Учитывая (5), получим

$$\frac{1}{f}\frac{df(i)}{di} = -\frac{P_{1,0}}{y_1}e^{(\delta_{VT}+y_2)i} - \frac{A_{1,0}}{y_1}e^{y_2 i}.$$

Откуда

$$f(i) = f_0 \exp\left[-\frac{P_{1,0}\left(e^{(\delta_{VT}+y_2)i}-1\right)}{y_1(\delta_{VV}+y_2)} - \frac{A_{1,0}}{y_1 y_2}\left(e^{y_2 i}-1\right)\right].$$

Такое же решение найдем из (6), если положить $Q_{1,0} = 0$.

Для определения населенностей колебательных уровней нижнего электронного состояния можно воспользоваться решением из [8]. Знание функций распределения молекул по колебательным уровням верхнего и нижнего электронных состояний и вероятностей образования молекул в этих состояниях в элементарном акте возбуждения позволяет оценить частичную инверсию населенности на этих электронных состояниях. Определение изменения во времени частичной инверсии населенности требует детального анализа кинетических уровней всей совокупности физических процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Башкин А. С., Куприянов Н. Л., Ораевский А. Н.** О химических лазерах видимого диапазона // Квантовая электрон.— 1978.— Т. 5, № 12.
2. **Heberlin J. M., Cohen N.** Help: A model for evaluating the feasibility of using various chemical reaction as electronic lasers // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.— 1975.— V. 15, N 9.
3. **Qi Z., Ruiping H., Fengting S. et al.** Studies of visible chemical lasers. I. Electronic transition IF chemical laser // Chinese Physics-Lasers.— 1988.— V. 15, N 1.
4. **Jones C. R., Broida H. P.** Gas-phase reaction of Ba with N_2O. I. Measurement of production effeciency of excited states // J. Chem. Phys.— 1974.— V. 60, N 11.
5. **Fild R. W., Jones C. R., Broida H. P.** Gas-phase reaction of Ba with N_2O. II. Mechanism of reaction // J. Chem. Phys.— 1974.— V. 60, N 11.
6. **Wentink T., Robert J., Spindle J.** Franck — Condon factors, r-centroids and oscillator strength of BaO // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.— 1972.— V. 12, N 2.
7. **Ораевский А. Н., Савва В. А.** Возбуждение колебаний молекулы лазером и химические реакции // Краткие сообщения по физике.— 1970.— № 7.
8. **Гордиец Б. Ф., Мамедов Ш. С.** Функция распределения и скорость релаксации колебательной энергии в системе ангармонических осцилляторов // ПМТФ.— 1974.— № 3.

г. Москва *Поступила 15/V 1990 г.*

УДК 538.24.42

С. А. Калихман

ПРЕДЕЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ УСКОРЕНИЯ ПРОВОДНИКОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМИ СИЛАМИ

Ускорение проводников электромагнитными силами — процесс, используемый для исследования высокоскоростных соударений [1, 2]. Если нагрев метаемого тела рассмотрен достаточно подробно [3, 4], то механические деформации и напряжения в проводнике в процессе разгона изучены недостаточно. Вместе с тем ясно, что деформация проводника может не только исказить картину высокоскоростного взаимодействия, но и привести к развалу его на отдельные фрагменты, ориентированные хаотически, ускорение которых уже невозможно. Цель данной работы — изучение предельных режимов ускорения с точки зрения допустимых деформаций и выбор параметров, обеспечивающих достижение наибольшей скорости.

Рассмотрим движение в направлении оси OZ, перпендикулярной оси проводящего упругого стержня длиной l, массой на единицу длины m, под действием распределенной вдоль стержня электромагнитной нагрузки $F(y, t) = (B + Ay)^2 \sin^2 \omega t$, $y \in [0{,}5l; -0{,}5l]$, A, B — постоянные.

Подобная зависимость ускоряющей силы характерна для электромагнитных ускорителей, описанных в [2, 4]. Движение стержня можно представить как поступательное вместе с подвижной системой координат, связанной с центром масс, и относительное в ней. Используя теорему о движении центра масс, считая в начальный момент деформации и скорости равными нулю, после интегрирования найдем закон движения подвижной системы координат (центра масс) относительно неподвижной:

$$Z_c = \frac{Al^2 + 12B}{48m\omega^2}(\omega^2 t^2 - \sin^2 \omega t). \tag{1}$$

Для тонких стержней, когда можно пренебречь влиянием инерции вращения и поперечных деформаций сдвига, движение проводника в подвижной системе описывается уравнением упругих колебаний [5]

$$EJ\alpha^{\mathrm{IV}} + m\ddot{\alpha} = f(y, t), \tag{2}$$

где α — прогиб, обусловленный деформацией изгиба; E — эффективный с учетом импульсного характера нагружения и нагрева модуль упругости; J — момент инерции; $f(y, t) = A(y^2 - l^2/12) \sin^2 \omega t$; начальные и граничные условия:

$$\alpha(y, 0) = 0, \ \dot{\alpha}(y, 0) = 0,$$

$$\alpha''(l/2, t) = \alpha''(-l/2, t) = 0, \ \alpha'''(l/2, t) = \alpha'''(-l/2, t) = 0$$

(точка и штрих означают производные по времени t и координате y).

Основываясь на известном решении уравнения (2), приведенного, например, в [5], после преобразований найдем

$$\alpha(\varepsilon, t) = -\frac{Al^6}{EJ} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\operatorname{tg} \frac{\xi_{2i-1}}{2}}{\xi^7_{2i-1}} \left(\frac{\operatorname{sh} \varepsilon\xi_{2i-1}}{\operatorname{ch} \frac{\xi_{2i-1}}{2}} - \frac{\sin \varepsilon\xi_{2i-1}}{\cos \frac{\xi_{2i-1}}{2}} \right) \times \tag{3}$$

$$\times \left(1 + \frac{4\omega_1^2 \cos \xi^2_{2i-1}\tau - \xi^4_{2i-1} \cos 2\omega_1\tau}{\xi^4_{2i-1} - 4\omega_1^2} \right), \quad F(\varepsilon, \tau) = (B + A\varepsilon^2) \sin^2 \omega_1\tau,$$

где $\varepsilon = y/x_0$; $\varepsilon \in [-0{,}5; 0{,}5]$; $\omega_1 = \omega t_0$; $\tau = t/t_0$; $x_0 = l$; $t_0 = l^2/a$; $a = EJ/m$; ξ_{2i-1} — корни уравнения $\cos \xi_{2i-1} = \operatorname{ch}^{-1}\xi_{2i-1}$.

В зависимости от знака постоянной A возможны два случая профиля электромагнитной нагрузки: нагрузка в центре стержня ($\varepsilon = 0$) больше, чем по краям, и нагрузка на краях превышает ее значение в центре. Исследуем предельные режимы ускорения в обоих случаях.

1. Параметр $A = -A_1$, $A_1 \geqslant 0$. При этом в стержне возникают растягивающие напряжения σ_1 вследствие изгиба и растягивающих усилий и напряжения σ_2, образующиеся под действием горизонтальной y составляющей электромагнитной силы. Следуя [6], запишем

$$\sigma_1 = -\alpha'' Er, \quad \sigma_2 = \frac{1}{S} \int_{-0{,}5}^{\varepsilon} B(1 - \beta_1\varepsilon^2) \frac{\partial\alpha}{\partial\varepsilon} d\varepsilon. \tag{4}$$

Здесь r — координата крайней точки сечения; $\alpha'' = \frac{1}{l^2}\frac{\partial^2\alpha}{\partial\varepsilon^2}$; $\beta_1 = A_1 l^2/B$; S — площадь сечения. Условие разрушения проводника: $\sigma_1 + \sigma_2 = [\sigma]$, где $[\sigma]$ определяется механическими свойствами материала с учетом импульсного характера нагружения и нагрева.

Из (3), (4) получим уравнение для расчета предельного по условиям разрушения режима ускорения:

$$1 - 4\left[\Pi_2^* \beta_1 \sin^2 \omega_1\tau \int_{-0{,}5}^{\varepsilon_1} (1 - \beta_1\varepsilon^2)\Sigma_{i2}\, d\varepsilon - \Pi_1^*\beta_1\Sigma_{i1} \right] = 0, \tag{5}$$

$$\Pi_1^* = \frac{l^2 rB}{J[\sigma]}, \ \Pi_2^* = \frac{B^2 l^4}{EJS[\sigma]},$$

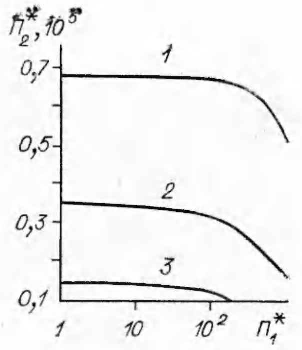

Рис. 1

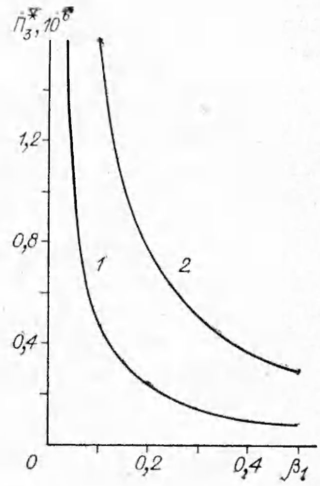

Рис. 2

$$\Sigma_{i1} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\operatorname{tg}\frac{\xi_{2i-1}}{2}}{\xi_{2i-1}^5}\left(\frac{\operatorname{ch}\xi_{2i-1}\varepsilon_1}{\operatorname{ch}\frac{\xi_{2i-1}}{2}} - \frac{\cos\xi_{2i-1}\varepsilon_1}{\cos\frac{\xi_{2i-1}}{2}}\right) f_{2i-1}(\tau),$$

$$\Sigma_{i2} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\operatorname{tg}\frac{\xi_{2i-1}}{2}}{\xi_{2i-1}^6}\left(\frac{\operatorname{sh}\xi_{2i-1}\varepsilon}{\operatorname{ch}\frac{\xi_{2i-1}}{2}} - \frac{\sin\xi_{2i-1}\varepsilon}{\cos\frac{\xi_{2i-1}}{2}}\right) f_{2i-1}(\tau),$$

$$f_{2i-1}(\tau) = 1 + \left(\xi_{2i-1}^4 - 4\omega_1^2\right)^{-1}\left(4\omega_1^2\cos\xi_{2i-1}^2\tau - \xi_{2i-1}^4\cos 2\omega_1\tau\right).$$

В случае резонанса на одной из частот, когда $\xi_{2i-1}^2 = 2\omega_1$, выражение для временного сомножителя принимает вид

$$f_{2i-1}(\tau) = 1 - (\omega_1\tau\sin 2\omega_1\tau + \cos 2\omega_1\tau).$$

С использованием соотношения (5) рассчитаны кривые опасных параметров (рис. 1, $\omega_1 = 31{,}4$, $\beta_1 = 0{,}1$; $0{,}2$; $0{,}5$ — линии *1*—*3*) при различных значениях частоты ускоряющей силы и степени неоднородности силовой нагрузки β_1. Определялись координата ε_1 стержня, а также момент времени в пределах первого полупериода, в которых растягивающие напряжения наибольшие. Результаты расчетов показывают, что основной вклад в деформацию проводника, исключая случай резонанса, вносит первая гармоника. Значения фазового угла $\omega_1\tau$, соответствующего наибольшим напряжениям, превышают $\pi/2$.

2. Параметр $A > 0$. В этом случае появляющиеся вследствие изгиба стержня горизонтальные составляющие электромагнитной силы могут привести к потере устойчивости ранее, чем произойдет разрушение за счет сжимающих напряжений. Для определения критического значения силы воспользуемся энергетическим методом [6], основанным на равенстве работы критической силы энергии изгиба. Учитывая малую величину прогибов и задаваясь уравнением упругой линии в виде $y = C(1 - \cos\pi\varepsilon)$, после преобразований для критического значения силового параметра получим

$$П_3^* = \left\{\frac{8\sin^2\omega_1\tau}{\pi^2}\int_0^{0,5}\beta_1(1+\beta_1\varepsilon^2)\left(\varepsilon - \frac{\sin 2\pi\varepsilon}{2\pi}\right)\Sigma_{i2}\,d\varepsilon\right\}^{-1} \tag{6}$$

$$\left(П_3^* = B^2\frac{l^6}{(FJ)^2}\right).$$

Результаты расчетов по соотношению (6) (рис. 2, $\omega_1 = 3{,}14$ и $31{,}4$ — линии *1* и *2*) позволяют найти максимально допустимые значения ускоряющей силы, по которым определяются скорость проводника и пройденный путь.

При проектировании электромагнитных ускорителей твердых тел исходными являются требуемые значения скорости проводника (заданных размеров и плотности) и длина тракта ускорения. Используя (1) в относительных единицах, найдем выражение для скорости центра масс v_1 и пройденного пути, равного длине тракта ускорения H_1:

$$v_1 = \frac{Bl^3}{EJ}\frac{12-\beta_1}{48}(2\omega_1\tau_1 - \sin 2\omega_1\tau_1),$$

$$H_1 = \frac{Bl^3}{EJ}\frac{12-\beta_1}{48\omega_1}\left(\omega_2^2\tau_1^2 - \sin^2\omega_1\tau_1\right).$$

Для времени ускорения τ_1 имеем

$$\frac{\omega_1 H_1}{v_1} = \frac{(\omega_1\tau_1)^2 - \sin^2\omega_1\tau_1}{2\omega_1\tau_1 - \sin 2\omega_1\tau_1}. \tag{7}$$

Ранее указывалось, что практически для всех встречающихся значений параметров наибольшие напряжения возникают в середине стержня. Таким образом, при вычислении сумм и интегралов можно считать $\varepsilon_1 = 0$, что существенно упрощает расчеты. Уравнение (5) при этом принимает вид

$$8\beta_1^2\Pi_2^*\Sigma_{i21}\sin\omega_1\tau_1 - 4\beta_1\left(\Pi_2^*\Sigma_{i20}\sin^2\omega_1\tau_1 - \Pi_1^*\Sigma_{i10}\right) + 1 = 0. \tag{8}$$

Здесь Σ_{i10} соответствует выражению для Σ_{i1} в соотношении (5) при $\varepsilon_1 = 0$;

$$\Sigma_{i20} = \sum_{i=1}^{\infty}\frac{\operatorname{tg}\frac{\xi_{2i-1}}{2}}{\xi_{2i-1}^7}\left[\left(\operatorname{ch}\frac{\xi_{2i-1}}{2}\right)^{-1} + \left(\cos\frac{\xi_{2i-1}}{2}\right)^{-1} - 2\right]f_{2i-1}(\tau_1);$$

$$\Sigma_{i21} = \sum_{i=1}^{\infty}\frac{\operatorname{tg}\frac{\xi_{2i-1}}{2}}{\xi_{2i-1}^9}\left[\left(\operatorname{ch}\frac{\xi_{2i-1}}{2}\right)^{-1} - \left(\cos\frac{\xi_{2i-1}}{2}\right)^{-1} - \frac{\xi_{2i-1}^2}{4}\right]f_{2i-1}(\tau_1).$$

Выразив усилие в центре стержня через известное значение длины тракта ускорения

$$B = \frac{48H_1EJ\omega_1^2}{l^3(12-\beta_1)}\left(\omega_1^2\tau_1^2 - \sin^2\omega_1\tau\right)^{-1} \tag{9}$$

и используя (8), получим соотношение для расчета допустимой неоднородности силовой нагрузки

$$(8K_1\Sigma_{i21} - 4K_2\Sigma_{i10} + 1)\beta_1^2 - (4K_1\Sigma_{i20} - 48K_2\Sigma_{i10} + 24)\beta_1 + 144 = 0, \tag{10}$$

где $K_1 = \dfrac{2304H_1^2EJ\omega_1^4\sin^2\omega_1\tau_1}{l^2S[\sigma]\left(\omega_1^2\tau_1^2 - \sin^2\omega_1\tau\right)^2}$; $K_2 = \dfrac{48H_1E\omega_1^2\tau_1}{l[\sigma]\left(\omega_1^2\tau_1^2 - \sin^2\omega_1\tau_1\right)}$.

Уравнения (7)—(10) позволяют найти допустимые значения силовой нагрузки, с использованием которых можно определить параметры энергоисточника.

Расчеты предельной по условиям механических деформаций и предельной по условиям нагрева скорости (в предположении перехода металла на оси проводника в жидкую фазу [3]) показывают, что для практически достижимых степеней неоднородности силовой нагрузки ($\beta_1 \geqslant 0{,}05$) ограничение скорости исходя из механических деформаций более жесткое, чем по условию нагрева. Таким образом, роль нагрева сводится к уменьшению прочности метаемого проводника, в результате чего он разрушается под действием механических нагрузок.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кейбл А.** Ускорители для метания со сверхзвуковыми скоростями // Высокоскоростные ударные явления.— М.: Мир, 1973.
2. **О возможности** применения электромагнитных ускорителей для исследования процессов, возникающих при высокоскоростном соударении твердых тел/В. Ф. Агарков, А. А. Блохинцев, С. А. Калихман и др. // ПМТФ.— 1982.— № 2.

3. **Калихман С. А.** Оптимизация режимов электродинамического ускорения цилиндрических проводников // ПМТФ.— 1985.— № 6.
4. **Калихман С. А.** Переходные электромагнитные процессы при взаимодействии импульсного магнитного поля с цилиндрическим проводником // Электричество.— 1981.— № 9.
5. **Ольховский И. И.** Курс теоретической механики для физиков.— М.: Наука, 1970.
6. **Бисплингхофф Р. Л., Эшли Х., Халфмэн Р. Л.** Аэроупругость.— М.: ИЛ, 1958.

г. Чебоксары *Поступила 3/V 1990 г.*

УДК 533.6; 534.220

А. В. Емельянов, А. В. Еремин

ОБОБЩЕННЫЕ ЭМПИРИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ДИНАМИКИ СТАРТОВЫХ РАЗРЫВОВ ПРИ ЗАПУСКЕ НЕДОРАСШИРЕННЫХ СТРУЙ

Процесс формирования недорасширенной струи сопровождается образованием сложных газодинамических структур — ударных волн и волн разрежения, контактных поверхностей. Геометрия, амплитуды и динамика этих структур принципиально зависят от большого числа определяющих параметров, таких как параметры торможения и нерасчетность течения, состав газа, мерность потока, характерный размер сопла. Закономерности движения стартовых разрывов при запуске струи исследовались в большом количестве экспериментальных [1—4] и теоретических [5—8] работ. В [4, 7, 9] сделаны попытки введения обобщающих параметров, пригодных для моделирования процесса формирования струи в разных режимах течения. Отправными моментами в них являлись обобщающие параметры и критерии подобия, развитые для течений в стационарных сверхзвуковых струях, а также в теории точечного взрыва [10]. Последующими шагами этих исследований являлось введение дополнительных критериев, учитывающих особенности нестационарных процессов на стадии запуска струи [1, 2, 8]. Имеющиеся в настоящее время литературные данные в силу приближенности используемых аналитических моделей и ограниченности изученных экспериментальных режимов не дают возможности сформировать какие-либо универсальные критерии подобия, с использованием которых было бы возможно описать динамику стартовых газодинамических структур в виде уравнений, не зависящих от перечисленных выше определяющих параметров потока.

Цель настоящей работы — анализ большого количества экспериментальных данных по движению стартовых разрывов вдоль оси формирующейся струи и получение единых соотношений, описывающих их динамику в широком диапазоне определяющих параметров. Проведено большое количество экспериментов в двумерных (плоских) сверхзвуковых струях, истекающих из звукового щелевого сопла, в различных модельных газах (Ar, N_2, CO_2) в широком диапазоне температур, давлений торможения и нерасчетностей формирующихся струй. Кроме того, проанализированы предшествующие экспериментальные данные [1—3], полученные как в плоских, так и в осесимметричных струях в диапазоне нерасчетностей от 10 до 10^8.

В тех режимах экспериментов, когда истечение струи происходит в пространство с противодавлением, т. е. давление фонового газа $p_\infty \geqslant 0{,}1$—1 Па, в стартовой области потока возникает нестационарная газодинамическая структура, которая помимо самого фронта истекающего газа включает первичную ударную волну, распространяющуюся в фоновом газе, и вторичную, согласующую давление в истекающем газе с давлением окружающего пространства. Распространяясь вверх по течению со скоростями, меньшими скорости потока, эта вторичная волна постепенно сносится от сечения ее образования вблизи среза сопла до своего стационарного положения. В ряде экспериментов наблюдались не одна, а две вторичные волны [11], а также некоторые нерегулярности в динамике всех упомянутых стартовых разрывов.

В данной работе движение основных газодинамических разрывов (фронта истекающего газа, первичной и вторичной ударных волн) вдоль оси формирующейся струи проанализировано в рамках полиномов второй степени, отвечающих модельным представлениям [1, 7].

Эксперименты проводились на установке, представляющей сочетание ударной трубы и вакуумной камеры [11]. Истечение газа осуществлялось из щелевого сопла с полушириной $r_* = 1{,}15$ мм, длиной $d = 40$ мм, установленного в торце ударной трубы, соединенной с вакуумной камерой, в которой была смонтирована специальная приставка, организующая двумерность течения. Процесс истечения регистрировался шлирен-