

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.373.628.551.510.3

## Перераспределение энергии оптического излучения на трассах с отражением в турбулентной атмосфере

В.А. Банах<sup>✉</sup>, А.В. Фалиц, И.В. Залозная\*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 21.04.2023 г.;

после доработки 25.05.2023 г.;

принята к печати 25.06.2023 г.

Представлены результаты расчетов, показывающие, как перераспределяется энергия и выполняется закон сохранения энергии при отражении оптического излучения от зеркальной поверхности в турбулентной атмосфере. Выяснено, что если в результате отражения формируются пространственно ограниченные пучки света, то перераспределение энергии в поперечной к направлению распространения плоскости происходит вблизи направления строго назад в ограниченной области, размеры которой не превышают нескольких зон Френеля. В случае точечного отражателя, когда формируется пространственно неограниченная отраженная волна, перераспределение энергии происходит на значительно больших масштабах. Увеличение средней интенсивности отраженной волны в ограниченной области диаметром в две зоны Френеля вокруг направления строго назад (эффект усиления обратного рассеяния) происходит за счет оттока части энергии отраженной волны из боковых направлений с огромной площади, на несколько порядков превосходящей размеры области, где эта энергия аккумулируется.

**Ключевые слова:** турбулентная атмосфера, отражение, усиление обратного рассеяния, корреляция интенсивности встречных волн, закон сохранения энергии; *turbulent atmosphere, reflection, backscatter amplification, forward and backward wave intensity correlation, energy conservation law.*

На трассах с отражением в случайно-неоднородных средах прямая и обратная волны являются коррелированными, так как проходят при распространении одни и те же неоднородности среды. Это приводит к изменению распределения средней интенсивности отраженной волны по сравнению с волной, прошедшей в прямом направлении трассу эквивалентной длины. В частности, в случайной среде в направлении строго назад средняя интенсивность отраженной волны может превысить не только среднюю интенсивность прямой волны на трассе такой же суммарной длины, но и интенсивность отраженной волны в однородной среде. Впервые на это было указано в работе [1]. В [2], где этому явлению была дана детальная физическая интерпретация, оно получило название эффекта усиления обратного рассеяния (УОР). В [3] показано, что наряду с усилением вследствие корреляции прямой и обратной волн может происходить и уменьшение средней интенсивности отраженного излучения вблизи направления строго назад по сравнению со средней интенсивностью отраженной волны в турбулентной атмосфере, но при отсутствии корреляции прямой и обратной волн. «Ослабление» интенсив-

ности возникает [3], если в результате отражения формируется пространственно ограниченный пучок света поперечным радиусом  $a_{\text{эфф}}$ , число Френеля которого  $\Omega_{\text{эфф}} = ka_{\text{эфф}}^2/L \sim 1$ . Это происходит либо когда отражающая поверхность имеет радиус  $a_r$ , для которого выполняется условие  $\Omega_r = ka_r^2/L \sim 1$ , либо когда падающий на отражатель больших размеров ( $\Omega_r \gg 1$ ) пучок имеет такой начальный радиус  $a$ , что  $\Omega = ka^2/L \sim 1$ , где  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\lambda$  — длина волны;  $L$  — расстояние между источником излучения и отражателем.

В [2] и в последующих работах [4, 5] отмечается, что в силу закона сохранения энергии увеличение средней интенсивности отраженной волны в направлении строго назад в случайной среде должно сопровождаться ее уменьшением в окрестности угла  $180^\circ$ . В качестве иллюстрации выполнения закона сохранения энергии приводится круговая индикатриса рассеяния, качественно поясняющая изменение интенсивности отраженной волны в зависимости от угла рассеяния (рис. 4 в [2], рис. 2 в [4] и рис. 1, б в [5]). Однако количественного подтверждения выполнения закона сохранения энергии при отражении в случайной среде нет ни в этих, ни в других посвященных эффекту УОР работах (см., например, обзор [6]).

Цель данного сообщения — представить расчеты, показывающие как перераспределяется энергия

\* Виктор Арсентьевич Банах (banakh@iao.ru); Андрей Вячеславович Фалиц (falits@iao.ru); Ия Викторовна Залозная (iya@iao.ru).

и выполняется закон сохранения энергии при обратном рассеянии волн в турбулентной атмосфере. Расчеты проведены для режима слабых флуктуаций интенсивности оптического излучения, когда параметр, характеризующий интенсивность оптической турбулентности на трассе распространения,  $\beta_0^2 = 1,23C_n^2 k^{7/6} L^{11/6} < 1$  ( $C_n^2$  — структурная постоянная турбулентных флуктуаций показателя преломления воздуха в атмосфере).

Метод решения уравнений для статистических моментов поля отраженного в турбулентной атмосфере излучения [3] при использовании колмогоровской модели пространственного спектра неоднородностей показателя преломления

$$\Phi_n(\mathbf{k}) = 0,033C_n^2 \kappa^{-11/3}, \quad (1)$$

где  $\kappa = |\mathbf{k}|$ , позволяет получить для средней интенсивности отраженного от зеркальной поверхности гауссова пучка выражение в виде

$$I(\mathbf{R}) = I_{\text{нек}}(\mathbf{R}) + P(\mathbf{R}). \quad (2)$$

В (2) слагаемое

$$I_{\text{нек}}(\mathbf{R}) = u_0^2 V_0^2 \frac{\Omega_r^2 \Omega^2}{\Phi \Phi^*} \exp \left\{ -\Omega_r \operatorname{Re} \frac{g}{\Phi} R_f^2 \right\} \times \\ \times \left( 1 - 3,51\beta_0^2 \left[ \frac{3}{8} \left( \Omega_r \operatorname{Re} \frac{g}{\Phi} \right)^{5/6} {}_1F_1 \left( -\frac{5}{6}, 1; \Omega_r \operatorname{Re} \frac{g}{\Phi} R_f^2 \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \int_0^1 d\xi \beta_1^{5/6} {}_1F_1 \left( -\frac{5}{6}, 1; \alpha_1^2 \frac{R_f^2}{4\beta_1} \right) \right] \right) \quad (3)$$

определяет среднюю интенсивность отраженного пучка без учета корреляции встречных волн (падающей на отрагатель и распространяющейся в обратном направлении), слагаемое

$$P(\mathbf{R}) = u_0^2 V_0^2 \frac{\Omega_r^2 \Omega^2}{\Phi \Phi^*} \exp \left\{ -\Omega_r \operatorname{Re} \frac{g}{\Phi} R_f^2 \right\} \cdot 7,02\beta_0^2 \operatorname{Re} \int_0^1 d\xi \times \\ \times \sum_{j=2,3} (-1)^j \beta_j^{5/6} {}_1F_1 \left( -\frac{5}{6}, 1; \frac{\alpha_j^2}{4\beta_j} R_f^2 \right) \quad (4)$$

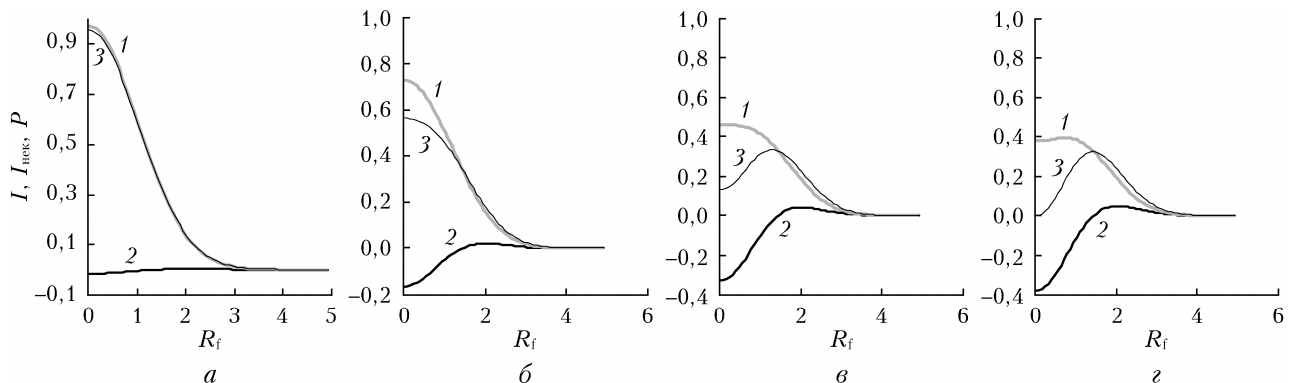


Рис. 1. Средняя интенсивность  $I(\mathbf{R})$  и ее составляющие  $I_{\text{нек}}(\mathbf{R})$  и  $P(\mathbf{R})$  плоской волны, отраженной от зеркала радиусом, определяемым из условия  $\Omega_r = 1$ , рассчитанные по формулам (3) (кривая 1), (4) (кривая 2), (2) (кривая 3) при  $\beta_0^2 = 0,01$  (а); 0,1 (б); 0,2 (в); 0,23 (г)

обусловлено корреляцией интенсивности прямой и обратной волн. В (2)–(4)  $\mathbf{R}$  — двумерный радиус-вектор в поперечной к направлению распространения плоскости;  $R = |\mathbf{R}|$ ;  $R_f = R\sqrt{k/L}$  — радиус Френеля;  $u_0$  — начальная амплитуда поля пучка;  $V_0$  — коэффициент отражения зеркала;

$$g = 1 + i\Omega(1 - L/F); \quad g_r = 1 + 2i\Omega_r; \quad \Phi = gg_r + \Omega\Omega_r;$$

$$\alpha_1 = 2 \left( \Omega_r \xi \operatorname{Re} \frac{g}{\Phi} - (1 - \xi) \operatorname{Im} \frac{\Omega\Omega_r}{\Phi} \right);$$

$$\alpha_2 = i(1 - \xi)(1 + \Omega\Omega_r/\Phi); \quad \beta_2 = \frac{\Omega}{2}(1 - \xi)^2 \frac{g_r}{\Phi} - i\xi(1 - \xi);$$

$$\alpha_3 = 2\Omega_r \xi \operatorname{Re} \frac{g}{\Phi} + i(1 - \xi)(1 + \Omega\Omega_r/\Phi);$$

$$\beta_1 = \Omega(1 - \xi)^2 \operatorname{Re} \frac{g_r}{\Phi} + \Omega_r \xi^2 \operatorname{Re} \frac{g}{\Phi} - 2\xi(1 - \xi) \operatorname{Im} \frac{\Omega_r \Omega}{\Phi};$$

$$\beta_3 = \frac{\Omega}{2}(1 - \xi)^2 \frac{g_r}{\Phi} + \Omega_r \xi^2 \operatorname{Re} \frac{g}{\Phi} + i\xi(1 - \xi) \frac{\Omega_r \Omega}{\Phi};$$

${}_1F_1(\alpha, \beta; z)$  — вырожденная гипергеометрическая функция.

Результаты расчета по формулам (2)–(4) нормированных на  $u_0^2 V_0^2 \frac{\Omega_r^2 \Omega^2}{\Phi \Phi^*}$  распределений средней

интенсивности  $I$  и слагаемых  $I_{\text{нек}}$  и  $P$  в плоскости источника для плоской волны ( $\Omega \gg 1$ ), отраженной от зеркала с дифракционным параметром  $\Omega_r = 1$ , показаны на рис. 1. При таких значениях параметров  $\Omega_r$  и  $\Omega$  в результате отражения формируется пространственно-ограниченный пучок света и корреляция встречных волн приводит к уменьшению средней интенсивности отраженной волны вблизи направления строго назад по сравнению со средней интенсивностью отраженной волны при отсутствии корреляции.

Из формулы (2) и рис. 1 (кривая 2) следует, что слагаемое  $P(\mathbf{R})$ , определяющее корреляцию интенсивностей встречных волн, при отсутствии турбулентности ( $\beta_0^2 = 0$ ) равно нулю. При  $\beta_0^2 \neq 0$   $P(\mathbf{R})$  принимает в круге радиуса примерно  $1,4R_f$  отрицательные значения с максимумом при  $R_f = 0$ .

Это вызывает уменьшение средней интенсивности отраженной волны в области  $R_f < 1,4$ . Начиная с  $R_f = 1,4$  величина  $P$  становится положительной с максимумом при  $R_f = 2$ , после чего плавно уменьшается до нуля. С усилением турбулентности вклад слагаемого  $P(\mathbf{R})$  в интенсивность  $I(\mathbf{R})$  возрастает. При  $\beta_0^2 = 0,23$   $I(0) = 0$  и распределение средней интенсивности отраженной волны в поперечной плоскости становится кольцевым (кривая 3).

Для выполнения закона сохранения энергии нужно, чтобы

$$\int d\mathbf{R} P(\mathbf{R}) = 0. \quad (5)$$

Интегрирование по кругу радиуса  $1,424R_f$ , где  $P(\mathbf{R})$  отрицательна, дает без учета константы  $7,02\beta_0^2 u_0^2 V_0^2 \frac{\Omega_r^2 \Omega^2}{\Phi\Phi^*}$  величину интеграла в (5), равную

$-3,883\lambda L$ . Этот интеграл и определяет уменьшение средней интенсивности в области  $R_f < 1,424$  (см. рис. 1). Интегрирование по положительным значениям  $P(\mathbf{R})$  в пределах кольца от  $1,424R_f$  до  $5R_f$  дает  $3,877\lambda L$ . Следовательно, закон сохранения энергии выполняется с относительной погрешностью менее 0,16% на расстояниях от источника, не превышающих две зоны Френеля  $\sqrt{\lambda L}$ . Для  $\lambda = 10^{-6}$  м и  $L = 10^3$  м это расстояние составляет 6,3 см.

Примерно такие же результаты получаются, если на зеркало падает не плоская волна, а пространственно-ограниченный пучок начальным радиусом  $a$ , удовлетворяющим условию  $\Omega = 1$ . Интегрирование по отрицательным значениям  $P(\mathbf{R})$  в круге радиуса  $1,7R_f$  дает величину  $-3,732\lambda L$ . Интегрирование по положительным значениям  $P(\mathbf{R})$  по кольцу внутренним радиусом  $1,7R_f$  и внешним  $-8R_f$  дает  $3,724\lambda L$ . Закон сохранения выполняется в пределах расстояний  $8R_f$  от направления строго назад с погрешностью менее 0,21%. Для  $\lambda = 10^{-6}$  м,  $L = 10^3$  м расстояние  $8R_f = 10,1$  см. Результаты расчета согласуются с качественной интерпретацией выполнения закона сохранения энергии в [2, 4, 5]. Действительно, за счет корреляции встречных волн вблизи

угла  $180^\circ$  происходит перераспределение энергии в поперечной плоскости в пределах двух-трех зон Френеля так, что интеграл (5) по этой области равен нулю.

Другая ситуация складывается при отражении от точечного отражателя,  $\Omega_r \ll 1$ . Результаты расчета по формуле (4) корреляционного слагаемого  $P(\mathbf{R})$  в плоскости источника для плоской волны, рассеянной точечным отражателем, показаны на рис. 2. В расчетах постоянный множитель  $7,02\beta_0^2 u_0^2 V_0^2 \frac{\Omega_r^2 \Omega^2}{\Phi\Phi^*}$

не учитывался.

Из расчетов и рис. 2 следует, что корреляция интенсивностей встречных волн в поперечной плоскости положительна с максимумом в точке источника  $R_f = 0$  в пределах круга радиусом  $2,8R_f$ . Диапазон значений  $0 < R_f < 2,8$ , где  $P$  положительна, определяет область УОР. Затем с увеличением  $R_f$   $P$  становится отрицательной и начинает осциллировать, медленно приближаясь к нулю с затухающей амплитудой осцилляций, оставаясь отрицательной. Максимальное отрицательное значение корреляционной составляющей средней интенсивности равно  $-0,0065$  и по абсолютной величине меньше максимального положительного значения корреляционной составляющей  $0,33$  в 50 раз, но эта слабая отрицательная корреляция сохраняется даже при очень больших разностях точек наблюдения и играет ключевую роль в эффекте УОР.

Обратимся к интегралу в (5). По кругу радиуса  $R_f = 2,8$ , где корреляционная составляющая  $P$  положительна, он равен  $3,46\lambda L$ . Интеграл по кольцу внутренним радиусом  $R_f = 2,8$  и внешним  $R_f = 1000$ , где  $P$  отрицательна, равен  $2,86\lambda L$ . Иными словами, даже при очень больших разностях (для  $R_f = 1000$ ,  $\lambda = 10^{-6}$  м,  $L = 10^3$  м разнос точек наблюдения  $R = 12,6$  м) интеграл по области отрицательных значений корреляционной составляющей средней интенсивности  $P$  остается меньше интеграла по области, где  $P$  положительна, их отношение равно примерно 0,83 и условие (5) строго не выполняется. Сохраняющаяся на огромной площади

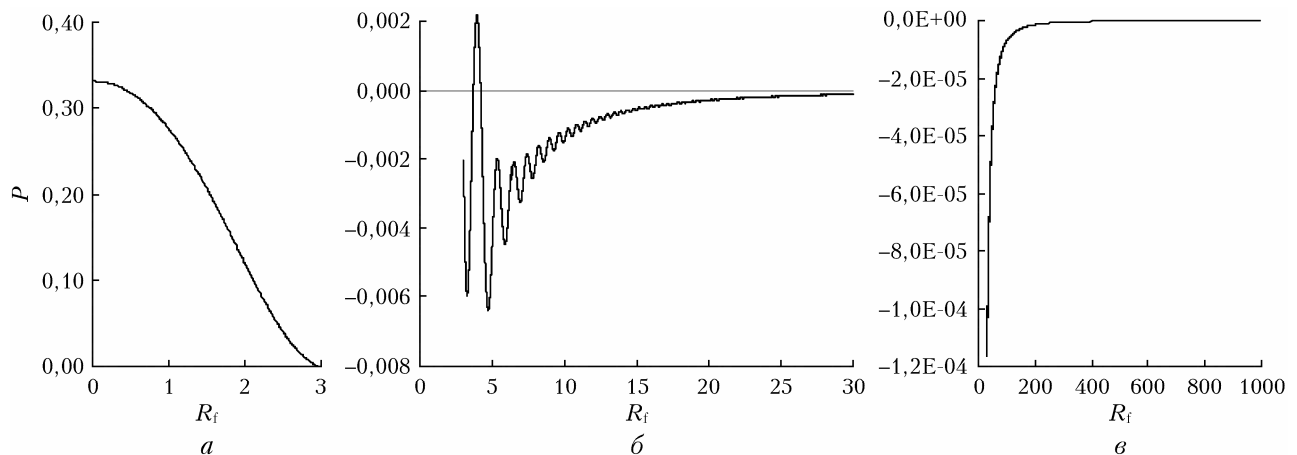


Рис. 2. Корреляционная составляющая  $P(\mathbf{R})$  средней интенсивности плоской волны, рассеянной на точечном отражателе: а — для  $R_f$  от 0 до 3; б — от 3 до 30; в — от 30 до 1000

отрицательная корреляция интенсивностей встречных волн означает, что из этой области происходит отток части энергии отраженной волны, которая аккумулируется вблизи направления строго назад и приводит к УОР в пределах очень небольшой площадки с радиусом, равным примерно одной зоне Френеля  $\sqrt{\lambda L}$ . Схожие результаты получаются и в более важном для практики случае рассеяния оптического излучения на совокупности точечных отражателей в турбулентной атмосфере, например диффузной поверхностью или атмосферным слоем, рассеивателями в котором являются молекулы воздуха и аэрозоль.

Хотя условие применимости параболического уравнения для комплексной амплитуды волнового поля в турбулентной атмосфере  $\frac{\lambda L}{l_e^2} \ll \left(\frac{l_e}{\lambda}\right)^2$  [7], где

$l_e$  — масштаб турбулентных неоднородностей, на основе которого получены формулы (2)–(4), хорошо выполняется, дальнейшее увеличение  $R$  в расчетах по формуле (4) при  $\Omega_r \ll 1$  для более строгого выполнения условия (5) большого смысла не имеет, поскольку нарушается второе условие применимости параболического уравнения  $R \ll L$ . Для строгого выполнения (5) требуется решение задачи без параболического приближения.

Таким образом, показано, что при формировании в результате отражения в турбулентной атмосфере пространственно-ограниченных пучков света перераспределение энергии в поперечной к направлению распространения плоскости в режиме слабых флуктуаций интенсивности происходит вблизи направления строго назад в ограниченной области, размеры которой не превышают нескольких зон Френеля. Закон сохранения энергии выполняется в этой области с высокой точностью. При рассеянии оптического излучения на точечном отражателе перераспределение энергии в поперечной к направлению распространения плоскости происходит

на значительно больших масштабах. Увеличение средней интенсивности излучения, рассеянного точечным отражателем, в строго обратном направлении (УОР) происходит за счет оттока части энергии отраженной волны с огромной площади, на несколько порядков превышающей размеры области, где эта энергия аккумулируется. Размеры области, откуда происходит отток энергии, определяются сохраняющейся на очень больших расстояниях ничтожно малой, по сравнению с положительной, отрицательной корреляцией интенсивности прямой и обратной волн.

## Список литературы

1. Бельский М.С., Миронов В.Л. Дифракция оптического излучения на зеркальном диске в турбулентной атмосфере // Квант. электрон. 1972. Вып. 5, № 11. С. 38–45.
2. Виноградов А.Г., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Эффект усиления обратного рассеяния на телах, помещенных в среду со случайными неоднородностями // Изв. вузов. Радиофиз. 1973. Т. 16. С. 1064–1070.
3. Банах В.А., Миронов В.Л. Локационное распространение лазерного излучения в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-е, 1986. 173 с.
4. Гурвич А.С. Лидарное зондирование турбулентности на основе эффекта усиления обратного рассеяния // Изв. РАН. Физ. атмосф. и океана. 2012. Т. 48, № 5. С. 655–665.
5. Виноградов А.Г., Гурвич А.С., Кашкаров С.С., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Эффект усиления обратного рассеяния // Успехи физ. наук. 1987. Т. 152, № 4. С. 707–709. DOI: 10.3367/UFNr.0152.198708q.0707.
6. Barabanenkov Yu. N., Kravtsov Yu. A., Ozrin V.D., Saichev A.I. Enhanced backscattering in optics // Progress Opt. 1991. V. 29. P. 65–197. DOI: 10.1016/S0079-6638(08)70006-4.
7. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Часть II. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 463 с.

*V.A. Banakh, A.V. Falits, I.V. Zaloznaya. Redistribution of optical radiation energy along paths with reflection in a turbulent atmosphere.*

The results of calculations are presented showing how the energy is redistributed and the law of conservation of energy is fulfilled when optical radiation is reflected from mirror surface in a turbulent atmosphere. It is shown that if, as a result of reflection, spatially limited beams of light are formed, then the redistribution of energy in a plane transverse to the direction of propagation occurs near the strictly backward direction in a limited region, the dimensions of which do not exceed several Fresnel zones. In the case of a point reflector, when a spatially unlimited reflected wave is formed, the redistribution of energy occurs on a much larger scale. The increase in the mean intensity of the reflected wave in a limited area with a diameter of two Fresnel zones around the strictly backward direction (backscatter amplification effect) occurs due to the outflow of part of the energy of the reflected wave from the lateral directions from a huge area, several orders of magnitude larger than the area where this energy is accumulated.