

$$D_1(\theta) = \frac{1}{\gamma+1} 2M_0^2 a_0^2 \rho_0(0) \exp\left(-\frac{2bR_0}{H} \cos\theta\right),$$

$$D_2(\theta) = \frac{1}{\gamma+1} 2M_0^2 a_0^2 \rho_0(0) \exp\left(-\frac{R_0}{H} \cos\theta\right).$$

При $R \rightarrow \infty$ $p \rightarrow 0$ ($t \rightarrow t_\infty(\theta)$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Компанец А. С. Точечный взрыв в неоднородной атмосфере // ДАН СССР.— 1960.— Т. 130, вып. 5.
2. Андрианкин Э. П., Коган А. М. и др. Распространение сильного взрыва в неоднородной атмосфере // ПМТФ.— 1962.— № 6.
3. Hayes W. D. Self-similar strong shocks in an exponential medium // J. Fluid Mech.— 1968.— V. 32, pt 2. Рус. пер. Автомодельные сильные ударные волны в экспоненциальной среде // Сб. пер. Механика.— М., 1968.— № 6 (112).
4. Hayes W. D. The propagation upward of the shock wave from a strong explosion in the atmosphere // J. Fluid Mech.— 1968.— V. 32, pt. 2. Рус. пер. Распространение вверх ударной волны от сильного взрыва в атмосфере // Сб. пер. Механика.— М., 1968.— № 6 (112).
5. Laumbach D. D., Probst R. F. A point explosion in a cold exponential atmosphere // J. Fluid Mech.— 1969.— V. 35, pt 1. Рус. пер. Точечный взрыв в холодной экспоненциальной атмосфере // Сб. пер. Механика.— М., 1969.— № 3 (115).
6. Броуд Г. Расчеты взрывов на ЭВМ.— М.: Мир, 1976.
7. Райзер Ю. П. Распространение ударной волны в неоднородной атмосфере в сторону уменьшения плотности // ПМТФ.— 1964.— № 4.
8. Grover R., Hardy J. W. The propagation of shocks in exponentially decreasing atmospheres // Astrophys. J.— 1966.— V. 143.— P. 48.
9. Whitham G. B. A new approach to problems of shock dynamics // J. Fluid Mech.— 1957.— V. 2.— P. 146.
10. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны.— М.: Мир, 1977.
11. Whitham G. B. On the propagation of shock waves through regions of nonuniform area of flow // J. Fluid Mech.— 1958.— V. 4.— P. 337.

Поступила 22/XII 1986 г.

УДК 532.529

СТРУКТУРА УДАРНЫХ ВОЛН В ДВУХФАЗНЫХ СМЕСЯХ ГАЗА С КАПЛЯМИ ЖИДКОСТИ

Т. Р. Аманбаев, А. И. Ивандаев

(Чимкент, Тюмень)

При распространении ударной волны (УВ) в газозвеси (смеси газа с большим количеством мелких частиц или капель) сильные скоростная и температурная неравномерности фаз приводят к формированию релаксационной зоны волны, где происходит обмен массой, импульсом и энергией между газовой и дисперсной фазами, который постепенно выравнивает скорости и температуры фаз. Релаксационная зона УВ в газозвесах твердых инертных частиц рассчитывалась в [1]. Отмечалось, что основное влияние на зону релаксации обычно оказывает процесс межфазного трения, а процесс теплообмена влияет на нее в значительно меньшей степени. Влияние фазовых превращений (при отсутствии дробления капель) на структуру УВ в газок капельных смесях изучалось в [2].

В данной работе исследована структура УВ в парогазок капельных смесях при наличии процессов дробления (по механизму обдирки поверхностного слоя) капель и взаимопревращений фаз. Предложена математическая модель, описывающая течение газок капельной смеси с учетом влияния сорванных (с поверхности крупных капель) мелких капель.

1. Основные допущения и уравнения. Для математического описания течений газок капельных смесей используем основное допущение механики гетерогенных сред: расстояния, на которых параметры течения меняются существенно, много больше характерного размера капель. Дополнительно будем полагать, что капли несжимаемые и не сталкиваются; эффекты вязкости и теплопроводности существенны лишь в процессах взаимодействия фаз; дробление крупных капель имеет место при определенных условиях и происходит по механизму обдирки, при этом с поверхности круп-

ных капель срываются мелкие капли, размеры которых гораздо меньше размера исходных капель; часть сорванных мелких капель, попадающих в горячий газовый поток, испаряется (процесс их испарения происходит равновесно); если условия дробления не наступают, то крупные капли (по мере прогрева их поверхностного слоя) также начинают испаряться.

Смесь газа с мелкими каплями и их паром рассмотрим как некую однотемпературную и односкоростную сплошную среду со своими особыми теплофизическими свойствами. Такую среду далее назовем эффективным газом. Его параметры отметим индексом 1 внизу, параметры крупных капель — индексом 2. Параметры газообразных компонентов эффективного газа — собственно газа («пассивного» компонента, не претерпевающего фазовых переходов) и пара («активного» компонента, появляющегося при испарении капель жидкости) — отмечены индексами $1g$ и $1v$ соответственно, а параметры жидкого компонента эффективного газа (мелких капель) — индексом 12.

Пусть α_{11} — объемное содержание газообразной фазы, α_{12} , α_2 — объемное содержание мелких и крупных капель жидкости в смеси. Имеем $\alpha_{11} = \alpha_{1g} = \alpha_{1v}$, $\alpha_1 = \alpha_{11} + \alpha_{12}$, $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$, $\alpha_2 = n\pi d^3/6$, где α_{1g} и α_{1v} — объемное содержание пара и газа; α_1 — объемное содержание эффективного газа; n , d — число крупных капель в единице смеси и их диаметр. Истинные (отмечены знаком 0 вверху) и приведенные (размазанные по объему всей смеси) плотности различных составляющих рассматриваемой газочапельной среды связаны соотношениями

$$(1.1) \quad \rho_{1g} = \alpha_{11}\rho_{1g}^0, \rho_{1v} = \alpha_{11}\rho_{1v}^0, \rho_{12} = \alpha_{12}\rho_{12}^0, \rho_2 = \alpha_2\rho_2^0, \\ \rho_{11} = \rho_{1g} + \rho_{1v} = \alpha_{11}\rho_{11}^0, \rho_{11} + \rho_{12} = \rho_1.$$

Уравнения сохранения масс газа, пара, мелких и крупных капель, а также уравнение сохранения числа крупных капель для одномерного стационарного движения с плоской симметрией могут быть записаны в виде

$$(1.2) \quad \frac{d\rho_{1g}v_1}{dx} = 0, \frac{d\rho_{1v}v_1}{dx} = j_{12}^v + nj_2^v, \frac{d\rho_{12}v_1}{dx} = nj_2^s - nj_2^v, \\ \frac{d\rho_2v_2}{dx} = -nj_2^s - nj_2^v, \frac{dnv_2}{dx} = 0.$$

Здесь v_1 , v_2 — скорости эффективного газа и крупных капель; j_2 — интенсивность уноса массы с поверхности отдельной крупной капли (верхними индексами v и s отмечены интенсивности испарения и обдирки соответственно); j_{12}^v — интенсивность испарения мелких капель. Складывая первые три уравнения (1.2), с учетом (1.1) получим уравнение сохранения массы термодинамически равновесной парогазочапельной смеси, названной выше эффективным газом:

$$(1.3) \quad \frac{d\rho_1v_1}{dx} = nj_2^s + nj_2^v.$$

Из (1.3) и (1.2) следует интеграл массы

$$(1.4) \quad \rho_1v_1 + \rho_2v_2 = \text{const.}$$

Уравнения сохранения импульсов для смеси газа, пара и мелких капель (движущихся с одной и той же скоростью v_1) и крупных капель (движущихся со скоростью v_2) запишем как

$$(1.5) \quad \rho_1v_1 \frac{dv_1}{dx} = -\frac{dp}{dx} - nf_{12} - nj_2^s(v_2^s - v_1) + nj_2^v(v_2^v - v_2), \\ \rho_2v_2 \frac{dv_2}{dx} = nf_{12} - nj_2^s(v_2^s - v_2) - nj_2^v(v_2^v - v_2),$$

где p — давление; f_{12} — сила, действующая со стороны эффективного газа на одну крупную каплю; v_2^s и v_2^v — характерные скорости обдираемой

и испаряющейся жидкостей на поверхности крупных капель. Далее будем полагать $v_2^s = v_2^v = v_2$, поэтому уравнения (1.5) имеют более простой вид

$$(1.6) \quad \rho_1 v_1 \frac{dv_1}{dx} = -\frac{dp}{dx} - n f_{12} + (n j_2^s + n j_2^v)(v_2 - v_1), \quad \rho_2 v_2 \frac{dv_2}{dx} = n f_{12}.$$

Сложение уравнений импульсов (1.5) или (1.6) с (1.3) и (1.2) дает интеграл импульса смеси

$$(1.7) \quad \rho_1 v_1^2 + \rho_2 v_2^2 + p = \text{const.}$$

Уравнения притока тепла для крупных капель и уравнение сохранения полной энергии всей смеси в целом могут быть записаны в форме

$$(1.8) \quad \rho_2 v_2 \frac{de_2}{dx} = -n q_{2\Sigma} - n j_2^v (i_{2s} - i_2),$$

$$\frac{d}{dx} \{ \rho_1 v_1 (e_1 + v_1^2/2) + \rho_2 v_2 (e_2 + v_2^2/2) + (\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2) p \} = 0.$$

Здесь e_1, e_2 — внутренняя энергия эффективного газа и крупных капель; i_2 — энтальпия крупных капель (дополнительный индекс s внизу относится к состоянию насыщения); $q_{2\Sigma}$ — интенсивность притока тепла к поверхности крупной капли изнутри. Из второго уравнения (1.8) следует интеграл энергии

$$(1.9) \quad \rho_1 v_1 (e_1 + v_1^2/2) + \rho_2 v_2 (e_2 + v_2^2/2) + (\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2) p = \text{const.}$$

Зададим уравнения состояния составляющих смеси. Компоненты газообразной фазы будем считать калорически совершенными газами, а конденсированную фазу рассматривать как несжимаемую среду с постоянной теплоемкостью

$$(1.10) \quad p = (x_{1g} R_g + x_{1v} R_v) \rho_1^0 T_1, \quad e_1 = c_{v1} T_1$$

$$(c_{v1} = x_{1g} c_{vg} + x_{1v} c_{vv} + x_{12} c_2, \quad x_{1g} = \rho_{1g}/\rho_1, \quad x_{1v} = \rho_{1v}/\rho_1, \quad x_{12} = \rho_{12}/\rho_1);$$

$$(1.11) \quad \rho_2^0 = \text{const}, \quad e_2 = c_2 T_2 \quad (R_g, R_v, c_{vg}, c_{vv}, c_2 = \text{const}),$$

где T_1, T_2 — температуры эффективного газа и крупных капель; R_g, R_v, c_{vg}, c_{vv} — газовые постоянные и удельные теплоемкости при постоянном объеме; c_2 — удельная теплоемкость конденсированной фазы; x_{1g}, x_{1v}, x_{12} — массовые доли газообразных компонентов и мелких капель в эффективном газе.

2. Конкретизация законов межфазного взаимодействия при наличии дробления капель. Обзор [3] экспериментальных и теоретических работ показывает, что дробление капель при значительных скоростях относительного обтекания осуществляется в режиме обдирки их поверхностного слоя. Выражение для интенсивности уноса массы (под действием газового потока) с поверхности капли по механизму обдирки, удовлетворительно описывающее экспериментальные данные, получено в [4, 5]:

$$(2.1) \quad j_{2*}^s = k (\rho_1^0)^{1/6} (d/2)^{3/2} |v_1 - v_2|^{1/2}$$

(k — постоянный коэффициент). Для часто встречающихся на практике смесей воздуха или пара с каплями воды $k \cong 1,3-2 \text{ кг}^{5/6}/(\text{м}^{3/2} \cdot \text{с}^{1/2})$.

Анализ экспериментальных данных позволяет сделать вывод, что основным критерием, характеризующим условие реализации механизма обдирки является число Вебера $We_{12} = \rho_1^0 d |v_1 - v_2|^2 / \sigma$, где σ — коэффициент поверхностного натяжения капли. При этом капля в потоке газа начинает обдираться только тогда, когда We_{12} достигает некоторого критического значения We_c [3, 6]. Далее интенсивность обдирки будем задавать с учетом этого обстоятельства:

$$(2.2) \quad j_2^s = \begin{cases} 0, & We_{12} < We_c, \\ j_{2*}^s, & We_{12} \geq We_c \end{cases}$$

(j_{2*}^s определена, например, в соответствии с (2.1)). Имеется ряд рекомендаций по определению условий возникновения режима обдирки поверхностного слоя [3]. Отметим рекомендацию [7]

$$(2.3) \quad We_c = 0,5 Re_{12}^{0,5}, \quad Re_{12} = \rho_1^0 d |v_1 - v_2| / \mu_{11},$$

где Re_{12} — число Рейнольдса относительного обтекания капли; μ_{11} — коэффициент динамической вязкости газа.

При определении интенсивности фазовых превращений между мелкими каплями и паром будем считать, что они происходят на линии насыщения $T_1 = T_s$

$$(2.4) \quad j_{12}^v = \begin{cases} 0, & \rho_{12} = 0, \\ 0, & T_1 < T_s, \\ j_{12*}^v, & \rho_{12} \neq 0; \end{cases}$$

$$(2.5) \quad j_{12*}^v = j_{12*}^v(\partial e_1 / \partial x_{12}, \partial e_1 / \partial x_{1g}, dp/dx, dT_s/dp, x_{12}, x_{1g}, n f_{12}, n q_{1\Sigma}, n j_2^s, n j_2^v, \alpha_1, p, \rho_{11}^0, v_1, v_2, i_1, i_2, i_{1vs}).$$

Здесь T_s — температура насыщения; $q_{1\Sigma}$ — интенсивность притока тепла к поверхности крупной капли со стороны несущей фазы; i_{1vs} — энтальпия пара при температуре насыщения. Ввиду громоздкости выражение для j_{12}^v не приводится. При известных $f_{12}, q_{1\Sigma}, j_2^s, j_2^v$ и зависимости $T_s(p)$ (2.5) может служить для определения j_{12}^v через dp/dx . В частном случае отсутствия крупных капель, когда $j_2^s, j_2^v, f_{12}, q_{1\Sigma} \equiv 0$ и имеется только равновесная смесь пара с мелкими каплями, получим

$$j_{12*}^v = - \left[\frac{\partial e_1}{\partial x_{12}} \right]^{-1} \left\{ A \frac{dp}{dx} \right\}, \quad A = \frac{\alpha_{1v} p}{\rho_{1v}^0 v_1} - \rho_{1v} v_1 \left(c_{Vv} \frac{dT_s}{dp} \right).$$

При задании интенсивности фазовых превращений на поверхности крупной капли предполагается, что при наличии обдирки они отсутствуют:

$$(2.6) \quad j_2^v = \begin{cases} j_{2*}^v, & j_2^s = 0, \\ 0, & j_2^s \neq 0. \end{cases}$$

Интенсивность фазовых превращений j_{2*}^v определяется из соотношения баланса тепла на поверхности капли [3, 8]

$$(2.7) \quad j_{2*}^v = (q_{1\Sigma} + q_{2\Sigma}) / l$$

(l — теплота парообразования).

Эксперименты показывают [3, 5], что вторичные микрокапли, сорванные с поверхности крупных капель, достаточно мелкие и обтекают крупную каплю, следуя линиям тока газа. Поэтому непосредственным столкновением между вторичными микрокаплями и исходными крупными каплями можно пренебречь.

Сила, действующая на крупную каплю со стороны несущей фазы, и интенсивности притока тепла к ее поверхности задавались в виде

$$(2.8) \quad f_{12} = (\pi d^2 / 8) \rho_1^0 C_d |v_1 - v_2| (v_1 - v_2), \\ q_{1\Sigma}^* = \pi d \lambda_{11} Nu_1 (T_1 - T_\Sigma), \quad q_{2\Sigma}^* = \pi d \lambda_2 Nu_2 (T_2 - T_\Sigma).$$

Здесь C_d — коэффициент сопротивления капли; λ_{11}, λ_2 — коэффициенты теплопроводности парогазовой смеси и капли; Nu_1, Nu_2 — внешнее и внутреннее числа Нуссельта; T_Σ — температура поверхности раздела фаз (обычно $T_\Sigma = T_s$ [3, 8]).

При наличии деформации и дробления капель для C_d можно использовать соотношение [3, 6]

$$(2.9) \quad C_d = \begin{cases} 27\text{Re}_{12}^{-0,84}, & 0 < \text{Re}_{12} < 80, \\ 0,27\text{Re}_{12}^{0,217}, & 80 \leq \text{Re}_{12} < 10^4, \\ 2, & 10^4 \leq \text{Re}_{12}. \end{cases}$$

Внешнее число Нуссельта находили по обычной формуле Ранца — Маршалла

$$(2.10) \quad \text{Nu}_1 = 2 + 0,6\text{Re}_{12}^{0,5}\text{Pr}_1^{0,33}, \quad \text{Pr}_1 = c_{p11}\mu_{11}/\lambda_{11},$$

где Pr_1 — число Прандтля; c_{p11} — удельная теплоемкость газовой фазы при постоянном давлении. При определении внутреннего числа Нуссельта капли учитывался нестационарный эффект увеличения характерной толщины температурного пограничного слоя внутри капли:

$$(2.11) \quad \text{Nu}_2 = \begin{cases} d/\Delta d, & \Delta d \leq 0,1d, \\ 10, & \Delta d > 0,1d \quad (\Delta d = \sqrt{v_2^{(T)}t}). \end{cases}$$

Здесь $v_2^{(T)}$ — коэффициент температуропроводности капли; t — время, отсчитываемое с момента попадания капли за фронт УВ.

Оценки показывают, что скорость уменьшения диаметра капли за счет обдирки намного больше скорости распространения температурной волны внутри капли. Поэтому при наличии дробления температура капли остается практически постоянной, так как температурная волна не успевает проникнуть за пределы слоя обдираемой жидкости. При задании интенсивности теплообмена $q_{1\Sigma}$ и $q_{2\Sigma}$ это обстоятельство можно учесть, полагая

$$(2.12) \quad q_{1\Sigma} = \begin{cases} q_{1\Sigma}^*, & j_2^s = 0, \\ 0, & j_2^s \neq 0, \end{cases} \quad q_{2\Sigma} = \begin{cases} q_{2\Sigma}^*, & j_2^s = 0, \\ 0, & j_2^s \neq 0, \end{cases}$$

где $q_{1\Sigma}$ и $q_{2\Sigma}$ определены, например, в соответствии с (2.8).

3. Постановка задачи. Пусть в бесконечном пространстве, заполненном газокapельной смесью, распространяется со скоростью v_{10} УВ п $v_{10} > a_0^f$, a_0^e (a_0^f и a_0^e — замороженная и равновесная скорости звука в смеси перед волной [9, 10]). Тогда УВ имеет впереди себя скачок в газе, на котором параметры газа удовлетворяют соотношениям Ренкина — Гюгонио (влиянием капель на параметры газа непосредственно за скачком можно пренебречь [2]), а параметры капель практически не меняются. Таким образом, на скачке имеем следующие граничные условия

$$(3.1) \quad \frac{\rho_{1f}}{\rho_{10}} = \frac{(\gamma_{10} + 1)M}{2 + (\gamma_{10} - 1)M}, \quad \frac{v_{1f}}{a_0^f} = \frac{2}{\gamma_{10} + 1} \left(\frac{\gamma_{10} - 1}{2} M + \frac{1}{M} \right),$$

$$\frac{p_f}{p_0} = \frac{\gamma_{10} - 1}{\gamma_{10} + 1} \left(\frac{2\gamma_{10}M^2}{\gamma_{10} - 1} - 1 \right); \quad \rho_{2f} = \rho_{20}; \quad v_{2f} = v_{20}; \quad T_{2f} = T_{20}; \quad M = \frac{v_{10}}{a_0^f}.$$

Здесь дополнительные нижние индексы 0 и f относятся к параметрам перед и за скачком; параметры ρ_{1f} , ρ_{2f} , v_{1f} , v_{2f} , p_f и T_{2f} определяют граничные условия в точке $x = x_f$, соответствующей положению скачка уплотнения, и позволяют рассчитать структуру зоны релаксации в области $x > x_f$.

Теперь пусть $a_0^e < v_{10} < a_0^f$. Тогда УВ не имеет впереди себя скачка, т. е. параметры смеси в волне уплотнения меняются непрерывно от равновесного состояния перед волной до равновесного состояния за волной [9]. В этом случае для постановки граничных условий можно использовать линейное решение уравнений (1.2)—(1.11) в окрестности начального состояния перед волной. Таким образом, имеем граничные условия для

расчета структуры полностью размытой волны уплотнения:

$$(3.2) \quad x = x_f; \quad \rho_{1f} = \rho_{10} + \rho'_1, \quad v_{1f} = v_{10} + v'_1, \quad p_f = p_0 + p', \\ \rho_{2f} = \rho_{20} + \rho'_2, \quad v_{2f} = v_{20} + v'_2, \quad T_{2f} = T_{20} + T'_2,$$

где $\rho'_1, v'_1, p', \rho'_2, v'_2, T'_2$ — малые возмущения параметров смеси, которые определяются из решения линеаризованной системы уравнений движения. Отметим, что при линеаризации (1.2)–(1.11) дроблением капель можно пренебречь, так как возмущения параметров могут быть сколь угодно малы, чтобы условия дробления не наступали.

4. Оценки характерных времен релаксации и анализ условий подобия. Выполним оценку характерных времен релаксации скорости и температуры капли постоянного размера. Известно, что при больших числах Рейнольдса ($Re_{12} \gg 1$), когда реализуются условия ньютонова относительно обтекания капель ($C_d \cong 0,44, Nu_1 = 0,6 Re_{12}^{1/2} Pr_1^{1/3}$), характерные времена релаксации скорости τ_v^N и температуры τ_T^N капли имеют вид

$$(4.1) \quad \tau_v^N \cong \frac{2,6 \rho_2^0 d_0}{\rho_{10}^0 v_{10}}, \quad \tau_T^N \cong \frac{\rho_2^0 d_0^2 c_2}{5,1 \lambda_{10} (Re_{0s} M)^{0,5} Pr_{10}^{0,33}} \\ (Re_{0s} = \rho_{10}^0 d_0 a_0^j / \mu_{10}, \quad Pr_{10} = c_{p10} \mu_{10} / \lambda_{10}).$$

Оценки показывают, что $\tau_T^N / \tau_v^N \gg 1$, т. е. при $Re_{12} \gg 1$ характерное время выравнивания температур газа и капли значительно превышает характерное время выравнивания их скоростей.

При наличии обдирки поверхностного слоя капли имеет смысл ввести характерное время τ_m изменения массы капли. Можно показать, что характерное время, за которое масса капли из-за обдирки уменьшится в $e \cong 2,71$ раз,

$$(4.2) \quad \tau_m \cong \rho_2^0 d_0^{3/2} / k (\rho_{10}^0)^{1/6} v_{10}^{1/2}.$$

Из выражений (4.1) и (4.2) вытекает, что в исследуемых диапазонах изменения определяющих параметров $10^2 \leq Re_{0s} < 10^5, 0,7 > M < 3$ между характерными временами τ_v^N и τ_m выполняются условия

$$(4.3) \quad \frac{\tau_v^N}{\tau_m} \begin{cases} \gg 1, & 10^2 \leq Re_{0s} \leq 10^3, \\ \sim 1, & 10^3 < Re_{0s} < 10^5. \end{cases}$$

При этом заметим, что выражение для τ_v^N (4.1) получено без учета эффекта уменьшения диаметра капли из-за обдирки. Поэтому проведенное сравнение τ_v^N и τ_m (4.3) в основном имеет методический характер.

Для анализа условий подобия структур УВ рассмотрим три случая.

А. Дробление капель и фазовые переходы отсутствуют, т. е. $j_2^s, j_2^v = 0$. При этом основными критериями подобия течений будут три безразмерных параметра:

$$(4.4) \quad \gamma_{10} = c_{p10} / c_{v10}, \quad M = v_{10} / a_0^j, \quad m = \rho_{20} / \rho_{10}$$

(m — относительное массовое содержание капель перед волной).

Б. Дробление капель отсутствует ($j_2^s = 0$), но фазовые превращения на поверхности раздела имеют место ($j_2^v \neq 0$): в число параметров подобия (4.4) войдет безразмерная теплота парообразования $L = l / (a_0^j)^2$.

В. Дробление капель имеет место ($j_2^s \neq 0$). Тогда подобие структур УВ в основном обеспечивается шестью критериями: $\gamma_{10}, M, m, K, We_{0s}, We_c$ ($K = k / (\rho_{10}^0)^{1/2} \mu_{10}^{1/3}, We_{0s} = \rho_{10}^0 d_0 (a_0^j)^2 / \sigma$).

5. Некоторые результаты расчетов. Исследовалась структура волн уплотнения в смеси капель воды с воздухом. Рассматривались ситуации, когда перед волной смесь находится в термодинамическом равновесии ($v_{10} = v_{20}, T_{10} = T_{20}$) при давлении 0,1 МПа. Приведенные в п. 1 уравне-

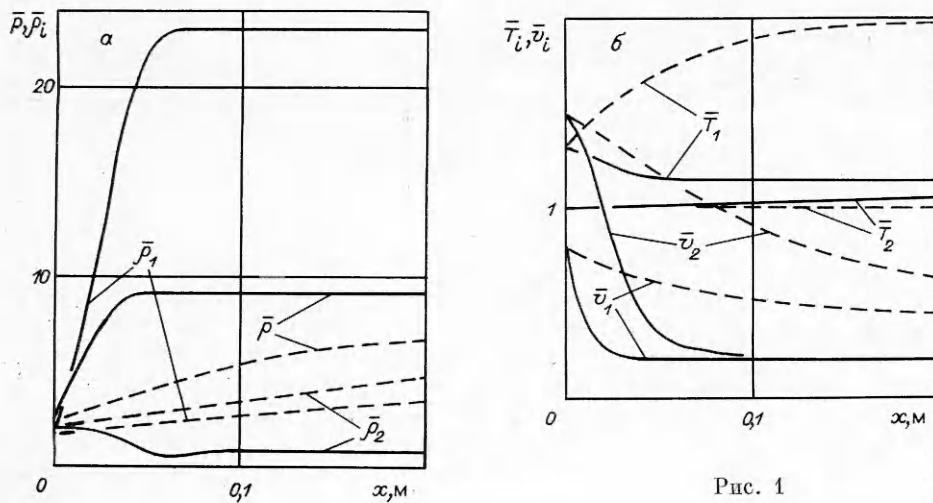


Рис. 1

ния движения парогзакпельной смеси с замыкающими соотношениями (2.1)—(2.12) и граничными условиями (3.1), (3.2) численно интегрировались модифицированным методом Эйлера. Точность вычислений контролировалась по выполнению первых интегралов массы, импульса и энергии (1.4), (1.7) и (1.9).

Изучалось влияние процесса дробления капель, а также определяющих параметров (интенсивности волны, массового содержания и диаметра капель) и различных факторов на характер течения смеси в зоне релаксации волны. Расчеты проводились для волн с числами Маха от 0,7 до 3. Относительное массовое содержание капель $m = \rho_{20}/\rho_{10}$ и диаметр капель d_0 варьировались соответственно от 0,2 до 5 и от 60 до 600 мкм. Некоторые результаты расчетов представлены на рис. 1—3. Рис. 1 иллюстрирует влияние дробления капель на структуру сильной (с передним скачком) УВ при $M = 1,5$, $m = 2$, $d_0 = 200$ мкм, сплошные линии отвечают наличию дробления, штриховые — его отсутствию. Видно, что дробление приводит к значительному сокращению длины релаксационной зоны УВ. При наличии дробления капель их приведенная плотность $\bar{\rho}_2 = \rho_2/\rho_{10}$ (рис. 1, а) в релаксационной зоне волны ведет себя немонотонно: сначала уменьшается, затем увеличивается, в то время как при отсутствии дробления она в УВ всегда монотонно растет. Это связано с тем, что на приведенную плотность крупных капель влияют два существенных фактора: обдирка поверхностного слоя капель и их торможение. Обдирка способствует уменьшению $\bar{\rho}_2$, а торможение, приводящее к росту концентрации крупных капель, — увеличению $\bar{\rho}_2$. Поэтому в зависимости

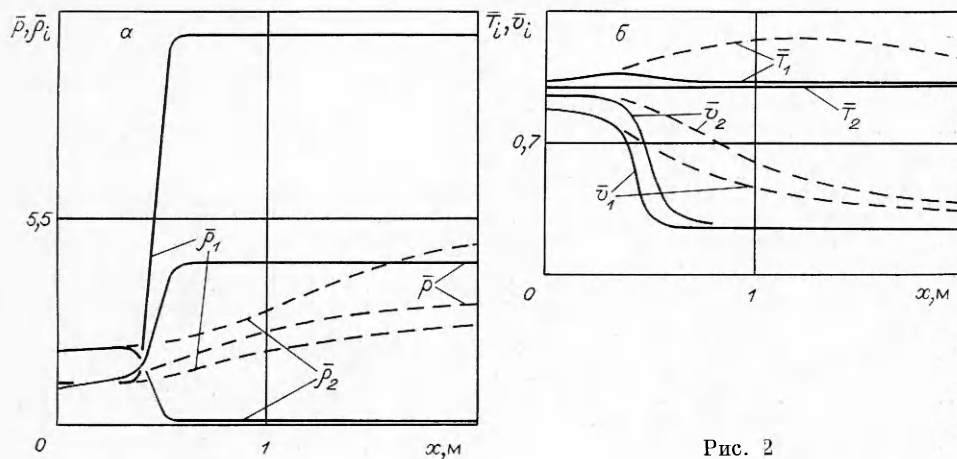


Рис. 2

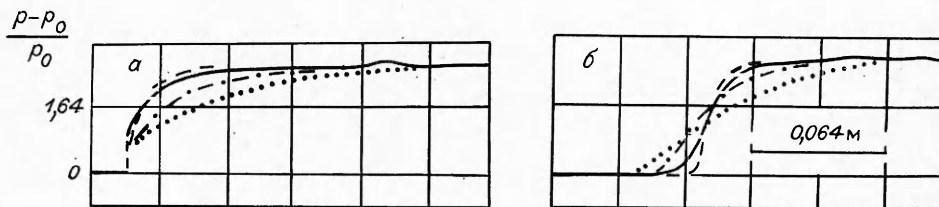


Рис. 3

от того, какой из этих факторов преобладает, приведенная плотность крупных капель в зоне релаксации волны уплотнения может не только увеличиваться, но и уменьшаться. Отметим, что из-за потери тепла газом на нагрев сорванных мелких капель температура газа $\bar{T}_1 = T_1/T_{10}$ существенно уменьшалась (рис. 1, б) и мелкие капли не успевали испаряться. В связи с этим в составе эффективного газа имелись мелкие капли, что приводило к значительному увеличению его приведенной плотности $\bar{\rho}_1 = \rho_1/\rho_{10}$.

На рис. 2 показано влияние дробления капель на структуру слабой (размытой, т. е. без переднего скачка) УВ при $M = 0,95$, $m = 2$ и $d_0 = 200$ мкм (обозначения те же, что и на рис. 1). Как видно, приведенная плотность крупных капель за слабой волной существенно меньше, чем за сильной, т. е. суммарный эффект обдирки в слабой волне может оказаться значительно более ярко выраженным, чем в сильной.

Экспериментальные исследования влияния дробления капель на структуру УВ к настоящему времени отсутствуют. В связи с этим интересно сопоставить хотя бы расчетные и экспериментальные структуры волн в газозвзвях твердых инертных частиц. На рис. 3 сопоставлены типичные экспериментальные осциллограммы давления, полученные в [11] (сплошные линии), с расчетными. Экспериментальная осциллограмма на рис. 3, а при $m = 1,0$ соответствует УВ с передним скачком ($M = 1,16$). Осциллограмма на рис. 3, б при $m = 1,7$ отвечает полностью размытой волне при $M = 0,99$. Диаметр частиц в смеси, использованной в опытах, составлял от 3 до 9 мкм.

Расчеты проводились для монодисперсных смесей соответствующих массовых содержаний при различных диаметрах частиц: 3 (штриховые линии), 6 (штрихпунктирные) и 9 (пунктирные) мкм. Видно, что имеет место хорошее согласие теоретических и экспериментальных структур, причем наилучшее совпадение с экспериментом наблюдается для расчетов с диаметром частиц 3 мкм. Так как данные о функции распределения частиц по размерам в [11] отсутствуют, то из указанного обстоятельства можно сделать вывод о преобладающем массовом содержании частиц с диаметром 3 мкм в использованных взвешках.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rudinger G. Some properties of shock relaxation zone in gas flows carrying small particles // Phys. Fluids.— 1964.— V. 7, N 5.
2. Нигматулин Р. И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1967.— № 5.
3. Ивандяев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И. Газовая динамика многофазных сред // Итоги науки и техники. Сер. МЖГ.— М.: ВИНТИ, 1981.— Т. 16.
4. Engel O. Fragmentation of waterdrops in the zone behind of air shock // J. Res. Nat. Bureau Stand.— 1958.— V 60, N 5.
5. Ranger A., Nicholls J. Aerodynamic shattering of liquid drop // AIAA J.— 1969.— V. 7, N 2. Рус. пер. Рейнджер, Николлс. Аэродинамическое дробление капель // РТЖ.— 1969.— Т. 7, № 2.
6. Гонор А. Л., Ривкинд В. Я. Динамика капли // Итоги науки и техники. Сер. МЖГ.— М.: ВИНТИ, 1982.— Т. 17.
7. Dickerson R., Coultas T. Breakup of droplets in an accelerating gas flow.— N. Y., 1966.— (Paper/AIAA; N 611).
8. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.

9. Нигматулин Р. И. К вопросу о волнах уплотнения в двухфазных средах // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика.— 1969.— № 4.
10. Ивандаев А. И. Распространение малых возмущений в смеси пара с каплями воды // Акуст. журн.— 1978.— Т. 24, № 1.
11. Oota E., Tajima K., Morii H. Experiments and analysis on shock waves propagating through a gas-particle mixture // Bull. JSME.— 1976.— V. 19, N 130.

Поступила 26/1 1987 г.

УДК 620.171.5

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКИХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

С. И. Герасимов, В. А. Жилкин

(Новосибирск)

При решении упругопластических задач принимаемая идеализация свойств деформируемой среды и в особенности граничных условий зачастую не позволяет уверенно считать результаты, полученные согласно теоретическим решениям механики пластического формоизменения тел (если они имеются), соответствующими реальному процессу.

В связи с этим важная роль принадлежит экспериментальным исследованиям, в процессе проведения которых удается реализовать натурные граничные условия и получить информацию о полях перемещений изучаемых участков поверхности реальных изделий. К таким методам, в частности, относится метод голографической интерферометрии (МГИ), с помощью которого в настоящее время успешно решаются задачи неразрушающего контроля, теории упругости, виброметрии и некоторые задачи теории пластичности [1—7].

В данной работе описаны известные применения МГИ при решении задач упругопластического деформирования балок и пластин и приводятся некоторые новые результаты, иллюстрирующие возможности этого оптического метода и те трудности, с которыми приходится сталкиваться экспериментатору при получении количественной информации о процессе деформирования изделия. Везде в дальнейшем будем использовать общепринятые в теории упругости обозначения проекций U , V и W вектора перемещения Δr на координатные декартовы оси x , y и z соответственно; ось z совпадает по направлению с внешней нормалью к поверхности изделия.

1. Методы голографической интерферометрии в экспериментальной механике. Методом голографической интерферометрии удается сравнительно легко и с высокой степенью точности определять перемещения W точек диффузной поверхности изделий. В классических схемах записи голограмм регистрирующая среда и объект исследования разнесены в пространстве на значительное расстояние друг от друга, что в связи с высокой чувствительностью метода к их взаимным смещениям обуславливает необходимость применения специализированных виброизолированных стендов (типа СИН, УИГ, ВИС и т. д.) и предъявляет жесткие требования к уровню перемещений изделия как абсолютно твердого тела, которые в данном случае являются «шумовыми», затрудняющими анализ деформированного состояния изучаемого участка поверхности тела. Это в свою очередь не позволяет использовать стандартное оборудование для нагружения изделий и вынуждает экспериментаторов либо изготавливать специальные нагрузочные приспособления, либо исследовать только те задачи, в которых заведомо перемещения испытываемого тела как жесткого целого невелики.

Поэтому большинство первых работ посвящено изучению деформированного состояния изгибаемых консольных балок и пластин с жестко-закрепленным контуром [8—13] или плоских коротких образцов, подвергаемых растяжению, у которых различными техническими приемами вблизи изучаемого участка поверхности образца обеспечивали зону с нулевыми перемещениями [14, 15]. В большинстве из перечисленных работ выполнялся качественный анализ интерференционных картин и экспериментально определялась только функция $W(x, y)$. Из этого ряда выпадают работы [8, 9], в которых приведены количественные результаты по определению остаточных напряжений в шлифованном и наклепанном слоях балки из сплава ЭИ 617, полученные в результате численной об-