УДК 517.958,551.324

ГРУППОВЫЕ СВОЙСТВА И ИНВАРИАНТНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩЕГО ДВУМЕРНОЕ ТЕЧЕНИЕ ЛЕДНИКОВ

Ф. Х. Ахмедова, В. А. Чугунов

(*Казань*)

Одна из самых актуальных проблем современной гляциологии — построение математической теории гляциомеханики, в которой особое место отводится разработке математических моделей ледников.

В проблемах математического моделирования различных процессов четко различаются два разных направления. Первое связано со стремлением построить подробную модель изучаемого процесса, обосновать ее адекватность реальности большим количеством экспериментального материала и использовать затем эту модель для получения обоснованных количественных рекомендаций и применения ее выводов на практике. Другое направление связано с построением спектра точных решений частных моделей, изучение которого позволило бы вскрыть основные особенности процесса с меньшими затратами. Оба направления имеют право на существование, причем результаты второго направления могут быть использованы для обоснования и уточнения подробных математических моделей.

Применительно к гляциомеханике широкое развитие приобрело первое направление в работах [1—6], а второе — пока не имеет столь бурного роста.

Результаты данной работы надо рассматривать как определенный вклад в развитие вышеуказанного второго направления в области математического моделирования динамики ледников. В частности, в работе проводится изучение групповых свойств нелинейного дифференциального уравнения, описывающего положение свободной поверхности ледников, строятся инвариантные решения данного уравнения, а с помощью построенных инвариантных решений исследуются конкретные задачи, возникающие при изучении течения ледников.

Рассматривая нестационарное течение ледника в изотермическом приближении, можно показать, что функция $l(x, y, t)$, описывающая свободную поверхность ледника, удовлетворяет нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка в частных производных

$$
\frac{\partial l}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left\{\left[\frac{\partial l}{\partial x}\Big/\sqrt{\left(\frac{\partial l}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial l}{\partial y}\right)^2}\right]\int\limits_{z_0}^{l}\times (l-z)\,\Gamma\left[(l-z)\sqrt{\left(\frac{\partial l}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial l}{\partial y}\right)^2}\right]dz\right\}+ \frac{\partial}{\partial y}\left\{\left[\frac{\partial l}{\partial y}\Big/\sqrt{\left(\frac{\partial l}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial l}{\partial y}\right)^2}\right]\int\limits_{z_0}^{l}(l-z)\,\Gamma\times \left[(l-z)\sqrt{\left(\frac{\partial l}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial l}{\partial y}\right)^2}\right]dz\right\}. \tag{1}
$$

Здесь t — время; x, y — пространственные координаты; $z_0(x, y)$ — профиль подледного ложа; $\Gamma(z)$ — функция, характеризующая реологические свойства льда, взятая в степенной зависимости $\Gamma(z) = kz^{\alpha}$.

Найдя из уравнения (1) и соответствующих граничных условий l, можно определить все другие характеристики течения ледника, в частности скорости по любому направлению, напряжения, возникающие в леднике и т. д. Таким образом, основная задача в теории течения ледников — отыскание вида свободной поверхности l.

Уравнение (1) существенно нелинейно, и его решение в общем случае может быть получено лишь приближенно с помощью численных методов. Отсутствие априорных оценок точности численных методов решения уравнений вида (1) делает необходимым построение их аналитических решений хотя бы в частных автомодельных случаях для тестирования на них соответствующих разностных схем. Некоторые из таких решений, полученные на основе группового анализа уравнения (1), представляют и самостоятельный теоретический интерес.

Таблица 1

Функция z_0	Векторы ζ_i
Произвольная	$\{\zeta_3\}$
$y^{\frac{\alpha+1-\lambda}{2\alpha+1}} f\left(\frac{x}{y}\right)$	$\zeta_3, \zeta_4, \zeta_5$
const	$\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4$
0	$\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \zeta_5$

Построение полного спектра инвариантных решений конкретного дифференциального уравнения базируется на его групповых свойствах [7]. Рассмотрим случай, когда $u = l - z_0$, в предположении, что $z_0(x, y)$ — произвольная функция своих аргументов, $\alpha \geqslant 1$. Результаты группового анализа уравнения (1) в терминах касательных векторных полей ζ_i локальных однопараметрических групп G_1, допускаемых этим уравнением, которые определяют базисы алгебр Ли соответствующих инфинитезимальных операторов, представлены в табл. 1, где $\{\zeta_3\}$ соответствует базису ядра основных алгебр Ли; направляющие векторы ζ_i базисных инфинитезимальных операторов X_i, на которые расширяется ядро в зависимости от возможной конкретизации функции $z_0(x, y)$, имеют вид

$$\zeta_1 = (1, 0, 0, 0, 0, 0),\ \zeta_2 = (0, 1, 0, 0, 0, 0),\ \zeta_3 = (0, 0, 1, 0, 0, 0),$$
$$\zeta_4 = (0,\ 0,\ t,\ -u/(1+2\alpha),\ -2v/(1+2\alpha),\ -2w/(1+2\alpha)),$$
$$\zeta_5 = (x,\ y,\ 0,\ u(1+\alpha)/(1+2\alpha),\ v/(1+2\alpha),\ w/(1+2\alpha));$$

инфинитезимальные операторы $X_i = \zeta_i\partial$. Здесь $\partial = (\partial/\partial x,\ \partial/\partial y,\ \partial/\partial t,\ \partial/\partial u,\ \partial/\partial v,\ \partial/\partial w)$; v и w — вспомогательные функции:

$$v = u\,(\partial z_0/\partial x + \partial u/\partial x)\left[1 + (w/v)^{2\alpha}\right]^{\frac{\alpha-1}{2\alpha}},$$
$$w = u\,(\partial z_0/\partial y + \partial u/\partial y)\left[1 + (v/w)^{2\alpha}\right]^{\frac{\alpha-1}{2\alpha}}.$$

Воспользуемся данными табл. 1 для построения инвариантных решений уравнения (1). Для нахождения соответствующих оптимальных систем инвариантных решений необходимо определить все классы подобных одномерных и двумерных подалгебр и их инварианты. Они сведены в табл. 2. При этом наиболее общим и нетривиальным среди инвариантных решений 2-го ранга является решение $\langle\lambda X_4 + X_5\rangle$, зависящее от двух произвольных параметров α и λ. Его, как следует из табл. 2, можно искать в виде $I_3 = \varphi(I_1, I_2)$ или

$$u(r,\ t) = t^{\frac{1+\alpha-\lambda}{\lambda(1+2\alpha)}}\psi(\eta),\quad \eta = r^{\lambda}/t,\quad r = \sqrt{x^2+y^2}. \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1), придем к обыкновенному дифференциальному уравнению для функции $\psi(\eta)$:

$$\lambda^{\alpha+1}\eta^{\frac{\lambda-1}{\lambda}}\left(\eta^{\frac{(\lambda-1)\alpha}{\lambda}}\psi^{\alpha+2}\psi'\,|\,\psi'\,|^{\alpha-1}\right)' + \lambda^{\alpha}\eta^{\frac{\alpha(\lambda-1)-1}{\lambda}}\psi^{\alpha+2}\psi'\,|\,\psi'\,|^{\alpha-1} + \eta\psi' - \frac{1+\alpha-\lambda}{\lambda(2\alpha+1)}\psi = 0. \tag{3}$$

В качестве решений задачи с подвижным «фронтом» должны выбираться лишь те решения уравнения (3), которые удовлетворяют граничному условию $\psi|_{\eta=\eta_0} = 0$ при $\eta_0 \neq 0$. Тогда из (2)

$$r_0 = (\eta_0 t)^{1/\lambda}. \tag{4}$$

Перечислим конкретные решения, которые могут быть найдены таким образом.

Таблица 2

Оптимальные подалгебры	Инварианты	Инвариантные решения	Вид ложа
$\langle \lambda X_4 + X_5 \rangle$ $\forall \lambda$	$I_1 = \dfrac{x}{y}$, $I_2 = \dfrac{y^\lambda}{t}$, $I_3 = \dfrac{t}{u^{\frac{\lambda(1+2\alpha)}{1+\alpha-\lambda}}}$, $I_4 = \dfrac{u^{\frac{1-2\lambda}{1+\alpha-\lambda}}}{v}$, $I_5 = \dfrac{v}{w}$	2-го ранга $u = t^{\frac{1+\alpha-\lambda}{\lambda(1+2\alpha)}} \varphi(I_1, I_2)$; $u = t^{\frac{1+\alpha-\lambda}{\lambda(1+2\alpha)}} \psi(\eta)$ $(\eta = r^\lambda/t)$	$z_0 = C + y^{\frac{1+\alpha-\lambda}{1+2\alpha}} f(I_1)$; $z_0 = C r^{\frac{1+\alpha-\lambda}{1+2\alpha}}$ (C — const)
$\langle \sin\beta\, X_1 + \cos\beta\, X_2 \rangle$ $\forall \beta$	$I_1 = x\cos\beta - y\sin\beta$, $I_2 = t$, $I_3 = u$, $I_4 = v$, $I_5 = w$	$u = \varphi(I_1, I_2)$	z_0 — const
$\langle X_3 \rangle$	$I_1 = x$, $I_2 = y$, $I_3 = u$, $I_4 = v$, $I_5 = w$	$u = \varphi(I_1, I_2)$	z_0 — произвольная функция
$\langle \sin\beta\, X_1 + \cos\beta\, X_2 + \gamma X_4 \rangle$ $\forall \beta,\ \gamma \neq 0$	$I_1 = x\cos\beta - y\sin\beta$, $I_2 = \gamma y - \cos\beta \cdot \ln t$, $I_3 = t u^{1+2\alpha}$, $I_4 = \dfrac{u^2}{v}$, $I_5 = \dfrac{v}{w}$	$u = t^{-\frac{1}{1+2\alpha}} \varphi(I_1, I_2)$	z_0 — const
$\langle \lambda X_4 + X_5,$ $\sin\beta X_1 + \cos\beta\, X_2 \rangle$ $\forall \lambda, \beta$	$I_1 = \dfrac{(y\sin\beta - x\cos\beta)^\lambda}{t}$, $I_2 = \dfrac{t}{u^{\frac{\lambda(1+2\alpha)}{1+\alpha-\lambda}}}$, $I_3 = \dfrac{u^{\frac{1-2\lambda}{1+\alpha-\lambda}}}{v}$, $I_4 = \dfrac{v}{w}$	1-го ранга $u = t^{\frac{1+\alpha-\lambda}{\lambda(1+2\alpha)}} \varphi(I_1)$	z_0 — const
$\langle \lambda X_4 + X_5, X_3 \rangle$ $\forall \lambda$ $\forall \beta$	$I_1 = \dfrac{x}{y}$, $I_2 = \dfrac{y^\lambda}{u^{\frac{\lambda(1+2\alpha)}{1+\alpha-\lambda}}}$, $I_3 = \dfrac{u^{\frac{1-2\lambda}{1+\alpha-\lambda}}}{v}$, $I_4 = \dfrac{v}{w}$	$u = y^{\frac{1+\alpha-\lambda}{1+2\alpha}} \varphi(I_1)$	$z_0 = C + y^{\frac{1+\alpha-\lambda}{1+2\alpha}} f(I_1)$, C = const
$\langle \sin\beta\, X_1 + \cos\beta\, X_2,$ $X_3 \rangle$ $\forall \beta$	$I_1 = x\cos\beta - y\sin\beta$, $I_2 = u$, $I_3 = v$, $I_4 = w$	$u = \varphi(I_1)$	z_0 = const
$\langle \sin\beta\, X_1 + \cos\beta\, X_2,$ $\sin\beta\, X_1 + \cos\beta\, X_2 + \gamma X_4 \rangle$ $\forall \beta,\ \gamma \neq 0$	$I_1 = x\cos\beta - y\sin\beta$, $I_2 = t u^{1+2\alpha}$, $I_3 = \dfrac{u^2}{v}$, $I_4 = \dfrac{v}{w}$	$u = t^{-\frac{1}{1+2\alpha}} \varphi(I_1)$	z_0 = const
$\langle X_3, \sin\beta\, X_1 + \cos\beta\, X_2 + \gamma X_4 \rangle$ $\forall \beta,\ \gamma \neq 0$	$I_1 = x\cos\beta - y\sin\beta$, $I_2 = \gamma y + \cos\beta \cdot (1 + 2\alpha) \cdot \ln u$, $I_3 = \dfrac{u^2}{v}$, $I_4 = \dfrac{v}{w}$	$u = e^{-\frac{\gamma y}{(1+2\alpha)\cos\beta}} \varphi(I_1)$	z_0 = const

Решение 1. *Плосколинейное растекание ледника на горизонтальном ложе.* Положив в (2)—(4) $\lambda = 3\alpha + 2$, получим аналогичную задачу, которая рассмотрена в [8].

Решение 2. *Радиальное растекание ледника на горизонтальном ложе.* Пусть в начальный момент вся масса льда сосредоточена в точке $\eta = 0$, затем происходит растекание. В этом случае к уравнению (3) добавляются условия

$$u|_{t=0} = \delta(\eta), \quad \psi|_{\eta=\eta_0} = Q|_{\eta=\eta_0} = Q|_{\eta=0} = 0, \quad \int_0^{\eta_0} \eta\psi(\eta)\, d\eta = 1,$$

где $\delta(\eta)$ — функция Дирака; $Q = \psi^{\alpha+2}\psi'|\psi'|^{\alpha-1}$ — сток массы льда на границах ледника. Последнее из них (условие постоянства массы) дает $\lambda = 5\alpha + 3$. Функция $\psi(\eta)$ и константа η_0 определяются из (3) с учетом граничных условий. В итоге находим

$$u(r, t) = t^{-\frac{2}{5\alpha+3}} \left[\frac{2\alpha+1}{(5\alpha+3)^{1/\alpha}(\alpha+1)}\right]^{\frac{\alpha}{2\alpha+1}} \times$$

$$\times \left(\eta_0^{\frac{\alpha+1}{\alpha(5\alpha+3)}} - \eta^{\frac{\alpha+1}{\alpha(5\alpha+3)}}\right)^{\frac{\alpha}{2\alpha+1}},$$

$$\eta = r^{5\alpha+3}/t, \quad r_0 = (\eta_0 t)^{1/(5\alpha+3)}, \quad \eta_0 > 0.$$

Для ледника единичного объема

$$\eta_0 = \left\{\left[\frac{\alpha+1}{(2\alpha+1)(5\alpha+3)^2}\right]^{\frac{\alpha}{2\alpha+1}} \left[\frac{\alpha+1}{\alpha B\left(\frac{2\alpha(5\alpha+3)}{\alpha+1}, \frac{3\alpha+1}{2\alpha+1}\right)}\right]\right\}^{\frac{(5\alpha+3)(2\alpha+1)}{20\alpha^2+23\alpha+7}}$$

($B(x, y)$ — бета-функция).

Пусть $l(r, t)$ — решение. Как показано в задаче [9] о растекании ледника с любым начальным распределением и при больших значениях t, оно будет стремиться к $u(r, t)$, т. е.

$$l(r, t) = u(r, t) + o\left(t^{-\frac{2}{5\alpha+3}}\right).$$

Таким образом, найденное решение дает не только качественную картину растекания ледника, но и позволяет судить о поведении ледников при больших значениях времени.

Решение 3. *Радиальное растекание ледника на ложе* $z_0 = r^{-2}$. Из (2)—(4) при $\lambda = 5\alpha + 3$ и бюджете массы льда

$$F = t^{-\frac{5(\alpha+1)}{5\alpha+3}} \eta^{\frac{5\alpha+1}{5\alpha+3}} f(\eta)$$

($f(\eta)$ — функция, зависящая от инварианта η) следует

$$u(r, t) = t^{-\frac{2}{5\alpha+3}}\left[\psi(\eta) + \eta^{-\frac{2}{5\alpha+3}}\right], \quad \eta = r^{5\alpha+3}/t,$$

$$r_0 = (\eta_0 t)^{\frac{1}{5\alpha+3}}, \quad r_1 = (\eta_1 t)^{\frac{1}{5\alpha+3}}, \quad \eta_0 > 0.$$

Функция $\psi(\eta)$ и константы η_0, η_1 при заданных f и α определяются из уравнения (3) с краевыми условиями

$$\eta_0|_{t=0} = \eta_1|_{t=0} = \psi|_{\eta=\eta_0} = \psi|_{\eta=\eta_1} = Q|_{\eta=\eta_0} = Q|_{\eta=\eta_1} = 0,$$

$$Q = \psi^{\alpha+2}\psi'|\psi'|^{\alpha-1}.$$

Данное решение интересно тем, что позволяет предсказать форму ледника, сползающего с горного склона при заданном бюджете массы льда.

Р е ш е н и е 4. *Модель ледника с неподвижной границей (плоско-линейное затекание).* Пусть в начальный момент свободная поверхность описывается уравнением

$$l|_{t=0} = \begin{cases} k(-x)^{\frac{\alpha+1}{2\alpha+1}}, & x \leqslant 0, \\ 0, & x > 0. \end{cases}$$

Причем при $x = 0$ $l = 0$, $Q = 0$. Решение ищем в виде $\langle X_3 + \lambda X_4 \rangle$ [8] при $\lambda = -2$, $z_0 = 0$, тогда

$$l(x, t) = (t_0 - t)^{-\frac{1}{2\alpha+1}} B(-x)^{\frac{\alpha+1}{2\alpha+1}}, \tag{5}$$

$$t_0 = (B/k)^{2\alpha+1}, \quad B = \left[\frac{(2\alpha+1)(3\alpha+2)}{\alpha+1}\right]^{\frac{\alpha(4\alpha+3)}{(3\alpha+2)^2}} \Big/ (3\alpha+2)^{\frac{\alpha+1}{3\alpha+2}}.$$

Р е ш е н и е 5. *Модель ледника с неподвижной границей (радиальное затекание).* Эта модель подобна предыдущей. Из (2)—(4) при $z_0 = 0$, $\eta^{1/\lambda} = r/t^{1/\lambda}$, $\lambda \to \infty$ находим точное решение для определения свободной поверхности ледника

$$l(r, t) = (t_0 - t)^{-\frac{1}{2\alpha+1}} r^{\frac{\alpha+1}{2\alpha+1}} \left[\frac{2\alpha+1}{(\alpha+1)(5\alpha+3)^{1/\alpha}}\right]^{\frac{\alpha}{2\alpha+1}}. \tag{6}$$

Полученные решения (5), (6) интересны тем, что позволяют предсказать существование такой формы ледника, при которой в течение некоторого времени край ледника будет неподвижным и начнет двигаться только после соответствующей перестройки профиля.

Р е ш е н и е 6. *Задача о леднике, находящемся в стационарном состоянии на ложе* $z_0 = (r\cos\varphi)^{\frac{\alpha-1}{2(\alpha+1)}}\left(\varphi = \operatorname{arcctg}\frac{x}{y},\ r = \sqrt{x^2+y^2}\right)$. Обратимся снова к табл. 2. Наиболее общим и нетривиальным среди инвариантных решений первого ранга является решение $\langle \lambda X_4 + X_5,\ X_3 \rangle$, зависящее от двух произвольных параметров α и λ. Его, как следует из табл. 2, можно искать в виде

$$u = y^{\frac{1+\alpha-\lambda}{1+2\alpha}} \varphi(\eta) = (r\sin\varphi)^{\frac{1+\alpha-\lambda}{1+2\alpha}} \psi(\eta), \tag{7}$$

$$\eta = \frac{x}{y} = \operatorname{ctg}\varphi, \quad r = \sqrt{x^2+y^2}.$$

Подставляя (7) в уравнение (1) для определения функции $\psi(\eta)$ при $\lambda = (3+5\alpha)/[2(\alpha+1)]$, получим аналог уравнения (3)

$$\left\{\psi^{\alpha+2}\left[(\psi'+f')^2 + \left(\frac{\alpha-1}{2(\alpha+1)}(\psi+f) - \eta(\psi'+f')\right)^2\right]^{\frac{\alpha-1}{2}} \times \right.$$
$$\left. \times\left[(\psi'+f') - \eta\left(\frac{\alpha-1}{2(\alpha+1)}(\psi+f) - \eta(\psi'+f')\right)\right]\right\}' = 0. \tag{8}$$

Здесь $\psi(\eta)$ и $f(\eta)$ — функции, зависящие только от инварианта η; $F = f(\eta)$ — бюджет массы льда. Функция $\psi(\eta)$ и константы η_0, η_1 при заданных ψ_0, $f(\eta)$ определяются из уравнения (8) с граничными условиями

$$\psi|_{\eta=\eta_1} = Q|_{\eta=\eta_0} = Q|_{\eta=\eta_1} = 0,$$

где

$$Q = \psi^{\alpha+2}\left[(\psi'+f')^2 + \left(\frac{\alpha-1}{2(\alpha+1)}(\psi+f) - \eta(\psi'+f')\right)^2\right]^{\frac{\alpha-1}{2}} \times$$
$$\times\left[\eta\left(\frac{\alpha-1}{2(\alpha+1)}(\psi+f) - \eta(\psi'+f')\right) - (\psi'+f')\right].$$

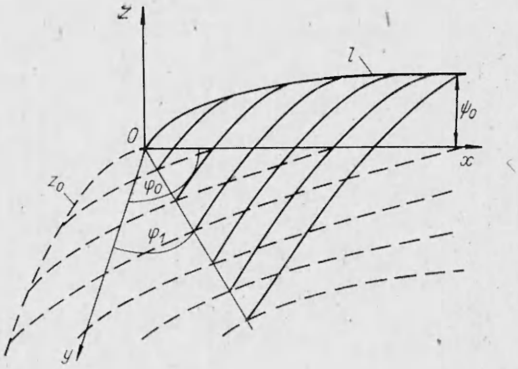
Решение поставленной задачи легко находится в замкнутой форме

$$l = r^{\frac{\alpha-1}{2(\alpha+1)}}\psi_0, \quad \psi_0 < 1,$$

$$f(\eta) = \eta^{\frac{\alpha-1}{2(\alpha+1)}},$$

$$\eta_0 = \operatorname{ctg}\varphi_0, \ \eta_1 = \operatorname{ctg}\varphi_1,$$

$$\varphi_0 \leqslant \frac{\pi}{2}, \quad \varphi_1 = \arccos\left[\psi_0^{\frac{2(\alpha+1)}{\alpha-1}}\right].$$



На рисунке сплошными линиями показана поверхность ледника, штриховыми — ложе ледника.

Представляет интерес нахождение решения для существенно двумерных задач со сложным ложем. Была сделана попытка построения его на ложе $z_0 = x^2/y^4 + \mathrm{const}/y^2$. Однако подобные задачи не являются тривиальными, при решении их встречаются определенные трудности. Поэтому существенно двумерные задачи со сложным ложем заслуживают особого внимания.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Григорян С. С., Шумский П. А.** Простейшая математическая модель трехмерного нестационарного ледника.— В сб.: Научные труды Ин-та механики МГУ. М.: Изд-во МГУ, 1975, № 42.
2. **Григорян С. С., Красс М. С., Шумский П. А.** Математические модели основных типов ледников.— В сб.: Механика ледников. М.: Изд-во МГУ, 1977.
3. **Шумский П. А.** Динамическая гляциология.— Итоги науки и техники. Сер. География. Гидрология суши. Гляциология. М.: ВИНИТИ, 1969.
4. **Красс М. С.** Математические модели и численное моделирование в гляциологии.— М.: Изд-во МГУ, 1981.
5. **Вербицкий М. Я.** Численное моделирование эволюции покровного оледенения.— ДАН СССР, 1981, т. 256, № 6.
6. **Саламатин А. Н.** Анализ простейших математических моделей куполовидных ледников.— В кн.: Исследования по прикладной математике. Казань: Казан. ун-т, 1979, вып. 7.
7. **Овсянников Л. В.** Групповой анализ дифференциальных уравнений.— М.: Наука, 1978.
8. **Чугунов В. А.** О групповых свойствах уравнения, описывающего течение ледников.— Изв. вузов. Математика, 1982, № 10.
9. **Kamin S.** Continuous groups of transformations of differential equations: applications to free boundary problems.— In: Free Boundary Probl.: Proc. Semin., Pavia, 1979. Roma, 1980, v. 2.

Поступила 5/VII 1985 г.

УДК 533.6.011.8

МАКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭВОЛЮЦИИ ЖИДКИХ КАПЕЛЬ В СОБСТВЕННОМ ПАРЕ

А. Л. Иткин

(*Москва*)

При изучении многих процессов в метеорологии, физической химии, газовой динамике возникает необходимость определить скорость конденсационного роста или испарения жидких капель. В настоящее время экспериментальное изучение такой величины затруднено, особенно для малых капель, состоящих из нескольких тысяч молекул. Существующие теоретические методы [1—3] позволяют вычислить скорость роста сферических капель при некоторых специальных ограничениях, накладываемых на характер изучаемого процесса. К сожалению, ни в одной из указанных работ авторы не анализируют влияние сделанных ими предположений на окончательный результат.

В настоящей работе решена задача об определении скорости роста сферических капель, находящихся в среде собственного пара. Особое внимание уделено выяснению