УДК 544.452.4

# Численное исследование влияния капель топлива на процессы горения в типичных для гибридных ракетных двигателей условиях<sup>\*</sup>

В.А. Косяков<sup>1,2</sup>, Р.В. Фурсенко<sup>1</sup>, А.Н. Шиплюк<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет

E-mail: asenya777@yandex.ru

Представлены результаты численного моделирования процессов горения газокапельной топливной смеси в потоке окислителя в условиях, типичных для гибридных ракетных двигателей. Исследовано влияние размера и частоты подачи капель топлива на полноту сгорания, температуру и положение диффузионного пламени в пограничном слое потока окислителя. Показано, что влияние капель жидкого топлива проявляется в локальном уменьшении температуры газа и повышении концентрации газообразного топлива в непосредственной близости от капель. Добавление капель в поток газообразного топлива приводит к незначительному уменьшению толщины пламени и его температуры, которые, однако, не испытывают крупномасштабных возмущений в результате движения капель и остаются практически стационарными.

Ключевые слова: гибридный ракетный двигатель, вычислительная аэромеханика, горение газокапельного топлива, диффузионное пламя.

### Введение

Развитие фундаментальных представлений о процессах горения в условиях, характерных для двигателей перспективных летательных аппаратов, необходимо для поиска путей повышения их эффективности и экологичности. К таким двигателям относятся, в частности, гибридные ракетные двигатели [1-6], в которых, в отличие от жидкостных и твердотопливных двигателей, топливо и окислитель находятся в разных агрегатных состояниях. Как правило, высокоскоростной поток газообразного окислителя поступает в камеру сгорания, где в пограничном слое вблизи поверхности твердого топлива происходит стабилизация диффузионного пламени [7]. Тепловой поток от пламени поддерживает процесс испарения/пиролиза твердого топлива и непрерывное поступление газообразного горючего в зону реакции. Такая организация процесса делает гибридные ракетные двигатели более безопасными по сравнению с жидкостными и твердотопливными

<sup>\*</sup> Работа выполнена в рамках государственного задания (номер госрегистрации 121030500154-2).

<sup>©</sup> Косяков В.А., Фурсенко Р.В., Шиплюк А.Н., 2023

системами [8], поскольку в последних топливо и окислитель находятся в камере сгорания в предварительно перемешанном виде, что делает потенциально возможным их неконтролируемое воспламенение и детонацию. В настоящее время рассматриваются возможности использования таких двигателей в будущих космических миссиях.

В то же время гибридные ракетные двигатели обладают рядом недостатков, основным из которых является низкая скорость выгорания традиционных полимерных топлив и, как следствие, относительно низкая тяга. В конце 1990-х годов было обнаружено, что использование некоторых парафинов в качестве топлива позволяет увеличить скорость выгорания в несколько раз [9-11]. Это объясняется образованием на поверхности твердого топлива жидкого расплавленного слоя с низкими вязкостью и коэффициентом поверхностного натяжения. Неустойчивость этого слоя, вызванная сдвигающим действием потока газообразного окислителя, приводит к отрыву и вовлечению капель в поток газа, что значительно увеличивает общую скорость массопередачи топлива [12, 13]. Такие легкоплавкие топлива в настоящее время рассматриваются как перспективные с точки зрения использования в гибридных ракетных двигателях.

Характерные значения давления и скорости потока окислителя, при которых проводятся экспериментальные и численные исследования процессов, происходящих в камерах сгорания гибридных ракетных двигателей, варьируются в широком диапазоне. Так, в работе [14] приведено сравнение экспериментальных данных и результатов численного моделирования для камеры сгорания постоянного давления, которое варьировалось от 1,39 до 2,41 МПа. Результаты показали, что скорость уноса топлива растет с увеличением давления. В [15] предложена методика, которая позволяет спрогнозировать эффективность (оценить качество) процессов смешения и полноту сгорания в камере дожигания энергосиловых установок. В работе [16] были получены характеристики горения композитного топлива на основе частиц полиэтилена и парафина размером от 15 до 500 мкм в потоке кислорода при давлении 0,1 МПа. В результате скорость уноса топлива с частицами оказалась в среднем на 18 % больше по сравнению с чистым парафином. Использование различных добавок позволяет еще увеличить скорость уноса твердого топлива. Так, согласно работе [17], скорость уноса при добавлении аминоборана в парафин увеличивается на 28 %. Скорость потока окислителя в различных работах варьируется от нескольких десятков до нескольких сотен метров в секунду. В [18] численное моделирование позволило получить данные, которые трудно получить с помощью экспериментов, например, распределение температуры на поверхности твердого топлива. При этом скорость окислителя равнялась 19,5 м/с, а средняя скорость уноса твердого топлива составила 0,7 мм/с. В экспериментах [17, 19] скорость потока кислорода составляла 10-30 м/с при давлении, близком к атмосферному. В [20] получены данные о влиянии скорости потока на входе и места ввода частиц на формирование вихревых структур и на распределение твердых частиц в сдвиговом слое смешения. В работе [21] численно исследовались различные формы камеры сгорания гибридного ракетного двигателя, а средняя скорость окислителя составляла 140 м/с.

Большинство работ, посвященных изучению процессов горения в камерах сгорания гибридных ракетных двигателей, фокусируются на определении интегральных характеристик, таких как скорость уноса твердого топлива или удельная тяга [22, 23]. В результате исследований было, в частности, показано, что использование легкоплавких топлив способствует значительному увеличению скорости уноса топлива. Так, в [23] экспериментально показано, что средняя скорость уноса парафина на 69 % больше скорости

уноса полибутадиена. При этом вопросы влияния жидких частиц топлива, вовлекаемых в поток окислителя, на характеристики диффузионного пламени, стабилизированного в пограничном слое, не рассматривались. Это связано со сложностью экспериментального наблюдения частиц топлива вблизи интенсивно излучающего фронта пламени. Несмотря на это, в работе [24] удалось продемонстрировать процесс вовлечения капель топлива в поток окислителя и их дальнейшее сгорание, что позволило экспериментально подтвердить механизм увеличения скорости уноса топлива при использовании легкоплавких составов. С точки зрения численного моделирования задача о диффузионном горении твердотопливного образца в пограничном слое высокоскоростного потока окислителя в рамках полной постановки является сопряженной. А именно: поток продуктов газификации и пиролиза твердого топлива с поверхности образца, а также количество и размер капель зависят от потока тепла на поверхности твердого топлива. Этот поток зависит от характеристик процесса горения диффузионного пламени, которые, в свою очередь, зависят от расхода газообразного и жидкого топлива. Кроме того, при рассмотрении задачи в полной постановке необходимо моделирование неустойчивости расплавленного слоя на поверхности твердого топлива в сдвиговом потоке окислителя и отрыва жидких капель с их вовлечением в поток. Эти сложности делают численное моделирование горения легкоплавких топлив в условиях гибридных ракетных двигателей практически нереализуемым в силу высоких вычислительных затрат. В связи с этим при численном моделировании используются различные упрощающие предположения. Например, не рассматриваются процессы плавления, образования капель и газификации, а считается, что количество капель и расход газообразного топлива заданы. Так, в работе [25] в качестве топлива использовался дотриаконтан (С32H66), а скорость уноса топлива рассчитывалась с помощью эмпирического соотношения  $\dot{r} = aG_0^z$ , где  $\dot{r}$  — скорость уноса, G<sub>0</sub> — массовый поток окислителя, *a*, *z* — константы. Результаты численного моделирования были подтверждены удовлетворительным соответствием осевого распределения скорости уноса топлива с данными экспериментов.

Целью настоящей работы является численное исследование влияния капель жидкого топлива на характеристики горения диффузионного пламени, стабилизированного в пограничном слое высокоскоростного потока окислителя, и также получение фундаментальных знаний об этом виде горения. Но поскольку задача в полной постановке является сопряженной, используется допущение о том, что количество капель и расход газообразного топлива заданы. В работе также приняты следующие допущения: для исключения влияния второстепенных факторов процесс горения рассматривается в простейшей двумерной геометрической конфигурации. Для численного моделирования поставленной задачи используются уравнения Навье-Стокса, осредненные по рейнольдсу. Капли не вращаются и имеют сферическую форму. Из сил, влияющих на частицу, учитывается только сила сопротивления. Влияние дисперсной фазы на несущую заключается в источниковых членах, которые рассчитываются как точечные источники. Число Шмидта, определяемое как отношение коэффициента диффузии импульса и коэффициента диффузии массы, равно единице. На стенках задается адиабатическое условие. Следует отметить, что математическая модель «Лагранжевое отслеживание частиц» описывает взаимное влияние газовой и дисперсной фаз, но взаимодействия между жидкими частицами, в частности столкновения, не учитываются. Это приближение справедливо при малом объемном содержании дисперсной фазы  $V_{\rm p}/V_{\rm s} \le 10^{-3}$ .

## Математическая модель

На рис. 1 приведена схема модельной камеры сгорания. Поток кислорода с заданным массовым расходом поступает с левого торца модельной камеры сгорания. Образец твердого топлива расположен вдоль нижней границы расчетной области. Расход газообразного топлива, частота подачи и размер жидких капель считаются заданными. Размер модельной камеры сгорания, длина образца твердого топлива, а также характерные значения давления и скорости потока окислителя выбраны на основании экспериментальных работ [17, 19, 26, 27]. В качестве топлива рассматривается Н-додекан ( $C_{12}H_{26}$ ), минимальный нормальный алкан, упоминаемый как горючее для гибридного ракетного двигателя [28].

Лагранжевое отслеживание частиц — это метод описания многофазных потоков путем введения частиц в несущую фазу и обеспечения их взаимодействия. Движение дисперсной фазы описывается вторым законом Ньютона, а взаимодействие с непрерывной фазой — с помощью исходных членов, введенных в уравнения непрерывной фазы. Дисперсная фаза решается в лагранжевой системе координат, а непрерывная фаза — в эйлеровой системе координат.

Движение газовой фазы описывается законами сохранения массы, импульса, энергии и отдельных компонентов смеси, которые могут быть записаны в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \left( \rho \vec{u} \right) = S_{\rm m},\tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{u}) + \nabla(\rho\vec{u}\vec{u}) = -\nabla p + \nabla(2\mu_{\rm eff}D - \frac{2}{3}\mu_{\rm eff}(\nabla\vec{u})I) + S_u, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h_{\rm s}) + \nabla \left(\rho h_{\rm s} \vec{u}\right) = \nabla (k_{\rm eff} \nabla T) + \vec{\dot{q}}_{\rm p} + S_{\rm e}, \qquad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y_k) + \nabla \left(\rho Y_k \vec{u}\right) = \nabla (\rho D_k \nabla (Y_k)) + \dot{w} + S_{\mathrm{m},k}, k = 1, 2, 3, ..., K,$$
(4)

где  $\rho, u, p, Y_k$  — плотность, скорость, давление и массовая доля *k*-го компонента смеси; энтальпия

$$h_{\rm s} = \int_{T_0}^T c_{\rm p}(T) dT, \qquad (5)$$

0,08 м



Рис. 1. Схема модельной камеры сгорания.

 $c_{\rm p}(T)$  — теплоемкость идеального газа при постоянном давлении. Эффективная вязкость  $\mu_{\rm eff}$  и теплопроводность  $k_{\rm eff}$  в уравнениях (2), (3) определяются как сумма ламинарной и турбулентной составляющих:  $\mu_{\rm eff} = \mu + \mu_{\rm t}$ ,  $k_{\rm eff} = k + k_{\rm t}$ . Через *D* и *I* в уравнении (2) обо-

значены тензор скорости деформации и единичная матрица. Члены  $\dot{w}$  и  $\vec{\dot{q}}_{\rm p} = -\sum_{k=1}^N \Delta h_{{\rm f},k}^0 \dot{r}_k$ 

описывают появление/расходование компонентов смеси в результате химических реакций и тепловыделение. Источниковые члены  $S_m$ ,  $S_u$ ,  $S_e$ ,  $S_{m,k}$  описывают влияние час-

тиц на поток и получены путем расчетов дисперсной фазы.

Скорость испарения частицы  $S_{\rm m}$  определяется как

$$S_{\rm m} = -\frac{1}{V_{\rm cell}} \frac{dm_{\rm p}}{dt},\tag{6}$$

где  $m_{\rm p}$  — масса одной частицы,  $V_{\rm cell}$  — объем расчетной ячейки.

Аналогично  $S_{\rm m}$  скорость изменения импульса  $S_{\rm u}$  записывается в виде

$$S_{\rm u} = -\frac{1}{V_{\rm cell}} m_{\rm p} \frac{d\vec{u}_{\rm p}}{dt}.$$
(7)

Источниковый чле<br/>н $S_{\rm e},$ отвечающий за обмен энергии между фазами, можно выразить как

$$S_{\rm e} = -\frac{1}{V_{\rm cell}} m_{\rm p} \frac{dh_{\rm p}}{dt}.$$
(8)

Так же, как и для  $S_{e}$ , для  $S_{m,k}$  можно записать

$$S_{\mathrm{m},k} = -\frac{1}{V_{\mathrm{cell}}} \frac{dm_{\mathrm{p},k}}{dt}$$
(9)

для *k*-й компоненты смеси.

Турбулентные компоненты вязкости и теплопроводности рассчитываются с помощью осредненной по Рейнольдсу  $k - \omega$ -SST-модели турбулентности. Выбор этой модели обусловлен частым ее использованием в работах, где численно исследуются внутриканальные процессы [8, 29]. Она включает уравнения для кинетической энергии турбулентности k и удельной скорости диссипации  $\omega$ :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \nabla \left(\rho k \vec{u}\right) = P_k - \beta^* \rho k \omega + \nabla \left((\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla(k)\right) + \dot{S}_t, \tag{10}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega) + \nabla(\rho\omega\vec{u}) = \alpha\rho S^2 - \beta\rho\omega^2 + \nabla((\mu + \sigma_\omega\mu_t)\nabla(\omega)) + + 2(1 - F_1)\rho\sigma_{\omega^2}\frac{1}{\omega}\nabla(k)\nabla(\omega) + a_2\dot{S}_t,$$
(11)

где  $P_k$  — ограничитель для предотвращения нарастания турбулентности в застойных областях,  $F_1$  равна нулю вдали от стенок ( $k - \varepsilon$ -модель) и переходит в единицу внутри пограничного слоя ( $k - \omega$ -модель),  $a_2$  — константа. Источниковый член  $\dot{S}_t$  в уравнениях (10), (11) описывает влияние частиц на характеристики турбулентности и рассчитывается с помощью модели дискретного случайного блуждания (stochasticDispersionRAS) [30].

Турбулентная вязкость и теплопроводность определяются из соотношений

$$v_{\rm t} = \frac{a_{\rm l}k}{\max(a_{\rm l}\omega, SF_2)}, \quad \mu_{\rm t} = v_{\rm t}\rho, \tag{12}$$

$$k_{\rm t} = \frac{\mu_{\rm t} c_{\rm p}}{\rm Pr_{\rm t}},\tag{13}$$

где S — инвариантная мера скорости деформации,  $F_2$  — функция перемешивания,  $\Pr_t$  — турбулентное число Прандтля. Константы используемой модели турбулентности  $\beta^*, \alpha, \beta, a_1, \sigma_{\omega}, \sigma_{\omega 2}$  взяты из работы [31].

Траектории частиц дискретной фазы определяются из уравнений движения и кинематического соотношения:

$$m_{\rm p}\frac{d\vec{u}_{\rm p}}{dt} = \sum \vec{F}_{\rm i},\tag{14}$$

$$\frac{dx_{\rm p}}{dt} = \vec{u}_{\rm p}.\tag{15}$$

Ускорения газового шара можно получить из второго закона Ньютона:

$$\frac{d\vec{u}_{\rm p}}{dt} = \frac{\vec{F}_D}{m_{\rm p}} = \frac{3\rho C_{\rm D}(\vec{u} - \vec{u}_{\rm p}) | \vec{u} - \vec{u}_{\rm p} |}{4\rho_{\rm p}\Delta},\tag{16}$$

где  $\vec{F}_{\rm D}$  — сила сопротивления,  $\Delta$  — диаметр частицы;  $\rho$ ,  $\rho_{\rm p}$  и  $\vec{u}$ ,  $\vec{u}_{\rm p}$  — плотность и скорость, а индекс р относится к дискретной частице. Согласно оценкам [32], вклад силы сопротивления в суммарное значение силы составляет около 80 %, поэтому в расчетах предполагается, что  $\vec{F}_{\rm i} = \vec{F}_{\rm D}$ . Коэффициент сопротивления  $C_{\rm D}$  задается как функция числа Рейнольдса частицы, которое определяется как отношение силы инерции к силе трения:

$$\operatorname{Re}_{\mathrm{p}} = \frac{\rho \Delta \mid \vec{u} - \vec{u}_{\mathrm{p}} \mid}{\mu}$$

Эмпирическая зависимость коэффициента сопротивления сферической частицы от числа Рейнольдса взята из работы [33], в которой использованы многочисленные экспериментальные данные.

Скорость испарения одной частицы определяется отношением (16):

$$-\frac{dm_{\rm p}}{dt} = 4\pi R_{\rm p}^2 h_{\rm mass} (\rho_{\rm s,s} - \rho_{\nu_{\infty}}),$$
(17)

где  $h_{\rm mass}$  — коэффициент конвективного массопереноса,  $\rho_{\rm s,s}$  — плотность вещества в жидком состоянии на поверхности капли,  $\rho_{v_{\infty}}$  — плотность вещества в газообразном состоянии.

В уравнении (17) коэффициент конвективного массопереноса рассчитывается из уравнения

$$\mathrm{Sh} = h_{\mathrm{mass}} \Delta / N$$
, (18)

где Sh — число Шервуда, N — коэффициент диффузии.

104

Число Шервуда рассчитывается с использованием корреляции Ранца-Маршалла [34]:

$$Sh = 2 + 0.6 Re_{p}^{0.5} Sc^{0.33},$$
 (19)

где Re<sub>p</sub> — число Рейнольдса на основе относительной скорости между частицей и потоком газа, Sc — число Шмидта.

Изменение радиуса капли описывается соотношением

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{\dot{m}_{\rm p}}{\rho_{\rm p} 4\pi R^2},\tag{20}$$

где *R* — радиус капли.

Изменение температуры частицы:

$$h_{\rm sg}\dot{m}_{\rm p} + c_{\rm p,p}m_{\rm p}\frac{dT_{\rm p}}{dt} = h(T - T_{\rm p})4\pi R^2,$$
 (21)

где  $h_{\rm sg}$  — удельная теплота испарения, h — коэффициент теплопередачи.

В уравнении (21) коэффициент теплопередачи рассчитывается из уравнения

$$Nu = \frac{h\Delta}{z},$$
(22)

где Nu — число Нуссельта, *z* — теплопроводность частицы.

Число Нуссельта рассчитывается с использованием корреляции Ранца-Маршалла [34]:

$$Nu = 2 + 0,6 \operatorname{Re}_{p}^{0,5} \operatorname{Pr}^{0,33},$$
(23)

где Re<sub>p</sub> — число Рейнольдса на основе относительной скорости между частицей и потоком газа, Pr — число Прандтля.

В качестве топлива в настоящей работе рассматривается H-додекан ( $C_{12}H_{26}$ ). Горение происходит в газовой фазе и описывается глобальной 6-стадийной кинетикой между девятью компонентами. Коэффициенты скоростей химических реакций были подобраны и верифицированы путем сопоставления результатов расчетов растяженного диффузионного пламени с помощью глобального механизма и скелетных механизмов с 269 реакциями между 54 компонентами [35] и 2323 реакциями между 130 компонентами [36–38]. В частности, было показано, что максимальная температура пламени и его ширина, рассчитанные в рамках глобального механизма, отличаются на 3 и 10 % от значений, полученных с помощью скелетных механизмов.

На границах расчетной области ставились следующие условия. На входе окислителя в камеру сгорания (левая граница на рис. 1, обозначена синим цветом) задаются его массовый расход, концентрация, температура, кинетическая энергия турбулентности и удельная скорость диссипации. На выходе из камеры сгорания (правая граница на рис. 1, обозначена зеленым цветом) задано давление, а потоки тепла и концентрация равны нулю. На поверхности образца твердого топлива (красный участок нижней стенки на рис. 1) массовые расходы газообразного и жидкого топлива считаются известными. Размер капель жидкого топлива одинаков, а их скорость на поверхности твердотопливного образца равна нулю. Отметим, что начальная скорость частиц равна нулю, однако в процессе вовлечения капель в поток окислителя они приобретают скорость, которая зависит от скорости потока газообразного топлива. Стенки камеры сгорания считаются адиабатическими. Задаются условия прилипания и пристеночные функции kqRWallFunction (для энергии турбулентности k) и OmegaWallFunction (для удельной скорости диссипации  $\omega$ ) [39] при описании скорости потока в турбулентном пограничном слое.

## Численное моделирование

Уравнения (1)–(23), описывающие реагирующее течение газокапельной смеси, решались численно методом конечных объемов с использованием программного пакета OpenFOAM [40]. Расчеты проводились на прямоугольных сетках со сгущением узлов вблизи стенок модельной камеры сгорания для более точного описания процессов, происходящих в пограничном слое и во фронте диффузионного пламени.

В работе использовались следующие настройки расчетного алгоритма (ReactingParcelFoam) [41]: для расчета производной по времени неявная временная схема Эйлера (Euler) [42], при этом число Куранта во всех расчетах не превышало 0,5. Дивергенция и лапласиан рассчитывались градиентной схемой Гаусса (Gauss linear) [42], химическая кинетика — неявной схемой Эйлера (EulerImplicit (seulex)) [43]. Для связи химической кинетики с турбулентностью использовалась концепция рассеивания вихрей (EDC) [44].

Частицы в математической модели считаются точечными источниками, поэтому источниковый член интерполируется по ячейке, в которой находится. Для исследования влияния размера расчетной ячейки на размер частицы были проведены тестовые расчеты, в которых частица была меньше, равна или больше расчетной ячейки. Результаты показали, что разница длины пробега испарения частицы (расстояние *x* (м), за которое частица полностью испаряется) для трех тестовых сеток не превышала 5 %. Ранее в работе [45] исследовались расчетные сетки с размером ячеек, сравнимым с размером частиц. Сравнение показало, что влияние на вертикальные и горизонтальные турбулентные колебания и напряжение турбулентного сдвига незначительное.

Однако для разрешения течения непрерывной фазы в пограничном слое нужна более мелкая сетка. Поэтому для исследования сеточной сходимости численного решения была проведена серия тестовых расчетов на прямоугольной сетке с сужением к нижней и верхней стенкам. Так, размер по нормали к стенке на границе стенки в *n* раз меньше, чем на отдалении, где ячейки сетки квадратные. Длина стороны расчетной ячейки в ходе исследования сеточной сходимости составляла 200, 150, 100, 80, 50 мкм, а их количество равнялось 0,12, 0,22, 0,5, 0,78, 2 млн соответственно. Среднее значение безразмерной пристеночной координаты  $y_+$  составляло 0,44, 0,28, 0,071, 0,062, 0,048. Результаты тестов показали, что распределения температуры в характерных сечениях камеры сгорания (в области подачи топлива, в центре камеры и на выходе из нее) для сеток 50 и 80 мкм отличаются менее чем на 1 %, поэтому все дальнейшие расчеты проводились на сетке 80 мкм.

## Результаты и обсуждение

В ходе численного моделирования скорости потока окислителя и топлива в газовой фазе варьировались в диапазонах  $u_0 = 5 - 30$  м/с и  $u_f = 0,001 - 0,012$  м/с, что соответствует изменениям массовых расходов  $Q_0 = 6 - 37$  кг/(м<sup>2</sup>·с),  $Q_f = 0,05 - 0,6$  кг/(м<sup>2</sup>·с). Массовый расход топлива в жидкой фазе ( $Q_p$ ) пропорционален частоте подачи капель и меняется в диапазоне 0,05 - 0,6 кг/(м<sup>2</sup>·с). Начальная температура окислителя и горючего во всех

расчетах составляла  $T_{0,0} = 300$  К и  $T_{f,p,0} = 400$  К соответственно, а массовые доли  $Y_{0,0} = Y_{f,p,0} = 1$ . Давление в камере сгорания  $p_0 = 0,1$  МПа. Частота подачи капель топлива  $v_p$  варьировалась от 50 до 50000 1/с, а их диаметр принимал значения  $\Delta = 50, 100, 150, 200$  мкм. Плотность жидкого топлива  $\rho_p$ , из которого состоят капли, составляет 750 кг/м<sup>3</sup>.

Рассматриваемые диапазоны изменений параметров, а также характерные размеры камеры сгорания типичны для модельных исследований процессов, происходящих в гибридных ракетных двигателях [46].

На рис. 2 приведены типичные распределения температуры в модельной камере сгорания, рассчитанные при различных значениях диаметра капель жидкого топлива, их частоты подачи и расходов горючего в газовой фазе. Область, занимаемая образцом твердого топлива, отмечена на рис. 2а красной линией. Капли жидкого топлива показаны кружками желтого и синего оттенков в соответствии с их размерами, как показано на цветовых схемах на рис. 2. Во всех описываемых случаях вблизи образца твердого топлива устанавливается фронт диффузионного пламени. При этом наличие капель не оказывает существенного влияния на его топологию. Расстояние от нижней стенки камеры сгорания до фронта пламени, определяемого как положение максимума температуры, плавно возрастает с 0,01 мм вблизи начала твердотопливного образца до 4 мм на выходе из камеры сгорания. Температура пламени также возрастает по мере приближения к выходу из камеры сгорания, где ее значение составляет примерно 2600 К. Характерные распределения температур и количественные данные о положении фронта пламени находятся в хорошем соответствии с экспериментальными и численными результатами других авторов. В численном моделировании [14] положение максимума температуры растет от 0,1 мм в начале твердой плашки топлива и достигает 3,5 мм в конце камеры сгорания перед соплом. Температура пламени возрастает от точки поджигания в начале камеры сгорания и достигает 2900 К в конце камеры сгорания. В экспериментах [47] среднее значение удаления диффузионного пламени от твердотопливного образца порядка 5 мм при высоте модельной камеры сгорания 10 мм.



*Рис.* 2. Двумерные распределения температуры газа в камере сгорания, рассчитанные при  $Q_0 = 24,4 \text{ kr/(m^2 \cdot c)}; Q_f = 0,375 \text{ kr/(m^2 \cdot c)}, 6e3 \text{ капель } (a);$  $Q_f = 0,05 \text{ kr/(m^2 \cdot c)}, \Delta = 50 \text{ мкм}, v_p = 19000 \text{ 1/c } (b);$  $Q_f = 0,05 \text{ kr/(m^2 \cdot c)}, \Delta = 150 \text{ мкм}, v_p = 700 \text{ 1/c } (c); Q_f = 0,3 \text{ кг/(m^2 \cdot c)}, \Delta = 200 \text{ мкм}, v_p = 240 \text{ 1/c } (d).$ 

107

## Косяков В.А., Фурсенко Р.В., Шиплюк А.Н.

В случае, когда на поверхности твердотопливного образца присутствуют капли жидкого топлива, происходит их вовлечение в поток окислителя (см. рис. 2b - 2d). В ходе движения капель вниз по потоку происходит уменьшение их диаметра за счет испарения топлива с поверхности капель. При этом наблюдается локальное уменьшение температуры газа вблизи капель из-за затрат энергии на их испарение. Скорость испарения капель зависит от их положения в поле температуры, создаваемом диффузионным пламенем. Начальная скорость капель на поверхности твердого топлива равна нулю, и их траектории при вовлечении в поток окислителя значительно зависят от массового расхода газообразного горючего. Как видно на рис. 2с, при малых скоростях отрыва капли двигаются вблизи нижней стенки модельной камеры сгорания, где температура заметно ниже, чем во фронте пламени. Это не дает каплям испариться в большом объеме по сравнению со случаями, когда капли попадают во фронт пламени. С увеличением массового расхода горючего в газовой фазе значительная часть капель оказывается в зоне горения (см. рис. 2b), что приводит к их интенсивному испарению. Как показали расчеты, дальнейшее увеличение расхода газообразного топлива приводит к тому, что капли достаточно быстро пересекают фронт пламени и оказываются в относительно низкотемпературной зоне над волной горения, в результате уменьшается количество топлива, испаряющегося с поверхности капли в единицу времени. Время существования капель в потоке зависит также от их размера. Рисунок 2b демонстрирует полное испарение капель топлива диаметром 50 мкм до достижения ими выходного сечения камеры сгорания.

Интенсивность испарения капель жидкого топлива характеризуется отношением массы жидкости, поступающей в систему в единицу времени, к массе жидкости, покидающей камеру сгорания за то же время. На рис. З приведены зависимости доли испарившегося жидкого топлива от отношения массового расхода жидкости  $Q_p$  к общему массовому расходу горючего  $Q_{f+p}$ , поступающего в камеру сгорания с поверхности твердотопливного образца. Значения расхода окислителя и суммарного массового расхода топлива в обеих фазах постоянны:  $Q_o = 24.4 \text{ кг/(m}^2 \cdot \text{c}), Q_{f+p} = 0.375 \text{ кг/(m}^2 \cdot \text{c}), а кри$ вые <math>1-4 на рис. З рассчитаны для капель диаметром  $\Delta = 50, 100, 150$  и 200 мкм.

Независимо от доли жидкого топлива в общем расходе горючего с поверхности образца, для капель размером 50 мкм наблюдается их полное испарение в камере сгорания. С ростом диаметра капель доля испарившегося топлива уменьшается, зависимости приобретают вид перевернутой параболы (см. рис. 3). Такой вид кривых связан с тем, что при малых значениях отношения  $Q_p/Q_{f+p}$  скорость истечения газового топлива наиболь-



шая. Поэтому значительная часть капель, вовлекаемых в основной поток, оказывается выше фронта пламени (см. рис. 2*d*), где скорость их испарения меньше, чем в высокотемпературной зоне вблизи

Рис. 3. Доля испарившихся капель в зависимости от отношения массового расхода жидкого горючего  $(Q_p)$ к общему массовому расходу топлива  $(Q_{f+p})$ , рассчитанная при  $Q_o = 24.4$  кг/(м<sup>2</sup>·c),  $Q_{f+p} = 0.375$  кг/(м<sup>2</sup>·c) для диаметров капель  $\Delta = 50$  (1), 100 (2), 150 (3), 200 (4) мкм. пламени. Наоборот, при больших значениях  $Q_p/Q_{f+p}$  скорость потока газового топлива в направлении, перпендикулярном течению потока окислителя, невелика. Поэтому основная масса частиц движется вблизи нижней стенки камеры сгорания (см. рис. 2c), где температура также меньше, чем вблизи зоны химической реакции. Следует отметить, что доля испарившегося топлива зависит от длины камеры сгорания и величина этой доли возрастает с удлинением камеры. Однако качественное поведение кривых, показанных на рис. 3, сохраняется.

Результаты численного исследования влияния частоты подачи капель на интенсивность их испарения представлены на рис. 4. Приведены зависимости доли жидкого топлива, испарившегося в камере сгорания, от диаметра капель, рассчитанные при различных значениях массового расхода частиц, поступающих в систему с поверхности образца. Как и на рис. 3, наблюдается уменьшение доли испарившегося топлива с увеличением диаметра капель. Грубые оценки позволяют дать следующее объяснение такого вида зависимости. При фиксированном значении  $Q_{\rm p}$  количество капель (*n*) в камере сгорания обратно пропорционально объему капли  $n \sim Q_{\rm p} / v_{\rm p} \sim 1/\Delta^3$ . Масса топлива, испарившегося с поверхности одной капли, пропорциональна площади ее поверхности *S*. В предположении малого изменения диаметра капель за время ее пребывания в камере сгорания полная масса топлива, переходящего из жидкой фазы в газовую, пропорциональна  $n \cdot S \sim \Delta^2 / \Delta^3 \sim 1/\Delta$ . Следовательно, с ростом диаметра капель доля испарившегося топлива падает как  $1/\Delta$ . Предположение о малости изменения диаметра несправедливо для капель малого размера, что объясняет отклонение кривой на рис. 4 от тренда, предсказываемого грубой оценкой.

Интересно, что, как показали расчеты, в диапазоне массового расхода жидкого топлива 0,05-0,6 кг/(м<sup>2</sup>·c) доля испарения для капель заданного диаметра практически не меняется. Это позволяет предположить, что в широком диапазоне частоты подачи капель скорость испарения каждой отдельной капли остается постоянной, что, в свою очередь, указывает на незначительное влияние капель друг на друга.

На рис. 5 приведены распределения температуры и концентрации топлива в газовой фазе в области А модельной камеры сгорания, отмеченной на рис. 1 прямоугольником, и рассчитанные для капель различного диаметра. Отсутствие жидких капель диаметром 50 мкм на рис. 5a связано с полным выгоранием капель такого размера выше по потоку от фрагмента камеры сгорания, представленного на рисунке. На рис. 5b-5d видно локальное уменьшение температуры газа вблизи дисперсных частиц, обусловленное потерями тепла, затрачиваемого на испарение топлива с поверхности капли. Величи-

на падения температуры увеличивается с ростом диаметра капли и составляет ~ 50 К для  $\Delta = 50$  мкм и 100–200 К для  $\Delta = 100$  мкм, достигает 500 и 800 К для диаметров 150 и 200 мкм соответственно. Массовая концентрация газообразного топлива вблизи капли, напротив,

Рис. 4. Доля испарившихся капель в зависимости от их диаметра при  $Q_0 = 24,4$  кг/(м<sup>2</sup>·c),  $Q_f = 0,188$  кг/(м<sup>2</sup>·c) для массовых расходов частиц  $Q_p = 0,056$  (1), 0,131 (2), 0,188 (3), 0,244 (4) кг/(м<sup>2</sup>·c).





Косяков В.А., Фурсенко Р.В., Шиплюк А.Н.



возрастает за счет испарения жидкого горючего с поверхности капли. Далее в зависимости от условий испарившееся горючее может участвовать в процессе горения, который происходит в газовой фазе.

На рис. 6 приведено распределение температуры и концентрации топлива вдоль штриховой линии на рис. 5d в моменты времени, когда в рассматриваемом сечении нет капель топлива (2, 4) и когда капля пересекает это сечение (1, 3). Положение капли вдоль оси у характеризуется резким падением температуры на величину порядка 700 К и ростом массовой концентрации топлива в газовой фазе (~ 0,27) за счет испарения топлива

Теплофизика и аэромеханика, 2023, том 30, № 1

<i>Рис. 6.</i> Распределения температур $(1, 2)$
и концентраций (3, 4) вдоль штриховой
линии на рис. 5d2, рассчитанные
при параметрах потока $Q_0 = 24.4 \text{ кг/(м}^2 \cdot c)$
$Q_{\rm f} = 0.3 \text{ kg/(m^2 \cdot c)}, Q_{\rm p} = 0.075 \text{ kg/(m^2 \cdot c)},$
$\Delta = 200$ мкм для случаев
с каплей (1, 3) и без капли (2, 4).

с поверхности капли. При этом изменения носят локальный характер. Максимальная температура пламени и положение этого максимума, соответствующее положению фронта пламени, меняются незначительно. Таким образом, движущиеся капли не приводят



к крупномасштабным возмущениям фронта пламени, и его средние характеристики, такие как температура и положение, близки к стационарным.

При одних и тех же значениях массового расхода топлива в жидкой фазе доля испарившейся жидкости уменьшается с ростом диаметра капель (см. рис. 4) и, следовательно, потери тепла на испарение также уменьшаются. За счет этого, как показали расчеты, температура газа вблизи нижней стенки камеры сгорания в области A на рис. 1 увеличивается примерно с 600 до 1400 K (см. рис. 5) при увеличении диаметра капель от 50 до 200 мкм. Повышение температуры приводит к более полному реагированию топлива на длине камеры сгорания, что видно на рис.  $5c_2$ ,  $5d_2$ , на которых массовая концентрация топлива в области под фронтом пламени уменьшается с увеличением диаметра капель.

На рис. 7 приведены зависимости полноты сгорания топлива от диаметра капель, рассчитанные при различных значениях расхода горючего, находящегося в жидкой фазе. Полнота сгорания определяется как отношение массы прореагировавшего топлива за единицу времени к массе всего топлива, попавшего в камеру сгорания за то же время. Значение этой характеристики зависит от длины камеры сгорания. Как следует из рис. 7, с увеличением расхода топлива, находящегося в жидкой фазе ( $Q_p$ ), полнота сгорания уменьшается. Поскольку горение происходит в газовой фазе, при прочих равных условиях полнота сгорания будет больше для смеси с большей долей газофазного топлива, так как в этом случае бо́льшая масса топлива может потенциально принять участие в процессе горения. Капли жидкого топлива не принимают непосредственного участия в реакции, и требуется их предварительное испарение, чтобы сделать запасенное в них

0,8 0,6 0,4 0,2 0 0 50 100 150 Δ, мкм топливо доступным для химического реагирования.

Зависимости полноты сгорания от размера капель имеют минимум при умеренных значениях диаметров (100– 150 мкм) и возрастают с уменьшением

Рис. 7. Зависимости полноты сгорания от диаметра капель топлива, рассчитанные для  $Q_0 = 24.4 \text{ кг/(m}^2 \cdot \text{c})$ ,  $Q_f = 0.188 \text{ кг/(m}^2 \cdot \text{c})$  при различных массовых расходах капель  $Q_p = 0.131 (1), 0.188 (2), 0.244 (3) \text{ кг/(m}^2 \cdot \text{c})$ .

или увеличением диаметра капель. В случае капель малого размера (≤ 50 мкм) рост полноты сгорания связан с более полным испарением капель и, следовательно, возрастанием доли топлива, доступной для участия в процессе горения. С увеличением размера капель жидкого топлива доля испарения капель падает (см. рис. 4). Несмотря на это, для капель большого диаметра (≥ 150 мкм) отмечен рост полноты сгорания топлива. Этот результат объясняется тем, что, как было указано выше, температура газа в области, находящейся под фронтом пламени, возрастает, что приводит к интенсификации процесса горения имеющегося газофазного топлива.

## Выводы

С помощью двумерного численного моделирования процессов горения в модельной камере сгорания гибридного ракетного двигателя получены данные о влиянии капель жидкого топлива на процессы горения диффузионного пламени в пограничном слое высокоскоростного потока окислителя. В качестве топлива и окислителя рассматривался Н-додекан и кислород соответственно. Скорость потока менялась от 5 до 30 м/с, давление в камере сгорания составляло 0,1 МПа. Показано, что с увеличением размера капель топлива доля испарившегося жидкого горючего уменьшается. Капли малого размера ( $\Delta \le 50$  мкм) испаряются полностью. В широком диапазоне массовых расходов жидкости, вовлекаемой в поток окислителя (6–37 кг/(м<sup>2</sup>·с)), доля испарившегося жидкого топлива зависит от размера капель, но не зависит от частоты их подачи. В то же время полнота сгорания топлива уменьшается с ростом доли жидкого горючего в потоке.

Влияние капель жидкого топлива на процессы, происходящие в модельной камере сгорания, проявляется в локальном уменьшении температуры газа и повышении концентрации газообразного топлива в непосредственной близости от капель. При этом диффузионное пламя в потоке с каплями незначительно у́же (10%) и имеет несколько меньшую (~350 K) температуру, чем пламя без капель, но с тем же суммарным массовым расходом топлива. Средние характеристики волны горения, такие как температура пламени и его положения, не испытывают крупномасштабных возмущений в результате движения капель и остаются практически стационарными.

#### Список литературы

- Kuo K.K., Chiaverini M.J. Fundamentals of hybrid rocket combustion and propulsion // Progress in Astronautics and Aeronautics. 2007. Vol. 218. P. 1–36.
- 2 Durand J., Lestrade J., Anthoine J. Restitution methodology for space and time dependent solid-fuel port diameter evolution in hybrid rocket engines // Aerospace Sci. and Technol. 2021. Vol. 110, No. 106497. 15 p.
- Pal Y., Mahottamananda S., Palateerdham S., Subha S., Ingenito A. Review on the regression rateimprovement techniques and mechanical performance of hybrid rocket fuels // FirePhysChem. 2021. Vol. 1, No. 4. P. 272–282.
- Li C., Kai C., Tian H. Numerical analysis of combustion characteristics of hybrid rocket motor with multi-section swirl injection // Acta Astronaut. 2016. Vol. 123. P. 26–36.
- Bouziane M., Bertoldi A., Hendrick P., Lefebvre M. Experimental investigation of the axial oxidizer injectors geometry on a 1-kN paraffin-fueled hybrid rocket motor // FirePhysChem. 2021. Vol. 1, No. 4. P. 231–243.
- 6. Li M., Wei S., Hung C., Wu J. Experimental and numerical investigation of swirling H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> and polypropylene hybrid rocket motor with regenerative cooling // Acta Astronaut. 2022. Vol. 190. P. 283–298.
- 7. Zhu H., Tian H., Cai G. Hybrid uncertainty-based design optimization and its application to hybrid rocket motors for manned lunar landing // Chin. J. Aeronaut. 2017. Vol. 30, No. 2. P. 719–725.
- Soares D., Andrade E., Langel G. Upper stage liquid propellant rocket engine: a case analysis // J. Aerospace Technol. and Manag. 2021. Vol. 13. P. 11–12.
- Karabeyoglu A., Zilliac G., Cantwell B., DeZilwa D., Castellucci P. Scale-up tests of high regression rate paraffin-based hybrid rocket fuels // J. Propuls. and Power. 2004. Vol. 20. P. 1037–1045.

- Karabeyoglu M., Cantwell B., Altman D. Development and testing of paraffin-based hybrid rocket fuels // 37th AIAA/ASME/SAE/ASEE Jt. Propuls. Conf. Exhib. 2001. No. 4503. P. 1–24.
- Ben-Basat S., Gany A. Heat and mass transfer analysis for paraffin/nitrous oxide burning rate in hybrid propulsion // Acta Astronaut. 2016. Vol. 120. P. 121–128.
- 12. Chandler A., Jens E., Cantwell B., Hubbard G. Visualization of the liquid layer combustion of paraffin fuel for hybrid rocket applications // AIAA Paper. 2012. Vol. 3, No. 3961. 11 p.
- Nakagawa I., Hikone S. Study on the regression rate of paraffin-based hybrid rocket fuels // J. Propuls. and Power. 2011. Vol. 27, No. 6. P. 1276–1279.
- 14. Leccese G., Bianchi D., Nasuti F. Simulations of paraffin-based hybrid rocket motors and comparison with experiments // AIAA Propuls. and Energy Forum. 2017. No. 4737. 16 p.
- 15. Воронецский А.В., Арефьев К.Ю., Абрамов М.А. Расчетное исследование инжекции двухфазного потока горючего в цилиндрическую камеру дожигания с несимметричным подводом воздуха // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27, № 6. С. 833–851.
- Tang Y., Zhang W., Chen S., Yu H., Shen R., DeLuca L., Ye Y. A novel polyethyleneparticles/paraffin-based self-disintegration fuel for hybrid rocket propulsion // Intern. J. Energ. Mater. Chem. Propuls. 2018. Vol. 17. P. 205–216.
- 17. Shiplyuk A.N., Lukashevich S.V., Simagina V.I., Netskina O.V., Komova O.V. Analysis of the effect of boroncontaining compounds and combustion catalysts on paraffin combustion rate in an oxidizer flow // J. Physics: Conf. Series: 34th Intern. Conf. on Interaction of Intense Energy Fluxes with Matter. 2020. Vol. 1556, No. 1. 8 p.
- Coronetti A., Sirignano W. Numerical analysis of hybrid rocket combustion // J. Propuls. and Power. 2013. Vol. 29, No. 2. P. 371–384.
- 19. Shiplyuk A.N., Lukashevich S.V., Simagina V.I., Netskina O.V., Komova O.V. An experimental study of the combustion of paraffin and ceresin with the addition of metal-organic compounds in an oxygen stream // J. Physics: Conf. Series: XVI All-Russian Seminar with Intern. Participation «Dynamics of Multiphase Media». 2019. Vol. 1404, No. 1.5 p.
- 20. Макашева А.П., Найманова А.Ж. Численное моделирование многокомпонентного слоя смешения с твердыми частицами // Теплофизика и аэромеханика. 2019. Т. 26, № 4. С. 521–537.
- Merotto L., Mazzetti A. Numerical simulation of combustion processes in hybrid rocket engines using OpenFoam and COOLFluiD codes // 5th Europ. Conf. for Aeronautics and Space Sci. Munich, Germany, 2013. 13 p.
- 22. Pal Y., Raja A., Gopalakrishnan K. Theoretical and experimental heat of combustion analysis of paraffin-based fuels as preburn characterization for hybrid rocket // J. Aerospace Technol. and Manag. 2020. Vol. 12, No. e4520. 18 p.
- 23. Carmicino C., Scaramuzzino F., Sorge A. Trade-off between paraffin-based and aluminum-loaded HTPB fuels to improve performance of hybrid rocket fed with N<sub>2</sub>O // Aerospace Sci. and Technol. 2014. Vol. 37. P. 81–92.
- Mahottamananda N., Nagarajan P., Pal Y. Regression rate characterization of https/paraffin based solid fuels for hybrid rocket // Propellants, Explosives, Pyrotechnics. 2020. Vol. 45. P. 17–55.
- Migliorino M., Bianchi D., Nasutil F. Numerical analysis of paraffin-wax/oxygen hybrid rocket engines // J. Propuls. and Power. 2020. Vol. 36, No. 6. P. 806–819.
- 26. Di Martino G., Mungiguerra S., Carmicino C. Computational fluid-dynamic modeling of the internal ballistics of paraffin-fueled hybrid rocket // Aerospace Sci. and Technol. 2019. Vol. 89. P. 431–444.
- Durand J., Raynaud F., Lamet J., Tesse L., Lestrade J. Numerical study of fuel regression in hybrid rocket engine // AIAA Propuls. and Energy. 2018. No. 4593. 26 p.
- Calabro M., DeLuca L., Frolov S., Galfetti L. Progress in propulsion physics // EUCASS Book Series Advances in Aerospace Sci. 2016. Vol. 8. P. 263–282.
- 29. Carmicino C., Gallo G., Savino R. Self-consistent surface-temperature boundary condition for liquefying-fuelbased hybrid rockets internal-ballistics simulation // Intern. J. Heat and Mass Transfer. 2021. Vol. 169, No. 120928. 21 p.
- **30.** O'Rourke P.J. Statistical properties and numerical implementation of a model for droplet dispersion in a turbulent gas // J. Computat. Phys. 1989. Vol. 83, No. 2. P. 345–360.
- Menter F., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model // Heat and Mass Transfer. 2003. Vol. 4. P. 625–632.
- 32. Flows S., Sommerfeld M. The best practice guidelines for computational fluid dynamics of dispersed multiphase flows // ERCOFTAC. 2008. Vol. 1. P. 12–35.
- 33. Clayton T. Multiphase flow handbook // Taylor & Francis Group. 2006. Vol. 1. P. 79–119.
- 34. Ranz W., Marshall W. Evaporation from drops // Chem. Engng Progress. 1952. Vol. 48. P. 141–146.
- 35. Tong Y., Yuanjiang P., Bei-Jing Z., Sibendu S., Tianfeng L., Kai L. A compact skeletal mechanism for n-dodecane with optimized semi-global low-temperature chemistry for diesel engine simulations // Fuel. 2017. Vol. 191. P. 339–349.
- 36. Stagni A., Cuoci A., Frassoldati A., Faravelli T. Ranzi E. Skeletal mechanism reduction through speciestargeted sensitivity analysis // Combustion and Flame. 2015. Vol. 163. P. 382–393.

- 37. Stagni A., Cuoci A., Frassoldati A., Faravelli T., Ranzi E. Lumping and reduction of detailed kinetic schemes: An effective coupling // Industr. and Engng Chem. Res. 2014. Vol. 53, No. 22. P. 9004–9016.
- Ranzi E., Frassoldati A., Stagni A., Pelucchi M., Cuoci A., Faravelli T. Reduced kinetic schemes of complex reaction systems: Fossil and biomass-derived transportation fuels // Intern. J. Chem. Kinetics. 2014. Vol. 46. P. 512–542.
- **39. Fangqing L.** A thorough description of how wall functions are implemented in OpenFOAM // Proc. of CFD with Opensource Software. Gothenburg, 2016. 33 p.
- 40. The open source CFD toolbox. URL: https://www.openfoam.com (дата обращения: 27.10.2022).
- **41. Kampili M.** Implementation of decay heat model as a submodel in Lagrangian library for reacting Parcel Foam solver // Proc. of CFD with OpenSource Software. Gothenburg, 2017. 39 p.
- 42. Moukalled F., Mangani L., Darwish M. The finite volume method in computational fluid dynamics // Cham. 2016. Vol. 113. P. 188–191.
- 43. Hairer E., Nørsett P., Wanner G. Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-Algebraic Problems. 2nd. ed. Berlin etc.: Springer-Verlag, 1996. Vol. 14. P. 71–89.
- 44. Kassem H., Saqr K., Aly H., Sies M., Wahid M. Implementation of the eddy dissipation model of turbulent nonpremixed combustion in OpenFOAM // Intern. Commun. Heat Mass Transfer. 2011. Vol. 38, No. 3. P. 363–367.
- 45. Fraga B., Stoesser T., Chris C., Socolofsky S. A LES-based Eulerian-Lagrangian approach to predict the dynamics of bubble plumes // Ocean Modelling. 2015. Vol. 97. P. 27–36.
- **46.** Mazzetti A. Numerical modeling and simulations of combustion processes in hybrid rocket engines // Ph.D. thesis. Politecnico di Milano. 2014. Vol. 1. 140 p.
- 47. Petrarolo A., Kobald M., Schlechtriem S. Visualization of combustion phenomena in paraffin-based hybrid rocket fuels at super-critical pressures // AIAA Propuls. and Energy Forum. 2018. No. 4927. 15 p.

Статья поступила в редакцию 25 мая 2022 г.,

после доработки — 3 ноября 2022 г.,

принята к публикации 8 декабря 2022 г.