УДК 532.542, 536.24, 519.6

Моделирование течения и теплопереноса в поперечно-гофрированной трубе с использованием численных методов, искусственных нейронных сетей и генетических алгоритмов

С. Эйамса-ард¹, В. Чуваттанакул², Х. Сафихани³, П. Промтхайсонг⁴

¹Технологический университет Маханакорна, Бангкок, Таиланд ²Технологический институт короля Монгкута, Бангкок, Таиланд ³Университет Арака, Арак, Иран ⁴Махасаракхамский университет Маха Саракхам, Таиланд

Email: k.pitak_pts@hotmail.com

В работе выполнена многокритериальная оптимизация параметров геометрии трубы со спиральнопоперечным гофрированием (spirally-cross-corrugated, SCC) при использовании численных методов, генетических алгоритмов (genetic algorithms, GAs) и искусственных нейронных сетей (artificial neural networks, ANNs). В результате, во-первых, получено численное решение для турбулентного течения с различной геометрией SCC-трубы при помощи метода конечных объемов с реализуемой k-е-моделью турбулентности. Кроме того, в трубе вычисляются коэффициент трения f и коэффициент теплоотдачи. Во-вторых, для турбулентного режима потока исследуется влияние двух параметров — отношений шага гофра (PR = p/D) и глубины гофра (DR = e/D) к диаметру трубы — на интенсивность продольных структур, включающих четыре вихря, и на тепловые характеристики. На последнем этапе на основе полученных полиномов нейронных сетей применяются многоцелевые генетические алгоритмы (NSGA II) для базирующейся на методе Парето многокритериальной оптимизации параметров потока в рассматриваемых трубах. При этом анализируются два конфликтующих параметра fRe и число Нуссельта Nu — в зависимости от трех актуальных для проектирования переменных: числа Рейнольдса (Re), величин PR и DR. С помощью многоцелевой оптимизации по Парето выявлен ряд интересных и важных зависимостей указанных параметров и переменных. Полученные зависимости применимы для оптимального проектирования для задач теплопереноса в SCC-трубах. Их невозможно было бы получить без использования комбинации численных методов, ANN-моделирования и оптимизации по Парето.

Ключевые слова: теплоперенос, продольное вихревое течение, труба со спирально-поперечным гофрированием, многокритериальная оптимизация.

Введение

Для увеличения коэффициента теплоотдачи и улучшения тепловых характеристик труб теплообменников, а также с целью уменьшения размеров оборудования и эксплуатационных затрат разработаны многочисленные устройства, усиливающие теплоперенос [1–5]. Гофрированная труба — один из наиболее распространенных типов устройств, которые

[©] Эйамса-ард С., Чуваттанакул В., Сафихани Х., Промтхайсонг П., 2022

используются в конструкциях теплообменников, так как она позволяет существенно улучшать производительность и эффективность теплообмена. Это улучшение достигается за счет повышения интенсивности турбулентности вблизи гофрированной поверхности стенки, что снижает толщину термического пристеночного слоя и приводит к интенсификации турбулентного перемешивания текучей среды, находящейся в гофрированных трубах.

К настоящему времени имеется большое количество литературных источников, в которых рассматриваются вопросы по улучшению теплопереноса, потерям давления и тепловым характеристикам для различных конфигураций и параметров гофрированных труб (рис. 1). В работе [6] изучалась скорость теплоотдачи и коэффициент трения в трубе с гофрированием по спирали и было обнаружено, что скорость теплоотдачи может возрастать до 232 %, при этом максимальная тепловая производительность составляет 2,3 для отношения шага гофра к диаметру трубы, равного 0,27, и отношения высоты ребра к диаметру, равного 0,06. Результаты исследований теплопереноса в спирально-гофрированной трубе с использованием наножидкости Al₂O₃-вода в качестве рабочего тела [7] показали, что скорость теплоотдачи может быть увеличена на 58 % для указанной нано-



жидкости с объемной концентрацией наночастиц 4 %. Авторы исследования [5] достигли интенсификации теплообмена в спирально-гофрированной трубе с использованием модели напряжений Рейнольдса и обнаружили, что интенсивность вихревого течения возрастает с увеличением отношения высоты гофра к диаметру трубы и с уменьшением отношения шага гофра к диаметру. При изучении скорости теплоотдачи и поведения течения в спирально-гофрированных трубах с шестью спиральными выступами по окружности [8] было показано, что теплообмен усиливается с уменьшением шага гофра, а увеличение глубины гофра обеспечивает бо́льшие значения скорости теплоотдачи в осесимметричных трубах с гофрированием [9] показали, что в каждой области между двумя соседними выступами неоднородного гофра расположен вихрь, который усиливает перенос тепла в трубах.

В последнее время, благодаря более точным результатам моделирования, стало возможным оценить баланс между эффективностью теплообмена и коэффициентом трения в гофрированных трубах. Многие исследователи отдали предпочтение применению многокритериальной оптимизации (multi-objective optimization, MOO), в которой использовались методология поверхности отклика (response surface methodology, RSM) с центрально-композитной конструкцией (central composite design, CCD) [10-11], многоцелевая оптимизация по Парето [12], искусственные нейронные сети [13], многоцелевые генетические алгоритмы [14] и двухцелевая оптимизация [15]. Авторы [10] использовали многокритериальную оптимизацию для проектирования и анализа характеристик теплопереноса в гофрированных трубах при изменении четырех параметров: радиус, высота, шаг гофры и число Рейнольдса (Re). Для определения взаимосвязей между переменными проектирования и целевыми функциями применялся метод RSM-CCD. Было обнаружено, что оптимальные значения полного коэффициента теплоотдачи (около 1,42) и коэффициента трения (1,22) соответствуют конкретному (фиксированному) значению относительного числа Нуссельта (нормализованного на число Нуссельта гладкой круглой трубы), большему или равному 1,2. В работе [11] результаты изучения характеристик теплопереноса с использованием многокритериальной оптимизации для проектирования конфигурации двухтрубных теплообменников с гофрированием внутренней трубы продемонстрировали оптимальность конструктивных параметров таких теплообменников при условии, что относительное число Нуссельта больше или равно 1,2. Авторы [12] показали, что, используя МОО-подход, можно получить ключевые соотношения, применимые в тепловом расчете течения в спирально-гофрированных трубах. В работе [13] были оценены скорость теплоотдачи и эффективность теплопереноса в теплообменнике с гофрированными трубами при помощи искусственной нейронной сети (artificial neural network, ANN), используемой для вычисления коэффициентов теплоотдачи и чисел Нуссельта (Nu). Применив RSM-метод, авторы [14] реализовали трехцелевую оптимизацию для труб со спиральным гофрированием наружу, чтобы получить равновесное (оптимальное) решение для скорости теплоотдачи, коэффициента трения и энергоэффективности. В работе [15] те же авторы при помощи двухцелевой оптимизации получили оптимальные решения, уравновешивающие рост скорости теплоотдачи, потери давления и соответствующие параметры проектирования.

Интенсификация теплообмена в трубе с поперечным гофром зависит от двух важных конфликтующих целевых функций, для которых нужна одновременная оптимизация в процессе многокритериальной оптимизации. Улучшение одной из этих функций приводит к ухудшению другой, что требует компромисса при проектировании. В настоящей работе представлена МОО-технология для изучения параметров в поперечно-гофрированных трубах с использованием численного метода, нейронных сетей и многоцелевых генетических алгоритмов (NSGA II) для максимизации теплоотдачи и минимизации коэффициента трения по трем расчетным параметрам: Re, *DR* и *PR*. Алгоритм NSGA II, используемый в данном исследовании, является одним из лучших и наиболее полных МОО-алгоритмов. Впервые предложенный авторами [16], он успешно применялся в последние годы в различных инженерных приложениях [17–20].

Основная цель представленной работы состоит в изучении влияния модифицированной гофрированной поверхности трубы (со спирально-поперечным гофрированием, spirally-cross-corrugated, SCC) на ее тепловые характеристики. Использование SCC-трубы направлено на усиление продольных структур основного потока, включающих четыре вихря, что приводит к уменьшению толщины термического пристеночного слоя и лучшему перемешиванию текучей среды у стенки трубы. Эти факторы позволяют увеличить интенсивность продольных вихревых структур, что приводит к усилению теплопереноса и улучшению работы теплообменника. В настоящей работе изучается влияние различных геометрий поверхности SCC-трубы (отношение шага гофрирования к диаметру трубы составляет PR = p/D = 1, 2, 3 и 3,5, отношение глубины гофрирования к диаметру трубы — DR = e/D = 0.05, 0.1 и 0.15) на характеристики структуры течения, теплопереноса, потери давления и коэффициент тепловой эффективности. В заключение, при помощи полученных полиномиальных нейронных сетей реализуются многоцелевые генетические алгоритмы (NSGA II) для многокритериальной оптимизации параметров течения в рассматриваемых трубах на основе метода Парето. Два конфликтуюших целевых параметра — f Re u Nu — исследуются в зависимости от трех переменных. актуальных для проектирования — Re, DR, PR. Показано, что многокритериальная оптимизация по Парето позволяет выявить ряд интересных и важных зависимостей указанных параметров и переменных. Полученные зависимости применимы в качестве принципов оптимального проектирования для задач теплопереноса в SCC-трубах. Эти соотношения не могли быть получены без использования комбинации численных методов, ANN-моделирования и оптимизации по Парето.

Геометрия трубы со спирально-поперечным гофрированием

В работе моделируются двенадцать вариантов трубы со спирально-поперечным гофрированием. На рис. 2 приведены основные структурные параметры SCC-трубы, включая глубину гофра (*e*), шаг гофра (*p*), характерный диаметр (*D*) и модель течения в SCC-трубе. Шаг гофра *p* составляет 360° длины спирали, а глубина канавки представляет собой глубину гофрирования *e*. Для получения численных результатов используется SCC-труба с конфигурациями, имеющими следующие размеры: отношения шага гофра к диаметру p/D = 1, 2, 3 и 3,5 и отношения глубины к диаметру e/D = 0,05, 0,1 и 0,15. Скорость потока воздуха, поступающего в трубу, регулируется в модели таким образом, чтобы были получены числа Рейнольдса (Re) в диапазоне от 5000 до 20000.

Постановка численного моделирования

При численном моделировании поля течения и переноса тепла в трубе со спирально-поперечным гофрированием были сделаны следующие допущения: течение является



Рис. 2. Трехмерная модель трубы со спирально-поперечным гофрированием.

трехмерным, стационарным и несжимаемым, объемные силы пренебрежимо малы, радиационный теплоперенос отсутствует.

Скорость воздуха на входе варьировалась от 1,61 до 6,78 м/с. Следуя [21], основные уравнения (1) – (5) можно сформулировать следующим образом:

— уравнение сохранения массы:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0; \tag{1}$$

— уравнение сохранения импульса:

$$\frac{\partial \left(\rho u_{i} u_{j}\right)}{\partial x_{j}} = -\frac{\partial P}{\partial x_{i}} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left[\mu \left(\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}} - \rho \overline{u_{i} u_{j}} \right) \right];$$
(2)

— уравнение сохранения энергии:

$$\frac{\partial \left(\rho u_{i}T\right)}{\partial x_{i}} = \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left(\left(\Gamma + \Gamma_{t}\right)\frac{\partial T}{\partial x_{j}}\right),\tag{3}$$

где P — давление, ρ — плотность, μ — динамическая вязкость текучей среды, Γ и Γ_t — соответственно коэффициенты молекулярной и турбулентной температуропроводности, которые можно записать как

$$\Gamma = \frac{\mu}{\Pr}, \quad \Gamma_{t} = \frac{\mu_{t}}{\Pr_{t}}.$$
(4)

Выражение для напряжений Рейнольдса имеет вид:

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij},$$
(5)

где u' — пульсационная компонента скорости, u_i — средняя компонента скорости в направлении координаты x_i , δ_{ij} — дельта-функция Кронекера. Турбулентная кинетическая энергия определяется как $k = 0, 5\overline{u'_iu'_i}$. В связи с преимуществом относительно небольших вычислительных затрат при расчете турбулентной вязкости, заданной как $\mu_t = \rho C_{\mu} k^2 / \varepsilon$, где C_{μ} — функция скоростей средней деформации и вращения [22], была использована гипотеза Буссинеска.

Реализуемая *k*-*ɛ*-модель может быть сформулирована, как в работе [22]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon + S_k, \tag{6}$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\varepsilon u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S\varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{v\varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b + S_{\varepsilon}, \tag{7}$$

где

$$C_1 = \max\left[0, 43, \frac{\eta}{\eta + 5}\right], \quad \eta = S\frac{k}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right), \tag{8}$$

при этом задаются следующие модельные константы:

$$\sigma_k = 1,0, \quad \sigma_\varepsilon = 1,2, \quad C_{1\varepsilon} = 1,44, \quad C_2 = 1,9.$$
 (9)

Первый узел вблизи стенки характеризуется величиной y^+ , которая записывается в виде

$$y^{+} = u^{*} y \rho / \mu, \qquad (10)$$

где скорость трения определяется как

$$u^* = \sqrt{\tau_0/\rho},\tag{11}$$

 y^+ и y — соответственно безразмерное и размерное расстояния (по нормали к стенке) от центра ячейки до стенки, τ_0 — касательное напряжение на стенке.

Для определения полей скорости и давления на основе метода конечного объема использовался SIMPLE-алгоритм [23]. Для аппроксимации членов конвекции применялась QUICK-схема дискретизации. Сходимость уравнения энергии и других уравнений считалась достигнутой, когда нормализованные значения невязок становились меньше 10^{-9} и 10^{-5} соответственно. В вычислительной области была сгенерирована сетка с тетраэдральными элементами. При этом в пристеночной области для разрешения вязкого подслоя, где градиенты скорости и температуры велики, использовалось сгущение сетки с размером ячеек $y^+ \approx 1$. При решении уравнений для величин k и ε применялась пристеночная модель с улучшенной формулировкой (Enhanced Wall Treatment, EWT).

Граничные условия

На входе и выходе вычислительной области для течения использовались периодические условия, где поле средней скорости в ячейках входной границы повторяется в соответствующих ячейках на выходной границе. На стенке применялось условие прилипания, и поддерживался постоянный тепловой поток через стенку, равный 600 Вт/м². В качестве рабочей текучей среды использовался воздух при температуре 300 K, поступающий с постоянным массовым расходом. Физические свойства воздуха полагались постоянными (табл. 1).

Таблица 1

Величина	Воздух	Единица измерения
Плотность (ρ)	1,1614	кг/м ³
Удельная теплоемкость при постоянном давлении (<i>C_p</i>)	1007	Дж/(кг·К)
Теплопроводность (k_a)	0,0263	Bт/(м·К)
Динамическая вязкость (µ)	$1,846 \cdot 10^{-5}$	кг/(м·с)
Число Прандтля (Pr)	0,707	_

Свойства рабочей среды

Параметры моделирования

Определяющими параметрами задачи являются число Рейнольдса Re, коэффициент трения f, локальное число Нуссельта Nu_x, среднее число Нуссельта Nu и коэффициент теплового усиления (thermal enhancement factor, TEF), которые приводятся ниже в уравнениях (12) – (18) соответственно:

$$Re = \frac{\rho u D_h}{\mu},$$
(12)

$$f = \frac{(\Delta P / L)D_{\rm h}}{(1/2)\rho u^2}.$$
 (13)

Локальное число Нуссельта Nu_x и среднее число Нуссельта Nu определялись по всей поверхности периодической секции трубы как

$$\mathrm{Nu}_{x} = \frac{h_{x} D_{\mathrm{h}}}{k_{\mathrm{a}}},\tag{14}$$

$$\mathrm{Nu} = \frac{1}{A} \int \mathrm{Nu}_{x} dA. \tag{15}$$

Коэффициент TEF, по данным работы [24], является показателем эффективности, который можно использовать для любого теплообменника. Величина TEF оценивается при одной и той же мощности насоса/нагнетателя (pump/blower power, pp) в трубе с увеличенной поверхностью и в прямой гладкой круглой трубе. При одинаковой мощности накачки можно записать

$$\left(\dot{V}\Delta P\right)_{0} = \left(\dot{V}\Delta P\right),\tag{16}$$

где индекс «0» обозначает величины для прямой гладкой круглой трубы. Члены в уравнении (16) можно переписать в виде числа Рейнольдса (Re) из уравнения (12) и коэффициента трения *f* из уравнения (13):

$$\left(f\,\mathrm{Re}^3\right)_0 = \left(f\,\mathrm{Re}^3\right).$$

Разделив обе части этого уравнения на $f_{0\rm Re}$ (коэффициент трения в прямой гладкой

круглой трубе для числа Re трубы с увеличенной поверхностью), получим:

$$\operatorname{Re}_{0}^{3}\left(\frac{f_{0}}{f_{0,\operatorname{Re}}}\right) = \operatorname{Re}^{3} \cdot \frac{f}{f_{0,\operatorname{Re}}}.$$

245

Величина ТЕF определяется как

$$\text{TEF} = \frac{h}{h_0} \bigg|_{\text{pp}} = \frac{\text{Nu}}{\text{Nu}_0} \bigg|_{\text{pp}}.$$
 (17)

Уравнение (17) после подстановки степенных уравнений — корреляции Диттуса–Боелтера для Nu_0 и корреляции Блазиуса для f (уравнения (19) и (20) соответственно) — преобразуется к следующему виду:

TEF =
$$\frac{(Nu / Nu_0)_{Re}}{(f / f_0)_{Re}^{0.8/2,75}}$$
. (18)

Результаты и обсуждение

Проверка достоверности результатов для прямой гладкой круглой трубы

Для проверки надежности используемых численных методов приведем данные по скорости внутренней теплоотдачи и характеристикам трения в потоке. Достоверность полученных результатов для поведения числа Нуссельта (Nu) и коэффициента трения *f* в прямой гладкой круглой трубе подтверждается путем сравнения соответственно с корреляциями Диттуса–Боелтера и Блазиуса [25] (см. рис. 3*a*, 3*b*), которые имеют вид:

$$Nu = 0,023 Re^{0.8} Pr^{0.4}$$
(19)

И

$$f = 0.316 \mathrm{Re}^{-0.25}.$$
 (20)

При валидации данных для прямой гладкой круглой трубы применялись три модели турбулентности: реализуемая *k*-*ɛ*-модель, RNG *k*-*ɛ*-модель и SST *k*-*ω*-модель.



Рис. 3. Валидационные тесты, представляющие $Nu_0(a)$, $f_0(b)$, Nu(c), f(d) как функции от числа Рейнольдса.



Численные результаты показали, что как значения числа Нуссельта, так и значения коэффициента трения f, полученные при помощи реализуемой k— ε -модели турбулентности, хорошо согласуются со стандартными корреляциями. Результаты этой модели дают более низкие (чем для других моделей турбулентности) отклонения от данных стандартных корреляций: примерно $\pm 9,5$ % для числа Нуссельта и ± 8 % для коэффициента трения. Следовательно, допустимо определять характеристики теплопереноса и структур течения в трубах со спирально-поперечным гофрированием при помощи реализуемой k— ε -модели турбулентности.

Проверка достоверности данных для гофрированной трубы

Полученное в расчете число Нуссельта отражает тепловые характеристики течения в гофрированной трубе, что подтверждается данными работы [6]. Результаты моделирования полагаются достоверными, поскольку относительная ошибка оказалась в сравнительно небольшом диапазоне. Отметим, что для валидации полученных в представленной работе результатов численные методы сначала были опробованы применительно к типичной спирально-гофрированной трубе той же геометрии, что была использована ранее в работе [6]. Сравнение величин чисел Нуссельта Nu и коэффициента трения f, найденных в настоящей работе при помощи указанного выше численного метода для течения в гофрированной трубе с числами Рейнольдса в диапазоне от 5000 до 20000, с данными исследования [6] представлено на рис. 3c, 3d. Значения относительных ошибок при сравнении результатов настоящего моделирования с ранее опубликованными данными по числу Нуссельта и коэффициенту трения составили менее ± 6 % и ± 5 % соответственно. Таким образом, использование сформулированной выше численной модели для анализа процессов интенсификации теплообмена в течении в трубе со спирально-поперечным гофрированием представляется допустимым.

Независимость результатов от разрешения сетки

Чтобы получить решение, независимое от числа ячеек сетки, было исследовано пять сеток с различным количеством элементов (108586, 512293, 1086749, 1578486 и 2098461) для трубы со спирально-поперечным гофрированием при Re = 10000, PR = 2 и DR = 0,10 (рис. 4). Приведенные на графиках результаты для числа Нуссельта Nu и коэффициента трения *f* изменялись менее чем на 0,4 % при увеличении количества элементов с 1578486 до 2098461. На основе этого результата для экономии вычислительных ресурсов было использовано 1578486 элементов при моделировании всех случаев.



Рис. 4. Независимость результатов вычислений от числа элементов сетки для SCC-трубы при PR = 2, DR = 0,1 и Re = 10000.

Структура течения

На рис. 5а, 5b представлены траектории частиц и изолинии скорости, иллюстрирующие влияние параметров DR и PR на структуру течения. Стенку с поперечно-спиральным гофрированием обычно разделяют на две V-образные секции вверх и вниз по потоку (см. рис. 2), обозначаемые в английской литературе соответственно как «V-downstream» и «V-upstream». За секцией «V-upstream» появлялись винтовые потоки, создаваемые гофрированной стенкой. Однако перед секцией «V-downstream» индуцировалось течение, которое сталкивалось со стенкой, прежде чем перейти в следующий модуль. До взаимодействия с SCC-стенкой его скорость увеличивалась. По мере увеличения DR спиральные потоки усиливались, т.е. увеличивались как скорость течения, индуцированного в пристенной области, так и уровень турбулентности. Кроме того, рост скорости течения приводил к увеличению угла атаки потока вблизи вершины спиральных ребер поперечно-гофрированной стенки. С другой стороны, с ростом PR скорость течения уменьшалась, как и уровень турбулентности. При наименьшем значении параметра PR, равном 1, в пристенной области возникал рециркуляционный поток и в поперечном сечении трубы наблюдалась максимальная скорость. Отметим, что повышенная турбулентность приводила к интенсификации теплопереноса.

На рис. 6*a*, 6*b* показано влияние соответственно *DR* и *PR* на структуру течения и поле турбулентной кинетической энергии (turbulent kinetic energy, TKE) в плоскости поперечного сечения. Из рисунка видно, что спирально-поперечное гофрирование трубы индуцирует течение у стенки, состоящее из четырех вихрей. Конфигурация трубы вынуждает текучую среду сталкиваться со стенкой. Возле стенки трубы образуется зона с высоким уровнем TKE. С ростом параметра *DR* увеличивается интенсивность вихрей (а также уровень TKE) и формируются бо́льшие зоны отрыва и рециркуляции в потоке над ребрами, расположенными на гофрированных стенках. Это приводит к увеличению сдвига потока. Увеличение параметра *PR*, наоборот, снижает интенсивности вихрей. При *PR* = 1 зоны рециркуляции, возникающие за ребрами, занимают относительно больше места и более активно взаимодействуют с расположенной ниже по потоку стенкой со спирально-поперечным гофрированием (чем при большем *PR*), что обеспечивает максимальные уровни TKE.



Рис. 5. Трехмерная структура течения и распределение скорости в SCC-трубе. a - PR = 2 и Re = 5000; b - DR = 0.15 и Re = 5000.



Рис. 6. Изолинии распределения турбулентной кинетической энергии (m^2/c^2) в SCC-трубе при x = 0.5p. a - PR = 2 и Re = 5000; b - DR = 0.15 и Re = 5000.

Коэффициент трения

Зависимости коэффициента трения (f) и относительного коэффициента трения (f/f₀) от числа Рейнольдса (Re), приведенные на рис. 7a, 7b, с ростом Re проявляют тенденции к уменьшению и увеличению соответственно. В исследованном диапазоне течение в трубе со спирально-поперечным гофрированием показало во всех случаях повышение коэффициентов трения (или потери давления) с увеличением DR и уменьшением PR по сравнению с течением в прямой гладкой круглой трубе ($f/f_0 > 1$). Это происходит из-за ускорения потока в тонких слоях около стенки SCC-трубы, что приводит к рециркуляционным турбулентным течениям. Варианты SCC-трубы, соответствующие PR = 1, 2, 3 и 3,5, показали более высокие коэффициенты трения f, которые отличались от величины f_0 для прямой гладкой круглой трубы в 2,2÷8,1, 1,9÷7,8, 1,7÷6,4 и 1,5÷5,2 раз (диапазоны соответствуют изменениям значений DR и Re). Максимум f/f_0 оказался примерно в 8,1 раза выше, чем для прямой гладкой круглой трубы при PR = 1, DR = 0,15 и Re = = 20000.





DR = 0,05 (7), 0,10 (2), 0,15 (9) при PR = 3,0; DR = 0,05 (7), 0,16 (0), 0,15 (0) при PR = 2,0; DR = 0,05 (7), 0,10 (8), 0,15 (9) при PR = 3,0; DR = 0,05 (10), 0,10 (11), 0,15 (12) при PR = 3,5 в сравнении с результатами в прямой гладкой круглой трубе (13).

Поле температуры

На рис. 8*a*, 8*b* показано влияние параметров *DR* и *PR* на поле температуры текучей среды в плоскости поперечного сечения. В целом труба со спирально-поперечным



а — *PR* = 2 и Re = 5000; *b* — *DR* = 0,15 и Re = 5000.

гофрированием способствует усилению перемешивания среды за счет генерации вихревого течения. При DR = 0,05 среда у стенки имеет более высокую температуру, чем в других случаях, из-за слабой интенсивности вихрей. При этом в центре трубы наблюдается самая низкая температура. По мере роста значений параметра DR толщина слоя горячей среды уменьшается из-за усиления интенсивности вихревого течения. Низкая температура распространяется от ядра течения до пристеночной области вследствие индукции вихревого потока, приводящего к интенсификации теплообмена между текучей средой и стенкой. С ростом PR, при фиксированном значении DR, уменьшается интенсивность вихрей, поэтому результаты демонстрируют противоположную тенденцию.

Локальное распределение температуры стенок

На рис. 9a, 9b соответственно представлено влияние DR и PR на локальное распределение температуры стенки трубы со спирально-поперечным гофрированием. Видно, что увеличение значения параметра DR приводит к снижению локальной температуры стенки и росту теплообмена между текучей средой и стенкой трубы. При увеличении PRлокальная температура стенки, наоборот, растет. Области вершин ребер стенки SCCтрубы имеют самую низкую температуру из-за их возвышения и роста скорости в этих местах вследствие загромождения потока и интенсификации трехмерной вихревой структуры по сравнению с течением в прямой гладкой трубе. Однако во внутренних углах областей рециркуляции за ребрами SCC-стенки, представляющих собой зоны торможения с реламинаризацией, течение замедляется, что ослабляет теплообмен на стенке (см. рис. 10) и поэтому приводит к наличию высокой температуры в этих застойных зонах.



Рис. 9. Изолинии локального распределения температуры на стенке SCC-трубы. a - PR = 2 и Re = 5000; b - DR = 0,15 и Re = 5000.





Рис. 10. Изолинии локального числа Нуссельта на стенке SCC-трубы. *а* — *PR* = 2 и Re = 5000; *b* — *DR* = 0,15 и Re = 5000.

Распределение локального числа Нуссельта

Влияние параметров *DR* и *PR* на теплообмен на стенке трубы показано соответственно на рис. 10*a*, 10*b* в виде распределений локального числа Нуссельта на стенке. Можно заметить, что рост *DR* приводит к усилению теплообмена на стенке трубы, особенно на тех ее участках, где имеется спирально-поперечное гофрирование. Причина этого заключается в увеличении интенсивности вихрей с ростом *DR*, что приводит к уменьшению толщины термического сдвигового слоя вблизи стенки трубы и усилению теплообмена между текучей средой и стенкой. При фиксированном *PR* значение *DR* = 0,05 обеспечивает наименьший теплоперенос, поскольку небольшой размер ребер SCC-стенки не индуцирует сильные вихревые структуры, в отличие от других случаев, тогда как значение *DR* = 0,15 обеспечивает максимальную теплоотдачу. Рост *PR*, наоборот, приводит к уменьшению теплообмена, поскольку интенсивность вихрей при этом снижается.

Теплообмен

Зависимость числа Нуссельта (Nu) и относительного числа Нуссельта (Nu/Nu₀) от числа Рейнольдса (Re) продемонстрирована на рис. 11*a*, 11*b* соответственно. Коэффициент теплоотдачи для трубы со спирально-поперечным гофрированием по сравнению с его аналогом для прямой гладкой круглой трубы показывает усиление теплообмена (Nu/Nu₀ > 1). В целом с ростом Re число Нуссельта проявляет тенденцию к увеличению, а отношение чисел Нуссельта — к снижению. Течение в SCC-трубах при PR = 1, 2, 3 и 3,5 показало более высокие коэффициенты теплоотдачи: в соответствии с PR числа Nu оказались больше в $1,2\div2,5, 1,2\div2,4, 1,1\div2,3$ и $1,1\div2,2$ раз по сравнению C Nu₀ для прямой гладкой круглой трубы (диапазоны соответствуют изменениям значений DR и Re). Теплообмен усиливался при уменьшении PR и увеличении DR. Наибольшая теплоотдача, обнаруженная при PR = 1, DR = 0,15 и Re = 5000, была примерно в 2,5 раза больше, чем для прямой гладкой круглой трубы. Это явилось следствием большей площади контактной



Рис. 11. Зависимости Nu (*a*), Nu/Nu₀ (*b*) от числа Рейнольдса в SCC-трубе для *DR* = 0,05 (1), 0,10 (2), 0,15 (3) при *PR* = 1,0; *DR* = 0,05 (4), 0,10 (5), 0,15 (6) при *PR* = 2,0; *DR* = 0,05 (7), 0,10 (8), 0,15 (9) при *PR* = 3,0; *DR* = 0,05 (10), 0,10 (11), 0,15 (12) при *PR* = 3,5 в сравнении с результатами в прямой гладкой круглой трубе (13).

поверхности и более сильного перемешивания между ядром течения и стенкой SCC-трубы из-за большей интенсивности турбулентности и рециркуляции потока вблизи стенки со спирально-поперечным гофрированием.

Коэффициент теплового усиления

Связь коэффициента теплового усиления TEF с Re, представленная на рис. 12a-12d, показывает тенденцию к уменьшению TEF при увеличении Re. В исследованных диапазонах параметров величина TEF для течений в SCC-трубах при PR = 1, 2, 3 и 3,5 оказалась соответственно в $0,9\div1,41, 0,94\div1,4, 0,95\div1,43$ и $0,93\div1,41$ раз выше, чем для прямой гладкой круглой трубы (интервалы соответствуют изменениям значений DR и Re). Было обнаружено, что максимум TEF наблюдался при PR = 3, DR = 0,15 и Re = 5000 и оказался примерно в 1,43 раза выше, чем для прямой гладкой круглой трубы.

Результаты многокритериальной оптимизации

Для получения геометрических параметров поперечно-гофрированных труб, оптимальных с точки зрения эффективности теплообмена, применялись ANN-модели в многокритериальной оптимизации с использованием алгоритмов NSGA II [18, 20]. Во всех тестах был выбран размер популяции 60 с вероятностью кроссинговера P_c , равной 0,7, и вероятностью мутации P_m , равной 0,07. Две конфликтующие цели в этом исследовании заключались в поиске наилучших значений f Re и Nu, требующих одновременной оптимизации в зависимости от переменных проектирования Re, DR и PR. Задачу многокритериальной оптимизации можно сформулировать следующим образом: максимизация Nu = $f_1(\text{Re}, DR, PR)$ и минимизация $f\text{Re} = f_2(\text{Re}, DR, PR)$ при условии, что $5000 \le \text{Re} \le 20000, 0,05 \le DR \le 0,15, 1 \le PR \le 3,5.$

Следует отметить, что зависимость коэффициента трения (*f*) от числа Рейнольдса (Re) не похожа на зависимость перепада давления (ΔP) от Re. Например, увеличение числа Рейнольдса приводит к уменьшению коэффициента трения, но перепад давления при этом возрастает. Исходя из этого, для решения указанной проблемы вместо коэффициента трения рассматривался другой параметр *f*Re = $(\Delta P / L) / \mu \overline{u} / D_h^2$ (число Пуазейля),



c - PR = 3 (cm. oboshareenna 7 - 9 ha pric. 11); d - PR = 3,5 (cm. oboshareenna 7 - 12 ha pric. 11); d - PR = 3,5 (cm. oboshareenna 10 - 12 ha pric. 11).

поскольку у него та же зависимость от Re, что и у перепада давления ΔP . Очевидно, что поведение *f* Re необходимо исследовать в процессе оптимизации.

На рис. 13 приведены полученные безразмерные значения оптимальных решений в виде ряда точек, составляющих фронт Парето двух целевых функций. Имеется пять точек оптимальных решений, а именно: А, В, С, D и Е, соответствующих переменным, актуальным для проектирования, и целевым функциям (см. табл. 2). Эти точки, очевидно, указывают на достижение компромиссов по целевым функциям f Re и Nu, откуда можно получить подходящее решение. Из рис. 13 видно, что проектировщик может использовать все оптимальные точки, выявленные на фронте Парето, при задании оптимальных условий для течения в гофрированной трубе. Выбор лучшего значения для лю-



бой целевой функции на фронте Парето приведет к худшему значению для другой целевой функции. На рис. 13 расчетные точки A и E представляют наилучшее значение ΔP (или *fRe*) и наилучшее число Нуссельта Nu соответственно, и можно также легко заметить другие точки оптимальных решений — В и D. Фактически оптимальная расчетная точка B, полученная в настоящей работе, показывает

Рис. 13. Результаты многоцелевой оптимизации по Парето, полученные с целью установления взаимосвязи величин Nu и f Re.

Таблица 2

	•	· ·			
Точка	Re	DR	PR	fRe	Nu
А	5059	0,05	3,50	249,05	24,48
В	19647	0,05	3,50	886,01	60,67
С	20000	0,11	3,50	2277,47	88,81
D	20000	0,14	3,50	3631,40	103,77
E	20000	0,15	1	4924,22	113,38

Значения целевых функций и соответствующие им переменные проектирования в оптимальных точках

Рис. 14. Наложение графика оптимального фронта Парето на соответствующие данные численного моделирования.

по сравнению с точкой А увеличение перепада давления примерно на 13,6 % и улучшение числа Нуссельта примерно на 40,6 %. Аналогично оптимальная расчетная точка D по сравнению с точкой E демонстрирует уменьшение числа Nu (около 10,4 %) и улучшение ΔP примерно на 27,6 %. Далее, желательно уточнить оптимальные расчетные точки, где достигается наилучший компромисс по обеим целевым функциям. Это может быть достигнуто с помощью



метода отображения, использованного в данной работе. В этом методе значения целевых функций всех недоминантных точек отображаются в интервале от 0 до 1. Проверяем сумму этих значений для каждой недоминантной точки и там, где эта сумма минимальна, получаем наилучший компромисс. Таким образом, оптимальная расчетная точка С является точкой компромисса, найденной с помощью метода отображения.

Фронт Парето, полученный по модели нейронной сети (рис. 13), можно наложить на соответствующие численные результаты, как показано на рис. 14. Видно, что фронт Парето соответствует наилучшей возможной комбинации целевых значений численных данных, что демонстрирует эффективность этого подхода как при выводе модели, так и при получении фронта Парето.

На рис. 15 представлены оптимальные варианты зависимостей Nu и f Re от актуальных для проектирования переменных. Отметим ряд важных моментов, которые могут



Рис. 15. Оптимальные соотношения величин Nu и *f*Re с переменными, актуальными для проектирования. *l* — Re, *2* — 10*DR*, *3* — *PR*.

быть полезны при проектировании течения в гофрированных трубах. Из рисунков видно, что Re меняется квадратично между точками A и B. Кроме того, *PR* снижается почти линейно от точки D до точки E. Эти важные взаимосвязи не могли бы быть обнаружены без применения многокритериального процесса оптимизации по Парето, представленного в настоящей работе.

Заключение

В проведенном исследовании рассматривалась труба со спирально-поперечным гофрированием (SCC-труба). Изучалось влияние параметров ее геометрии для двенадцати вариантов SCC-трубы: с четырьмя различными отношениями шага гофра к диаметру трубы (PR = p/D = 1, 2, 3 и 3,5) и тремя различными отношениями глубины гофра к диаметру (DR = e/D = 0,05, 0,1 и 0,15). Исследовалось влияние изменения этих параметров на характеристики теплообмена в SCC-трубе. Основные выводы работы можно сформулировать следующим образом.

1. Значение Nu/Nu₀ в трубе со спирально-поперечным гофрированием получается примерно в 1,3÷2,5 раза выше, чем для прямой гладкой круглой трубы, при этом f/f_0 примерно также в 1,5÷8,3 раза выше из-за эффекта продольных структур, включающих четыре вихря вдоль трубы. Эти вихревые потоки усиливают перемешивание текучей среды и приводят к росту потерь давления вдоль трубы.

2. При фиксированных значениях Re с увеличением параметра DR в SCC-трубе скорость теплоотдачи (Nu), коэффициент трения (f) и коэффициент теплового усиления (TEF) постепенно возрастают, т.е. увеличение DR приводит к росту теплоотдачи в трубе со спирально-поперечным гофром. Кроме того, коэффициент теплоотдачи (Nu), коэффициент трения (f) и коэффициент теплового усиления (TEF) увеличиваются при уменьшении PR, за исключением случая, когда Re = 5000.

3. Максимальный коэффициент теплового усиления TEF = 1,43 получен для гофрированной трубы с отношением шага к диаметру PR = 3 и наибольшим отношением глубины к диаметру DR = 0,15 при наименьшем числе Рейнольдса.

4. На последнем этапе моделирования с использованием полученных полиномиальных нейронных сетей для многокритериальной оптимизации параметров течения, основанной на методе Парето, применен алгоритм NSGA II, который рассматривает две конфликтующие целевые функции и выбирает лучшие значения f Re и Nu в зависимости от трех параметров проектирования (Re, DR и PR). С помощью многоцелевой оптимизации по Парето получен ряд важных взаимосвязей для характеристик теплоотдачи, которые можно применять в качестве принципов оптимального проектирования. Такие взаимосвязи не были бы найдены без комбинации численного метода, ANN-моделирования и оптимизации по Парето.

Обозначения

A — площадь теплообмена, м ² ,	u^* — скорость трения, м/с,
$C_1, C_2, C_{1\varepsilon}, C_{3\varepsilon}$ — коэффициенты модели	\overline{u} — осредненная по входному сечению скорость,
турбулентности,	м/с,
<i>С_и</i> — функция средних скоростей деформации	u_i — средняя компонента скорости в x_i -направлении,
и вращения,	м/с,
<i>C_p</i> — удельная теплоемкость при постоянном	и' — пульсационная компонента в x _i -направлении,
давлении, Дж/(кг·К),	м/с,
D — характерный диаметр, м,	<i>u_j</i> — средняя компонента скорости в <i>x_j</i> -направлении,
<i>D</i> _h — гидравлический диаметр, м,	м/с,

DR — отношение глубины гофра к диаметру трубы,	<i>u'_i</i> — пульсационная компонента в <i>x_i</i> -направлении,
<i>е</i> — глубина гофра, м,	
<i>f</i> — коэффициент трения,	м/с,
G_k — порождение турбулентной кинетической	\dot{V} — объемный расход, м ³ /с,
энергии за счет градиентов средней скорости,	x_i , x_j — координаты, м,
$K\Gamma/(M\cdot c^3),$	<i>х</i> — координата в горизонтальном направлении
G_b — порождение турбулентной кинетической	(вдоль трубы), м,
энергии вследствие плавучести, кг/(м·с ³),	у — координата в вертикальном направлении
<i>h_x</i> — коэффициент локальной конвективной	(поперек трубы) или расстояние от центра ячейки
теплоотдачи, Вт/(м ² ·К),	до стенки по нормали к стенке, м,
k — турбулентная кинетическая энергия, м ² /c ² ,	<i>у</i> ⁺ — безразмерное расстояние по нормали к стенке
$k_{\rm a}$ — теплопроводность воздуха, Вт/(м·К),	от центра первой пристеночной ячейки
<i>L</i> — длина трубы, м,	до стенки, м,
Nu — среднее число Нуссельта,	<i>z</i> — координата в трансверсальном направлении
Nu _x — локальное число Нуссельта,	(поперек трубы), м,
<i>P</i> — давление, Па,	μ — динамическая вязкость, кг/(м·с),
ΔP — перепад давления, Па,	Г — коэффициент молекулярной
PR — отношение шага гофра к диаметру трубы,	T = T = T = T = T = T = T = T = T = T =
<i>р</i> — шаг гофры, м,	Γ was the unique matrix π (M c),
Pr — число Прандтля,	1 _t — коэффициент туроулентной
Pr _t — турбулентное число Прандтля,	температуропроводности, кг/(м⋅с),
Re — число Рейнольдса,	τ_0 — сдвиговое напряжение на стенке, H/M^2 ,
S — амплитуда средней скорости деформации, 1/с,	σ_k — турбулентное число Прандтля в k -уравнении,
S_{ij} — тензор средней скорости деформации, 1/с,	σ_{c} — турбулентное число Пранлтля в ϵ -уравнении.
S_k — определяемый пользователем источниковый	
член в k -уравнении, кг/(м·с ³),	v_{ij} densite dynktin Reporterepa,
S_{ε} — определяемый пользователем источниковый	ε — скорость вязкой диссипации k , м ⁻ /с ⁻ ,
член в ε -уравнении, кг/(м·c ⁴),	ho — плотность, кг/м',
Т — температура, К,	v — кинематическая вязкость, м ² /с,
<i>t</i> — время, с,	η — отношение временных масштабов
ТЕF — коэффициент теплового усиления.	турбулентности и средней деформации.

TEF — коэффициент теплового усиления,

Индексы и надстрочный символ

0 — прямая гладкая круглая труба, t — турбулентный, – — осреднение по Рейнольдсу (по времени).

Список литературы

- 1. Han H.-Z., Li B.-X., Yu B.-Y., He Y.-R., Li F.-C. Numerical study of flow and heat transfer characteristics in outward convex corrugated tubes // Int. J. Heat Mass Transfer. 2012. Vol. 55, Iss. 25-26. P. 7782-7802.
- 2. Шукла А.К., Деван А. Теплообмен и течение при натекании плоской турбулентной струи на гладкую и оребренную поверхности // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 5. С. 747-766.
- 3. Джедсадаратаначай У., Бунлой А. Численное исследование течения и теплообмена в канале квадратного сечения с пластинчатой вставкой с волнистой поверхностью // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 3. C. 403-421.
- 4. Терехов В.И., Гныря А.И., Коробков С.В. Вихревая картина турбулентного обтекания и теплообмен одиночного куба на плоской поверхности при различных углах атаки // Теплофизика и аэромеханика. 2010. T. 17, № 4. C. 521–533.
- 5. Wang W., Zhang Y., Li B., Han H., Gao X. Influence of geometrical parameters on turbulent flow and heat transfer characteristics in outward helically corrugated tubes // Energy Conversion and Management. 2017. Vol. 136. P. 294-306.
- 6. Pethkool S., Eiamsa-ard S., Kwankaomeng S., Promvonge P. Turbulent heat transfer enhancement in a heat exchanger using helically corrugated tube // Int. Comm. Heat and Mass Transfer. 2011. Vol. 38, Iss. 3. P. 340-347.
- 7. Darzi A.A.R., Farhadi M., Sedighi K., Aallahyari S., Delavar M.A. Turbulent heat transfer of Al₂O₃-water nanofluid inside helically corrugated tubes:numerical study // Int. Comm. Heat and Mass Transfer. 2013. Vol. 41. P. 68-75
- 8. Jin Z.J., Chen F.Q., Gao Z.X., Gao X.F., Qian J.Y. Effects of pitch and corrugation depth on heat transfer characteristics in six-start spirally corrugated tube // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2017. Vol. 108, Pt. A. P. 1011-1025.
- 9. Zhang D., Tao H., Xu Y., Sun Z. Numerical investigation on flow and heat transfer characteristics of corrugated tubes with non-uniform corrugation in turbulent flow // Chinese J. Chem. Eng. 2018. Vol. 26, Iss. 3. P. 437-444.

- Han H., Li B., Shao W. Multi-objective optimization of outward convex corrugated tubes using response surface methodology // Appl. Thermal Eng. 2014. Vol. 70, Iss. 1. P. 250–262.
- Han H.Z., Li B.X., Wu H., Shao W. Multi-objective shape optimization of double pipe heat exchanger with inner corrugated tube using RSM method // Int. J. Thermal Sci. 2015. Vol. 90. P. 173–186.
- Safikhani H., Eiamsa-ard S. Pareto based multi-objective optimization of turbulent heat transfer flow in helically corrugated tubes // Appl. Thermal Engng. 2016. Vol. 95. P. 275–280.
- Verma T.N., Nashine P., Singh D.V., Singh T.S., Panwar D. ANN: prediction of an experimental heat transfer analysis of concentric tube heat exchanger with corrugated inner tubes // Appl. Thermal Engng. 2017. Vol. 120. P. 219–227.
- Wang W., Zhang Y., Li Y., Han H., Li B. Multi-objective optimization of turbulent heat transfer flow in novel outward helically corrugated tubes // Appl. Thermal Engng. 2018. Vol. 138. P. 795-806.
- Wang W., Zhang Y., Li Y., Han H., Li B. Numerical study on fully-developed turbulent flow and heat transfer in inward corrugated tubes with double-objective optimization // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2018. Vol. 120. P. 782–792.
- 16. Deb K., Agrawal S., Pratap A., Meyarivan T. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II // IEEE Trans. Evolutionary Computation. 2002. Vol. 6. P. 182–197.
- Safikhani H., Abbassi A., Khalkhali A., Kalteh M. Multi-objective optimization of nanofluid flow in flat tubes using CFD, artificial neural networks and genetic algorithms // Adv. Powder Technol. 2014. Vol. 25, Iss. 5. P. 1608–1617.
- Safikhani H., Akhavan-Behabadi M.A., Nariman-Zadeh N., Mahmoodabadi M.J. Modeling and multiobjective optimization of square cyclones using CFD and neural networks // Chem. Eng. Res. Des. 2011. Vol. 89, Iss. 3. P. 301–309.
- Safikhani H., Hajiloo A., Ranjbar M.A. Modeling and multi-objective optimization of cyclone separators using CFD and genetic algorithms // Comput. Chem. Eng. 2011. Vol. 35, Iss. 6. P. 1064–1071.
- 20. Amanifard N., Nariman-Zadeh N., Borji M., Khalkhali A., Habibdoust A. Modeling and Pareto optimization of heat transfer and flow coefficients in micro channels using GMDH type neural networks and genetic algorithms // Energy Convers. Manage. 2008. Vol. 49, No. 2. P. 311–325.
- 21. Kongkaitpaiboon V., Promthaisong P., Chuwattanakul V., Wongcharee K., Eiamsa-ard S. Effects of spiral start number and depth ratio of corrugated tube on flow and heat transfer characteristics in turbulent flow region // J. Mech. Sci. Technol. 2019. Vol. 33, Iss. 8. P. 4005–4012.
- 22. ANSYS, Inc., ANSYS Fluent Theory Guide, 18th version, Canonsburg, PA.
- **23.** Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 150 с.
- Promvonge P., Skullong S. Thermo-hydraulic performance in heat exchanger tube with V-shaped winglet vortex generator // Appl. Thermal Engng. 2020. Vol. 164. P. 114424-1–114424-11.
- 25. Incropera F.P., Dewitt P.D., Bergman T.L., Lavine A.S. Introduction to heat transfer. 3rd edition. New York: John Wiley & Sons Inc., 2006. 901 p.

Статья поступила в редакцию 5 марта 2019 г., после переработки — 6 июля 2020 г., принята к публикации 5 августа 2020 г.