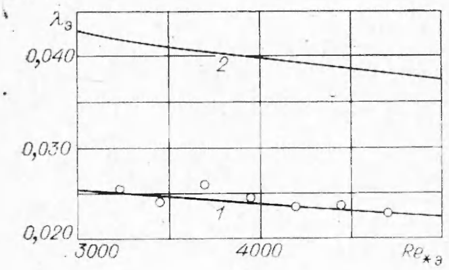


в трубопроводе, в который они подавались методом выдавливания сжатым воздухом из емкостей.

На фигуре дано сравнение результатов экспериментов с расчетами по (2) для эмульсии с содержанием дисперсной фазы $\beta = 0{,}6$ (линия *1*), линия *2* показывает закон сопротивления для чистой жидкости; видно, что проявляющийся в потоке неустойчивых эмульсий эффект гашения турбулентных пульсаций дисперсионной среды каплями дисперсной фазы приводит к существенному снижению коэффициента гидравлического сопротивления по сравнению с чистой жидкостью.

Поступила 1 XII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. **Левич В. Г.** Физико-химическая гидродинамика. М., Физматгиз, 1959.
2. **Медведев В. Ф., Медведева Л. П.** Турбулентное течение разбавленных эмульсий.— ПМТФ, 1975, № 3, с. 116—120.
3. **Медведев В. Ф.** Предельное напряжение сдвига эмульсий.— «Инж.-физ. журн.», 1972, т. 24, № 4, с. 715—718.
4. **Bingham E. C., Bur U. S.** An investigation of the laws of plastic flow.— «Bulletin of the Bureau of Standards», 1916, vol. 13, p. 309—353.
5. **Медведев В. Ф.** Ламинарное течение плотных эмульсий.— Реф. науч.-техн. сб. ВНИИОЭНГ, сер. Транспорт и хранение нефти и нефтепродуктов, 1975, № 3, с. 10—12.
6. **Brinkman H. C.** The viscosity of concentrated suspensions and solutions.— «J. Chem. Phys.», 1952, vol. 20, N 4, p. 571.
7. **Миллионщиков М. Д.** Турбулентные течения в пограничном слое и в трубах. М., «Наука», 1969.
8. **Миллионщиков М. Д.** Турбулентные течения в пристеночном слое и в трубах.— «Атомная энергия», 1970, т. 28, вып. 3, с. 207—220.

УДК 536.25

ЕСТЕСТВЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ И ПЕРЕНОС ТЕПЛА В ПОРИСТЫХ ПРОСЛОЙКАХ МЕЖДУ ГОРИЗОНТАЛЬНЫМИ КОАКСИАЛЬНЫМИ ЦИЛИНДРАМИ

В. А. Брайловская, Г. Б. Петражицкий, В. И. Полежаев

(Горький)

Известно, что в мелкодисперсных пористых материалах с сообщающимися порами, заполненными жидкостью или газом, при определенных условиях возникает крупномасштабная (по отношению к размерам пор) естественная конвекция, которая может существенно влиять на теплоизоляционные свойства этих материалов. Исследования средних характеристик переноса тепла через плоские горизонтальные и вертикальные слои пористого материала и сопоставление их с опытными данными выполнены в работах [1—4].

В данной работе численно исследуется влияние конвекции на теплообмен в пористых кольцевых прослойках, являющихся элементами многих технических конструкций (теплоизоляция емкостей трубопроводов, кабелей и др.). Перенос тепла в кольцевых прослойках компрессионных электропечей исследовался в работах [5, 6]. Для однородных кольцевых прослоек, заполненных жидкостью или газом, исследования выполнены в работах [7, 8].

1. Кольцевая прослойка мелкодисперсного изотропного пористого материала образована двумя горизонтальными коаксиальными цилиндрами, на внешней и внутренней поверхностях которых поддерживаются постоянные температуры T_2 и T_1 соответственно.

Для расчета поля течения и переноса тепла используются уравнения конвекции в приближении Буссинеска, причем поверхностная сила трения заменяется эквивалентной объемной силой сопротивления в соответствии с законом Дарси [9]. Для стационарного режима конвекции эта система имеет вид

$$\mu\mathbf{v}/k = -\nabla p + \rho g\beta\Delta T, \tag{1.1}$$
$$\operatorname{div}\mathbf{v} = 0, \quad \rho c_p(\mathbf{v}\nabla)T = \lambda^*\nabla^2 T,$$

где ρ — плотность; β — коэффициент объемного расширения; μ — динамический коэффициент вязкости; $\mathbf{v}$ — скорость; c_p — удельная теплоемкость газа жидкости, заполняющего поры; λ^* — теплопроводность пористой среды без учета конвекции; p — отклонение давления от статического; T — средняя температура среды; ΔT — разность между местной и некоторой характерной температурами; k — коэффициент проницаемости пористой среды.

Определяя, как обычно, функцию тока ψ соотношениями $u = \partial\psi/\partial y$, $v = -\partial\psi/\partial x$ (u и v — проекция скорости $\mathbf{v}$ на оси x и y) и исключая давление из уравнений движения (1.1), запишем в полярной системе координат в безразмерном виде систему уравнений для функции тока и температуры Θ

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} = -\mathrm{Ra}^*\left(\frac{\partial\Theta}{\partial r}\cos\varphi - \frac{1}{r}\frac{\partial\Theta}{\partial\varphi}\sin\varphi\right), \tag{1.2}$$
$$\frac{\partial^2\Theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Theta}{\partial\varphi^2} = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\frac{\partial\Theta}{\partial r} - \frac{\partial\psi}{\partial r}\frac{\partial\Theta}{\partial\varphi}\right),$$

где $\mathrm{Ra}^* = g\beta\delta k\rho^2 c_p\Delta T/\mu\lambda^*$ — фильтрационное число Рэлея, являющееся аналогом критерия Рэлея для пористой среды.

В качестве масштабов для приведения к безразмерному виду выбраны следующие величины: масштаб длины $\delta = R_2 - R_1$, скорости a^*/δ ($a^* = \lambda^*/c_p\rho$), температуры $\Delta T = T_2 - T_1$, давления $\mu a^*/k$.

Граничные условия имеют вид

$$\left.\begin{aligned} &\psi = 0 \text{ при } r = r_1, r_2, \\ &\Theta = 0 \text{ при } r = r_1, \\ &\Theta = 1 \text{ при } r = r_2 \end{aligned}\right\} -\pi/2 \leqslant \varphi \leqslant \pi/2,$$
$$\partial\Theta/\partial\varphi = 0 \quad \text{при } r_1 \leqslant r \leqslant r_2, \quad \varphi = \pm\pi/2.$$

Последнее условие означает симметрию относительно вертикальной оси, проходящей через центр области. Это условие и двумерный характер полей — основные предположения, которые могут не выполняться при больших значениях Ra*. Определение диапазона применимости этих предположений требует дополнительных исследований.

2. Конечно-разностная схема для численного решения системы (1.2) строится методом баланса, который применялся ранее для расчета естественной конвекции в однородных средах [7, 8]. Для этого каждое уравнение системы интегрируется по элементарной ячейке сетки. Сетка вводится координатами

$$r_i = r_1 + i\Delta r, \qquad i = 0, 1, 2, \ldots, l,$$
$$\varphi_j = -\pi/2 + j\Delta\varphi, \qquad j = 0, 1, 2, \ldots, m.$$

По формулам Грина часть двумерных интегралов преобразуется в криволинейные интегралы по границе ячейки, которые затем меняются конечными суммами. Остальные интегралы вычисляются по теореме о среднем, при этом производные в центральной точке получаются как средние арифметические значения производных на четырех сторонах ячейки. Стационарное решение системы (1.2) находится методом установления с помощью итераций по некоторому параметру, аналогичному времени.

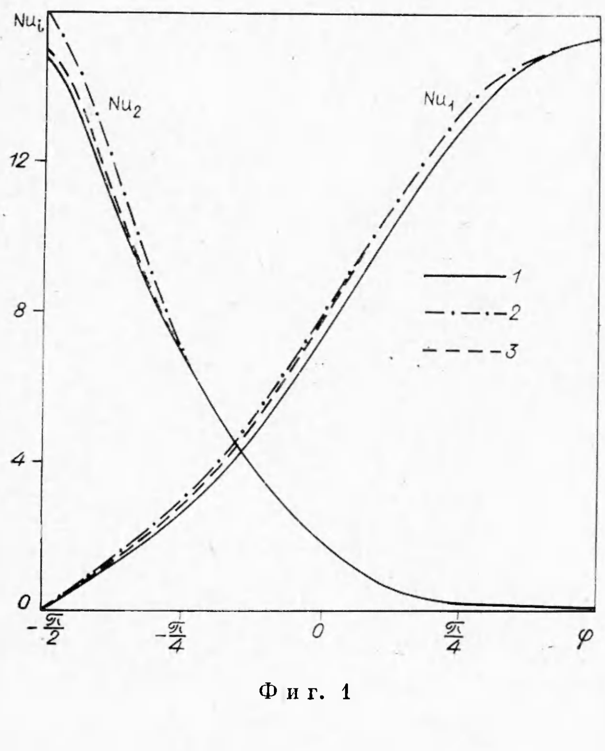
В качестве начальных условий задается нулевое поле функций тока $\psi(r, \varphi) = 0$ и логарифмический профиль температуры между нагретой и холодной стенками, характерный для режима теплопроводности.

Решение конечно-разностных уравнений выполняется по явной схеме метода Зайделя [10]. Разностный аналог системы (1.2) имеет вид

$$z_{i,j}^{n+1} = z_{i,j}^{n} + \Delta\tau\Phi\left(z_{i,j}^{n};\ z_{i+1,j}^{n};\ z_{i,j+1}^{n};\ z_{i,j-1}^{n+1};\ z_{i-1,j}^{n+1}\right),$$
$$z_{i,j}^{n} = z(r_i,\ \varphi_j,\ \tau_n), \quad \tau_n = n\Delta\tau, \quad n = 0, 1, 2, \ldots,$$

где Φ — разностный оператор системы, аппроксимирующей (1.2).

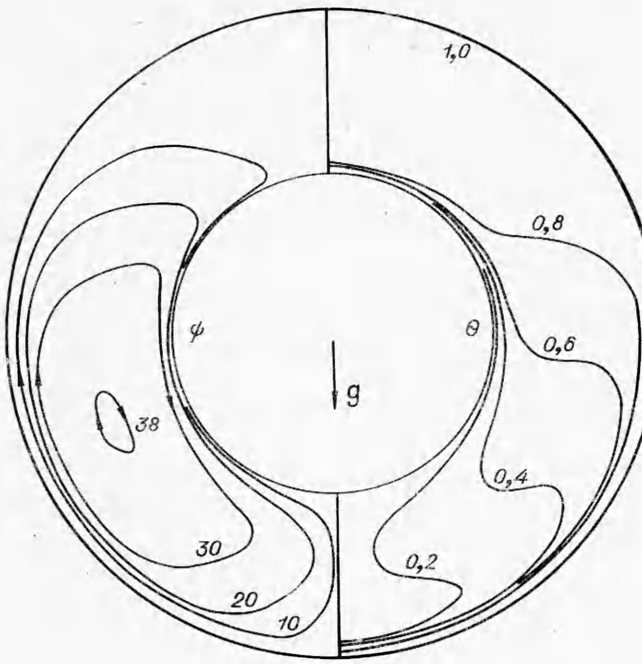
Итерационный шаг $\Delta\tau$ выбирается из условий устойчивости схемы, полученных методом Фурье, и корректируется при практических расчетах для различных значений критерия Рэлея.



Фиг. 1

Численная реализация системы уравнений (1.2) обладает некоторой спецификой, заключающейся в большей чувствительности схемы к сеточным параметрам по сравнению со случаем расчета конвекции однородной жидкости [7, 8], что обусловлено спецификой как самой системы (1.2), так и граничных условий для поля скорости ($\partial\psi/\partial n \neq 0$ в отличие от [7, 8]).

Проведенные методические расчеты позволили выявить необходимые сеточные параметры для получения достаточно точных решений. Контроль



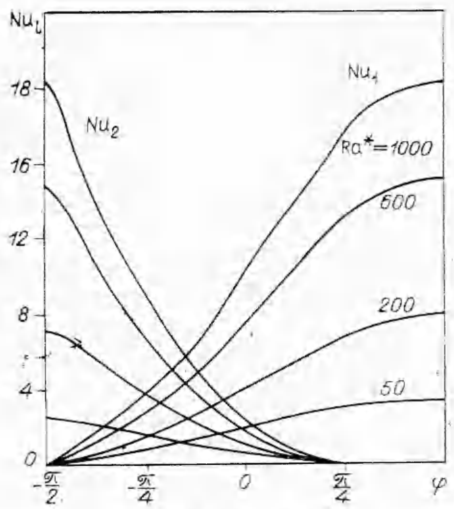
Фиг. 2

точности вычислений, помимо сопоставления решений на различных сетках, осуществляется путем проверки невязок интегральных балансов тепла на внешней и внутренней поверхностях слоя. Основные расчеты проводились на разностной сетке 22×22, для относительно тонких прослоек — 16×30 для половины кольцевой области.

Приведенные ниже результаты относятся к случаю $T_2 > T_1$ (внешний цилиндр имеет более высокую температуру). В случае, когда нагрет внутренний цилиндр, поле температур симметрично относительно луча ($\varphi = 0$).

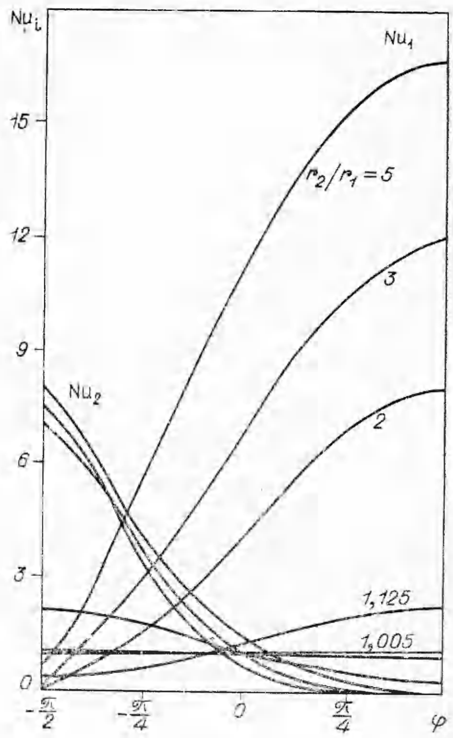
На фиг. 1 ($Ra^* = 600$, $r_2/r_1 = 2$) показано изменение локальных чисел Нуссельта $Nu_i(\varphi)$ вдоль внешней ($i = 2$) и внутренней ($i = 1$) поверхностей, полученных на трех различных сетках. Числа Nu_i определяются как безразмерные температурные градиенты на границах области и аппроксимируются трехточечными формулами внутрь области второго порядка точности. Как видно из фиг. 1, на слишком грубой по радиусу сетке результаты завышены, причем максимальное отличие локальных тепловых потоков на сетках 17×17 (кривая *3*) и 16×30 (кривая *2*) по сравнению с результатами на сетке 22×22 (кривая *1*) составляет 10%.

3. Типичная картина стационарного движения и поля температур в рассматриваемой области показана на фиг. 2 ($Ra^* = 1000$, $r_2/r_1 = 2$). Естественная фильтрация жидкости в пористой среде, как видно из картины линий тока ψ слева на фиг. 2, происходит, как и в однородной среде, по серпообразным траекториям вверх вдоль нагретой внешней стенки и вниз вдоль холодной внутренней. В верхней части полости образуется нагретая застойная зона, которая хорошо видна как по картинам линий тока, так и изотерм справа на фиг. 2. Температура в верхней части полости выше, что вызывает перенос тепла вдоль слоя. С увеличением фильтрационного числа Рэлея интенсивность конвективного течения и температурное расслоение увеличиваются, что приводит при некоторых числах



Фиг. 3

Рэлея к образованию областей с обратным градиентом температур. Температурное расслоение оказывает существенное влияние на развитие пограничных слоев и, следовательно, на распределение потоков тепла на холодной и нагретой поверхностях. Распределения местных чисел Нуссельта вдоль внутренней и внешней границ области при различных значениях фильтрационного числа Рэлея представлены на фиг. 3 ($r_2/r_1 = 2$). Максимальные локальные потоки тепла реализуются на начальном участке потоков жидкости, омывающих холодную и горячую стенки. По мере увеличения толщины пограничных слоев локальные числа Нуссельта уменьшаются, достигая при $\varphi = \pi/2$ на горячей и при $\varphi = -\pi/2$ на холодной поверхности значений, меньших, чем соответствующие потоки в режиме чистой теплопроводности. Как следует из фиг. 3, эта неравномерность потоков тепла на границах увеличивается с ростом Ra*. Такая же тенденция имеет место и при увеличении r_2/r_1 (фиг. 4, Ra* = 200), поэтому сведения только о средних значениях конвективной теплопередачи($\langle \mathrm{Nu} \rangle$ или $\varepsilon_к$) могут быть недостаточны, например, для расчета нагрева конструкций, защищенных пористой изоляцией.



Фиг. 4

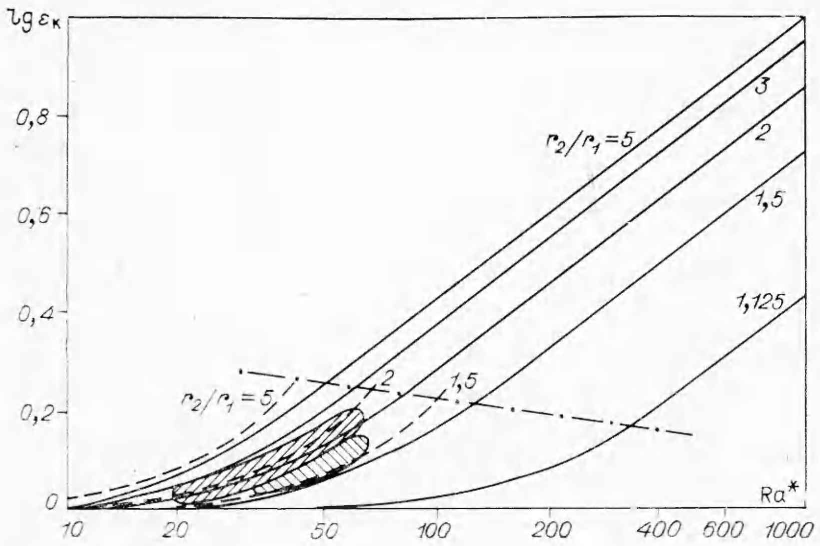
Основной искомой величиной, представляющей интерес для технических приложений, является коэффициент конвекции $\varepsilon_к$, равный отношению среднего потока тепла через прослойку при наличии конвекции к потоку тепла в режиме теплопроводности. Критериальное уравнение для коэффициента конвекции имеет вид

$$\varepsilon_{к_i} = \varepsilon_{к_i}(\mathrm{Ra}^*,\ r_2/r_1),$$

где

$$\varepsilon_{к_i} = \langle \mathrm{Nu}_i \rangle r_i \ln r_2/r_1, \quad i = 1,\ 2,$$

$$\langle \mathrm{Nu}_i \rangle = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial r} \right)_i d\varphi.$$



Фиг. 5

Зависимость коэффициента конвекции от фильтрационного числа Рэлея при различных значениях величины относительной ширины зазора r_2/r_1 представлена на фиг. 5. Как и в случае конвекции в однородном слое жидкости или газа [7, 8], здесь можно выделить три режима: режим теплопроводности (малые значения Ra*), промежуточный и режим пограничного слоя.

Штриховыми линиями на фиг. 5 даны результаты аналитического решения [5], справедливого при малых Ra*. Заштрихованными областями показаны (с учетом разброса) экспериментально измеренные значения коэффициента конвекции [5, 6], полученные в проницаемой теплоизоляции (засыпка песка и графита $k \sim 1{,}3 \cdot 10^{-9}$ и $k \sim 8 \cdot 10^{-9}$ м^2 соответственно) в атмосфере азота и аргона при давлении до 130 атм при двух геометриях кольцевого слоя ($r_2 = 26{,}9$ мм, $r_1 = 13{,}5$ мм и $r_2 = 32{,}5$ мм, $r_1 = 17{,}5$ мм). Для каждого соотношения r_2/r_1 из фиг. 5 можно определить значения фильтрационного числа Рэлея Ra_0^*, начиная с которых, роль конвекции в теплообмене становится ощутимой. В таблице представлены значения Ra_0, при которых коэффициент конвекции отличается от единицы на 5%.

В режиме пограничного слоя (отделен штрихпунктирной линией) зависимость коэффициента конвекции от числа Рэлея степенная: $\varepsilon_к = c(\mathrm{Ra}^*)^{0,57}$, причем c является функцией отношения радиусов r_2/r_1 и при $1,2 \leqslant r_2/r_1 \leqslant 3$ имеет вид $c = 0{,}406\ (\lg r_2/r_1)^{0,685}$.

Наибольшие изменения коэффициента конвекции наблюдаются при изменении r_2/r_1 в интервале $1{,}005 \leqslant r_2/r_1 \leqslant 2{,}5$, при этом чем больше Ra*, тем сильнее влияет на величину $\varepsilon_к$ отношение радиусов r_2/r_1. Для относительно широких прослоек ($3 \leqslant r_2/r_1 \leqslant 8$) $\varepsilon_к$ практически не зависит от геометрии.

r_2/r_1	5	3	2	1,5	1,125	1,005
Ra_0^*	12	14	20	37	100	2000

Таким образом, результаты численных исследований показывают, что, как и в плоских прослойках [2, 3], особенностью конвекции в кольцевых пористых прослойках (по сравнению со случаем однородной среды) является более сильная зависимость среднего теплового потока через слой числа Рэлея и геометрии, а также существенно большая неравномерность распределения местных потоков тепла на границах области.

Авторы выражают благодарность В. Л. Мальтеру за предоставленные экспериментальные данные и полезные обсуждения результатов работы.

Поступила 16 XI 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. **Combarnous M.** Convection naturelle et convection mixte dans une couche poreuse horizontale.— «Revue generale de thermique», 1970, vol. 9, N 108, p. 1355—1376.
2. **Власюк М. П., Полежаев В. И.** Исследование переноса тепла при естественной конвекции в проницаемых пористых материалах.— В кн.: Тепло- и массообмен. Т.1. Ч.2, Минск, изд. Ин-та тепло- и массообмена АН БССР, 1972.
3. **Власюк М. П., Полежаев В. И.** Естественная конвекция и перенос тепла в проницаемых пористых материалах. Препринт № 77 ИПМ АН СССР, 1975.
4. **Elder Y. W.** Steady free thermal convection in a porous medium heated from below.— «J. Fluid. Mech.» 1976, vol. 27, pt 1, p. 29—48.
5. **Мальтер В. Л., Антропова З. М., Петрова Л. В., Костенок О. М.** Теплообмен в электрических печах сопротивления с высоким давлением газа.— В кн.: Исследования в области промышленного электронагрева. Вып. 4. М., «Энергия», 1970.
6. **Мальтер В. Л., Морозов В. П., Пушкин А. Л., Костенок О. М.** Расчет конвективного теплопереноса в футеровках печей с использованием коэффициента газопроницаемости.— В кн.: Электротехническая промышленность. Вып. 7 (143). М., Информэлектро, 1974.
7. **Петражицкий Г. Б., Бекнева Е. В., Брайловская В. А., Станкевич Н. М.** Численное исследование течения и теплообмена при движении вязкого теплопроводного сжимаемого газа в горизонтальном кольцевом канале под действием массовых сил.— В кн.: Труды второй республиканской конференции по аэрогидромеханике, теплообмену, массообмену. Киев, изд. Киевск. ун-та, 1971.
8. **Брайловская В. А., Петражицкий Г. Б.** Тепловая ламинарная конвекция жидкости в кольцевой области при заданном потоке тепла.— ПМТФ, 1977, № 3.
9. **Horton C. W., Rogers F. T.** Convection currents in a porous medium.— «J. Appl. Phys.», 1945, vol. 16, p. 367—370.
10. **Березин И. С., Жидков Н. П.** Методы вычислений. М., «Наука», 1966.

УДК 536.42+536.421+518.517

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ БИНАРНЫХ СПЛАВОВ

Т. А. Черепанова

(Рига)

В работах [1, 2] разработан подход для аналитического описания кристаллизации бинарных систем. При этом диффузионные процессы у межфазной границы предполагались протекающими столь интенсивно, что концентрация в расплаве не зависела от локальной конфигурации границы раздела. Такое приближение физически обосновано, если процесс кристаллизации лимитируется его кинетической стадией. В случае, когда характерная скорость диф-