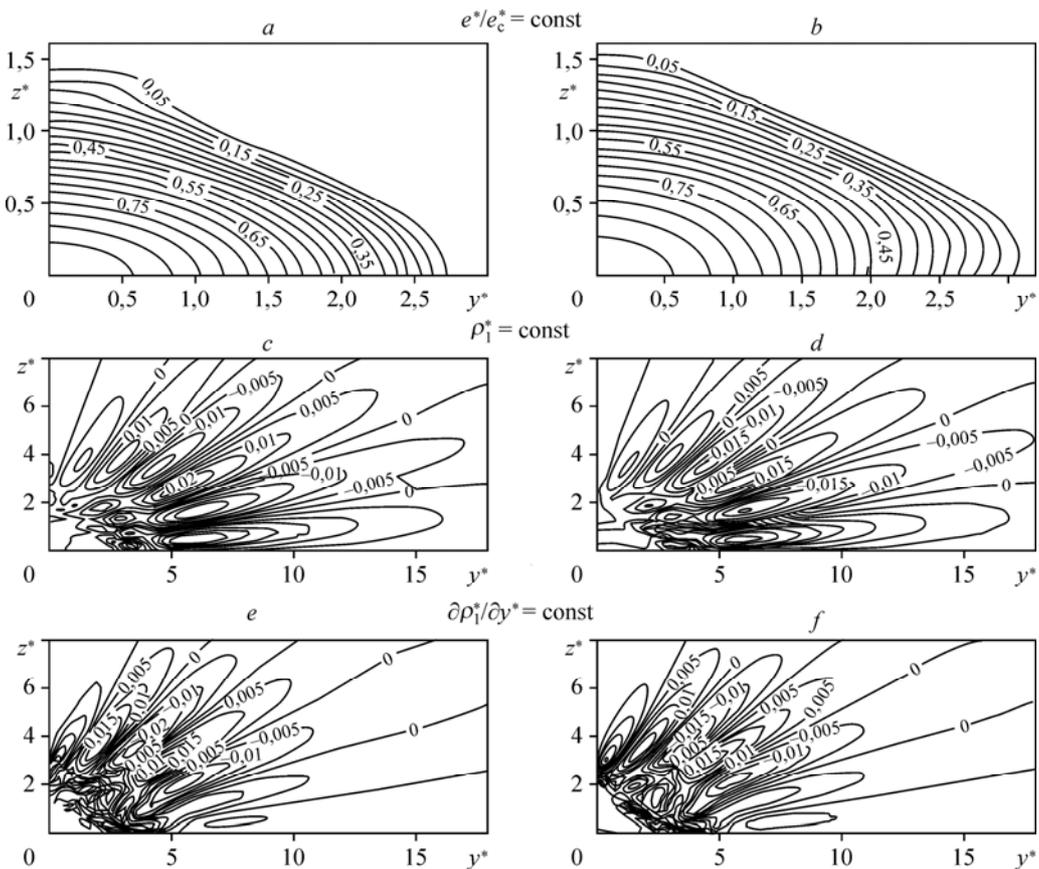


Рис. 2. Изолинии энергии турбулентности $e^*/e_c^* = \text{const}$, дефекта плотности $\rho_1^* = \text{const}$ и производной $\partial\rho_1^*/\partial y^* = \text{const}$ для $\alpha = 0$ (а, с, е) и $\alpha = 0,238$ (б, д, ф) при $t/T = 3$.

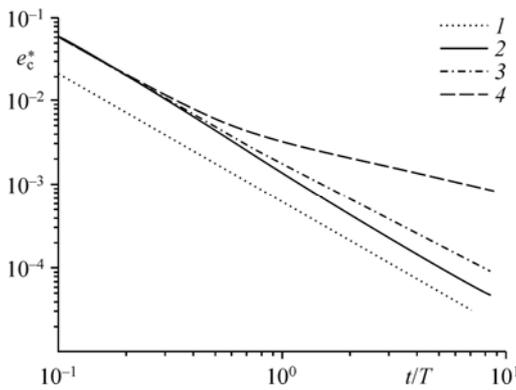


Рис. 3. График функции $e(t, 0, 0)$ в случае отсутствия сдвига ($\alpha = 0$) и двух вариантов сдвигового течения ($\alpha = 0,119$, $Ri = 3,16$; $\alpha = 0,238$, $Ri = 0,79$).

$t^{-1,54}$ (1), $\alpha = 0$ (2), 0,119 (3), 0,238 (4).

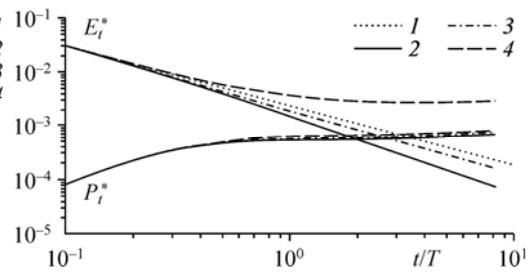


Рис. 4. Графики суммарной энергии турбулентности E_t^* и энергии внутренних волн P_t^* в зависимости от времени и величины α (числа Ричардсона).

$t^{-1,03}$ (1), остальные обозначения см. на рис. 3.

Графики суммарных энергий турбулентности $E_t^* = \int_0^\infty \int_0^\infty e^* dy^* dz^*$ и энергии внутрен-

них волн $P_t^* = \int_0^\infty \int_0^\infty \left(\frac{V^{*2} + W^{*2}}{2} + \frac{4\pi^2 \langle \rho_1^* \rangle^2}{F_d^2} \right) dy^* dz^*$ в зависимости от времени приведены

на рис. 4. Прямая линия 1 здесь соответствует закону убывания суммарной энергии турбулентности в однородной жидкости [15]. Суммарная энергия внутренних волн слабо зависит от величины α , что согласуется с результатами, представленными на рис. 2. Аналогичная ситуация наблюдалась и в случае поперечного сдвига [13, 14], однако при этом близость интегральных характеристик не согласовывалась с распределением волновых характеристик (изолинии $\rho_1 = \text{const}$, $\partial \rho_1 / \partial y = \text{const}$): в случае поперечного сдвига наблюдались «поворот» фазовой картины, нарушение симметрии течения относительно вертикальной оси координат, а также уменьшение числа гребней и впадин

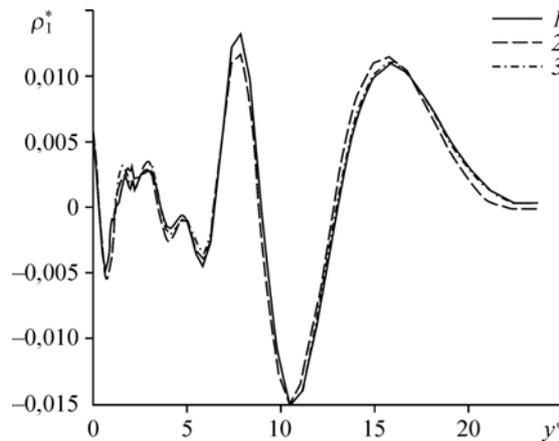


Рис. 5. График функции дефекта плотности $\rho_1^*(t_1^*, y^*, z_1^*)$ при $t_1^* = 5$, $z_1^* = 4,17$ для $\alpha = 0$ (1), 0,238 (2), 0,119 (3).

внутренних волн. Поведение суммарной энергии турбулентности согласуется с поведением значений $e(t, 0, 0)$. Увеличение энергии турбулентности за счет сдвигового течения при $Ri = 0,79$ приводит к неубыванию суммарной энергии турбулентности при $t/T \geq 2$.

В дополнение к рис. 2 и 4 на рис. 5 представлена линия $\rho_1(t_1, y, z_1)$ для $t_1 = 5T$, $z_1 = 4,17D$. Можно видеть, что сдвиговое течение слабо влияет на величину дефекта плотности, что также согласуется с результатами на рис. 2.

Результаты численных экспериментов, выполненных при числах Фруда $F_d = 14,85$ и $5,0$ показали справедливость моделирования течения по плотностному числу Фруда при фиксированном числе Ричардсона и достаточно большом числе Фруда в смысле, указанном в работах [6, 8]. При этом имело место подобие по плотностному числу Фруда. Аналогичная ситуация наблюдалась в случае поперечного сдвига скорости [13, 14].

Заключение

Основные результаты работы сводятся к следующему. Построена основанная на алгебраической модели рейнольдсовых напряжений и потоков математическая модель и выполнено численное моделирование динамики цилиндрической зоны турбулентного смешения в продольном горизонтально однородном сдвиговом потоке линейно стратифицированной жидкости. Результаты расчетов продемонстрировали значительное порождение энергии турбулентности за счет градиентов сдвигового течения, приводящее к продлению жизни турбулентного пятна. Показано, что сдвиговое течение слабо влияет на генерируемые областью турбулентных возмущений внутренние волны.

Список литературы

1. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Теория турбулентности. СПб: Гидрометеиздат. 1992. Т. 1. 696 с.
2. Schooley A.H. Wake collapse in a stratified fluid // Science. 1967. Vol. 157, No. 3787. P. 421–423.
3. Власов Ю.Н., Некрасов В.Н., Трохан А.М., Чашечкин Ю.Д. О развитии области турбулентного смешения в жидкости // Прикл. механика и техн. физика. 1973. № 2. С. 91–95.
4. Васильев О.Ф., Кузнецов Б.Г., Лыткин Ю.М., Черных Г.Г. Развитие области турбулизованной жидкости в стратифицированной среде // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1974. № 3. С. 45–52.
5. Трохан А.М., Чашечкин Ю.Д. Генерация внутренних волн в стратифицированной жидкости гидродинамически линейным источником (двумерная задача) // Теория дифракции и распространения волн (краткие тексты докладов 7 Всесоюзн. Симп. по дифракции и распространению волн), Ростов-на-Дону. 1977. Т. 3. С. 186–189.
6. Лыткин Ю.М., Черных Г.Г. Подобие течения по плотностному числу Фруда и баланс энергии при эволюции зоны турбулентного смешения в стратифицированной среде // Математические проблемы механики сплошных сред: сб. научн. тр. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР. 1980. Вып. 47. С. 70–89.
7. Chashechkin Yu.D., Chernykh G.G., Voropaeva O.F. The propagation of a passive admixture from a local instantaneous source in a turbulent mixing zone // Intern. J. Computational Fluid Dynamics. 2005. Vol. 19, No. 7. P. 517–529.
8. Chernykh G.G., Voropaeva O.F. Numerical modeling of momentumless turbulent wake dynamics in a linearly stratified medium // Computers and Fluids. 1999. Vol. 28, No. 3. P. 281–306.
9. Pal A., De Stadler M.B., Sarkar S. The spatial evolution of fluctuations in a self-propelled wake compared to a patch of turbulence // Physics of Fluids. 2013. Vol. 25. P. 095106-1–095106-20.
10. Fernando H.J.S. Turbulent patches in a stratified shear flow // Physics Fluids. 2003. Vol. 15, No. 10. P. 3164–3169.
11. Yakovenko S.N., Thomas T.G., Castro I.P. A turbulent patch arising from a breaking internal wave // J. Fluid Mechanics. 2011. Vol. 677. P. 103–133.
12. Chernykh G.G., Voropaeva O.F. Dynamics of a momentumless turbulent wake in a shear flow // J. Engng Thermophysics. 2015. Vol. 24, No. 1. P. 12–21.
13. Воропаева О.Ф., Черных Г.Г. Динамика локальных областей турбулизованной жидкости в условиях фоновых возмущений гидрофизических полей // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2015. Т. 8, № 4. С. 12–17.
14. Воропаева О.Ф., Черных Г.Г. Динамика безымпulsiveного турбулентного следа в сдвиговом потоке линейно стратифицированной среды // Теплофизика и аэромеханика. 2016. Т. 23, № 1. С. 61–71.

15. **Chernykh G.G., Fomina A.V.** Dynamics of cylindrical turbulent spot in a longitudinal shear flow of a passive stratified fluid // *Sci. Evolution*. 2016. Vol. 1, Iss. 2. P. 102–107.
16. **Rodi W.** Turbulence models and their application in hydraulics. University of Karlsruhe, 1980. 104 p.
17. **Rodi W.** Examples of calculation methods for flow and mixing in stratified fluids // *J. Geophys. Res.* 1987. Vol. 92, No. C5. P. 5305–5328.
18. **Chernykh G.G., Fomina A.V., Moshkin N.P.** Numerical simulation of dynamics of turbulent wakes behind towed bodies in linearly stratified media // *J. Engng Thermophysics*. 2009. Vol. 18, No. 4. P. 279–305.
19. **Lin J.T., Pao Y.H.** Wakes in stratified fluids // *Annual Review Fluid Mechanics*. 1979. Vol. 11. P. 317–338.
20. **Hassid S.** Collapse of turbulent wakes in stable stratified media // *J. Hydronautics*. 1980. Vol. 14, No. 1. P. 25–32.
21. **Капцов О.В., Фомина А.В., Черных Г.Г., Шмидт А.В.** Автомодельное вырождение безымпulsiveного турбулентного следа в пассивно стратифицированной среде // *Математическое моделирование*. 2015. Т. 27, № 1. С. 84–98.

*Статья поступила в редакцию 14 июня 2018 г.,
после доработки — 2 августа 2018 г.,
принята к публикации 11 декабря 2018 г.*