

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОРГАНИЗОВАННЫХ СТРУКТУР
В ПРИСТЕННОЙ ЗОНЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ
НА ПЛАСТИЧНО ДЕФОРМИРУЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

O. A. Лихачев

(Новосибирск)

В настоящее время не вызывает сомнений исключительная роль в генерации пристенной турбулентности явления «взрыва» — нестационарного квазипериодического процесса, на завершающей стадии которого происходит резкий выброс заторможенной завихренной жидкости от стенки в область ядра турбулентного пограничного слоя. В целом на определенных стадиях развития этот процесс хорошо изучен. Наиболее важный его элемент — организованные структуры в виде пар противовращающихся продольных вихрей, расположенных в зоне вязкого подслоя, и сопутствующие им «streaks» — струйки замедленной жидкости [1]. Связь наблюдавшихся при визуализации потока стриков с упомянутыми выше когерентными структурами показана в [2]. В результате многочисленных экспериментов [3—6] получен средний поперечный масштаб когерентных структур вязкого подслоя, который составил $\lambda \sim 100$ в единицах пристенного масштаба. Принято, что явление «взрыва» связано с неустойчивой формой профиля средней скорости в зоне стрика. Неустойчивые возмущения с большим инкрементом нарастания приводят к отрыву стрика от стенки и его последующему интенсивному разрушению, что и регистрируется как явление «взрыва». До некоторых пор не существовало достоверной модели механизма возникновения пар противовращающихся продольных вихрей регистрируемого масштаба, хотя высказывались предположения о связи этих вихрей с природой вихрей Гертлера на криволинейной поверхности [7], где соответствующая кривизна линий тока создается крупными вихрями, расположеными в ядре турбулентного пограничного слоя. Однако эта гипотеза пока не нашла своего дальнейшего развития. По-видимому, вопрос решен в работе [8], где предложен механизм, в основе которого лежит идея прямого резонанса, реализованная [9] для широкого класса ламинарных течений.

При использовании различных управляющих факторов с целью снижения поверхностного трения турбулентного пограничного слоя наблюдается изменение среднего масштаба когерентных структур. Как правило, уменьшение вязкого трения сопутствует увеличение среднего масштаба структур [10, 11]. Однако есть данные иного характера. Так, в [12] изучались деформации упругой поверхности под воздействием турбулентного пограничного слоя. Продольные деформации поверхности связывались с наличием в пристенной зоне пограничного слоя рассмотренной выше вихревой системы. Паряду с ростом характерного масштаба структур регистрировалось увеличение поверхностного трения. Вообще вопрос о влиянии деформируемой поверхности на вязкое трение турбулентного пограничного слоя до сих пор остается открытым. Имеются сведения как о существенном снижении вязкого трения, так и о его увеличении [12—14].

В настоящей работе когерентные структуры, существующие в пристенной зоне турбулентного пограничного слоя, изучаются по их «отпечатку», оставляемому на пластично деформируемой поверхности. В свое время Прандтлем [15] использовался способ визуализации линий тока пристенного турбулентного течения с помощью жидкой масляной краски, нанесенной на обтекаемую поверхность. В течение нескольких минут на такой поверхности возникает система чередующихся полосок краски и свободной от нее твердой подложки (рис. 1). Прандтель не дал объяснения этому явлению, в то время как существующие на данный момент представления о когерентных структурах в вязком подслое позволяют найти объяснение такому эффекту, связав эти два явления.

Как показали исследования, упомянутый выше способ изучения пристенной структуры турбулентного пограничного слоя позволил обнаружить ряд интересных явлений, сопутствующих течению над пластично деформируемой поверхностью. В частности, возникает вопрос о возможном уменьшении вязкого трения на такой поверхности, поскольку полученные результаты косвенно дают основание для этого предположения.

1. Экспериментальные исследования. Воздействие турбулентного пограничного слоя на пластично деформируемую поверхность изучалось в открытом лотке с прямоугольной сопловой частью 5×17 см при скорости потока воды $U = 5,62$ м/с. На расстоянии $L = 5$ см от сопла в средней части потока помещалась прямоугольная пластина 17×50 см из оргстекла толщиной $H = 3$ мм с закругленной передней кромкой для исключения отрыва пограничного слоя. Перед запуском установки пластина окрашивалась натуральной масляной краской. После установления рабочего режима на поверхности краски можно наблюдать мелкомасштабное волновое движение, сопровождающееся медленным течением краски

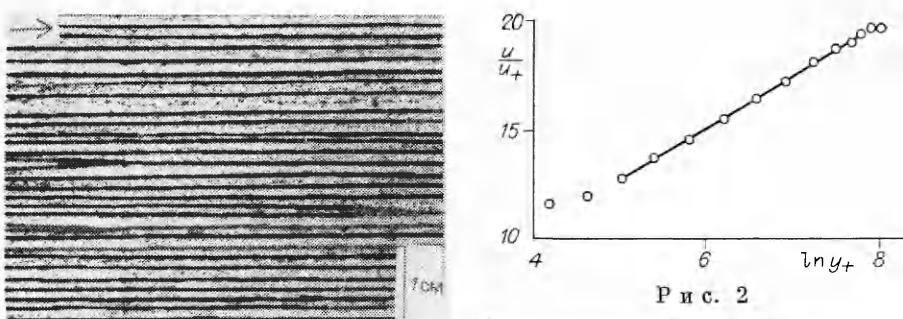


Рис. 1

Рис. 2

под воздействием касательного напряжения набегающего потока. По истечении 2—3 мин на обтекаемой поверхности начинает проявляться продольная структура чередующихся полос медленно текущей краски и свободной от нее подложки. Затем картина поверхности стабилизируется и существует довольно длительное время, до тех пор пока значительная часть краски не снесется потоком. На рис. 1 представлена фотография поверхности на стадии стабилизации процесса формирования структур. Расстояние от передней кромки пластины $x = 0,32 — 0,38$ м.

С целью получения информации об общем характере течения в пограничном слое проведены измерения среднего профиля скорости на пластине без краски (рис. 2) с помощью трубы полного напора с внешним диаметром $D = 0,4$ мм и внутренним $d = 0,2$ мм. Профиль средней скорости измерялся на расстоянии $x = 0,475$ м от передней кромки пластины. Скорость отнесена к динамической скорости $u_+ = 0,287$ м/с, которая определялась по закону стенки методом Клаузера [16] с константой Кармана $\kappa = 0,41$. Число Рейнольдса по толщине потери импульса $Re_\theta = 6070$. Из результатов измерений видно, что при данных условиях набегающего потока на гладкой пластине реализуется развитый турбулентный пограничный слой.

Для того чтобы могла реализоваться картина поверхности, представленная на рис. 1, в промежутках между полосками краски движение жидкости должно иметь компоненту скорости, трансверсальную основному потоку. Такому движению вполне может соответствовать течение, создаваемое парой противовращающихся вихрей, расположенной между этими полосками, т. е. когерентными структурами, присутствие которых в пристенной зоне турбулентного пограничного слоя на гладкой пластине обнаружено в упомянутых выше работах. В данном случае нельзя сделать выводы о времени жизни этих вихрей и их устойчивости, однако можно провести статистическое исследование поперечных масштабов таких пар, если связать их размеры с расстоянием между полосками краски. Этот анализ позволил получить косвенную информацию о динамике взаимодействия когерентных структур.

В [6] была проведена статистическая обработка поперечных масштабов когерентных структур, которые идентифицировались по расстоянию между соседними стрелками. Здесь хотелось бы отметить, что в нашем случае стрелкам отвечают полоски краски. Для распределения когерентных структур по масштабам в [6] принята логарифмически нормальная функция распределения

$$(1.1) \quad P(\lambda) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \psi_0 \lambda} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\psi_0} \ln \lambda / \lambda_0 \right)^2 \right],$$

$$\lambda_0 = \langle \lambda \rangle (1 + \hat{\psi}_\lambda^2)^{-1/2}, \quad \psi_0 = [\ln(1 + \hat{\psi}_\lambda^2)]^{1/2}, \quad \hat{\psi}_\lambda = \sigma_\lambda / \langle \lambda \rangle,$$

$$\sigma_\lambda = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\lambda_i - \langle \lambda \rangle)^2 \right]^{1/2},$$

где $\langle \lambda \rangle$ — среднеарифметический масштаб структур при фиксированном
5*

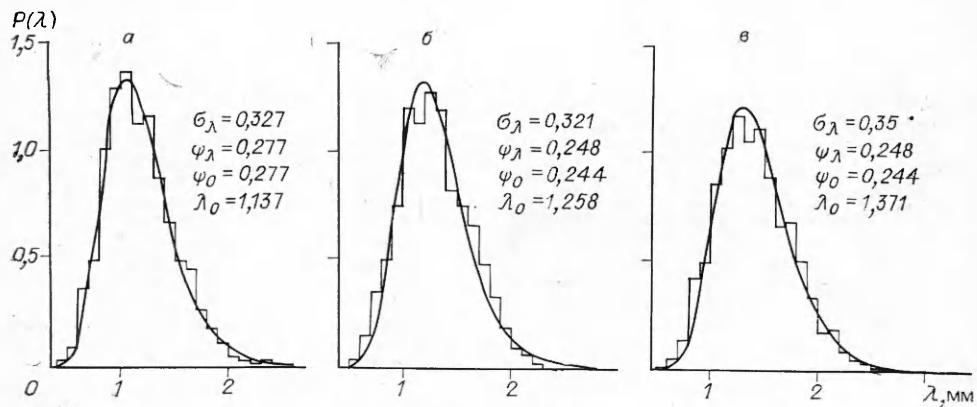


Рис. 3

расстоянии от начала пограничного слоя. Величина относительной дисперсии структур при различных значениях числа Рейнольдса получена в диапазоне $0,3 < \psi_\lambda < 0,4$.

В нашем случае статистический ансамбль исследуемых размеров набирался по 14 экспериментальным реализациям и составлял в среднем $n = 1200$ для каждого поперечного сечения. Статистическая обработка осуществлялась в 11 сечениях. Масштабы измерялись на стереокомпараторе «STEKO», оснащенном устройством автоматической перфорации результатов, с последующей обработкой на ЭВМ М-4030. Точность измерения масштабов полосок 10 мкм. На рис. 3, а—в изображены гистограммы распределения по масштабам для трех различных сечений ($x = 0,25; 0,36; 0,47$ м). Данные нанесены в абсолютных размерах, поскольку характерный масштаб в единицах стенки для деформируемой поверхности неизвестен. Плавной линией показана аппроксимация логарифмически нормальным распределением (1.1). Видно, что функция распределения является автомодельной вдоль потока.

На рис. 4 приведена проверка статистической гипотезы [17]. По оси ординат нанесен аргумент нормированной функции $\alpha(y) = - \int_{-\infty}^y P(z) dz$, $y = \ln(\lambda/\langle\lambda\rangle)$. Интеграл берется по экспериментальной ступенчатой функции распределения, линия отвечает логарифмически нормальному распределению. Нетрудно убедиться в хорошей степени аппроксимации экспериментальных данных логарифмически нормальным распределением (1.1).

Динамическая скорость определяет характерный масштаб когерентных структур на гладкой поверхности, поскольку, как уже упоминалось выше, в многочисленных экспериментах получено универсальное значение для безразмерного масштаба $\langle\lambda_+\rangle = \langle\lambda\rangle u_+ / v \sim 100$. Пока нет оснований для отказа от подобных представлений для когерентных структур на деформируемой поверхности, за исключением того факта, что соответствующее значение $\langle\lambda_+\rangle$ будет зависеть от свойств этой поверхности. Если предположить, что средний масштаб структур на пластично деформируемой поверхности в единицах пристенного масштаба не зависит от Re и определяется лишь свойствами поверхности, то из функциональной зависимости абсолютного значения среднего размера структур от продольной координаты можно найти характер изменения вязкого трения исследуемого пограничного слоя вдоль течения. В рассматриваемом диапазоне $Re_x \sim 10^7$ вязкое трение турбулентного пограничного слоя на гладкой пласти не пропорционально $\tau_w \sim Re_x^{-0,2}$ (см., например, [18]), а значит, $\langle\lambda\rangle \sim x^{0,1}$. Однако, как следует из рис. 5, в случае деформируемой поверхности $\langle\lambda\rangle \sim x^{0,25}$, откуда, согласно изложенному выше, $\tau_w \sim Re_x^{-0,5}$, т. е. трение изменяется с продольной координатой аналогич-

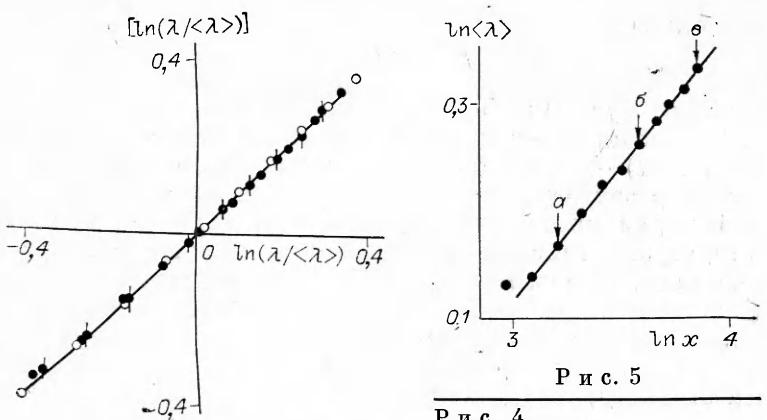


Рис. 5

Рис. 4

но трению ламинарного пограничного слоя. Пока не ясно, происходит ли действительно ламинаризация пограничного слоя на пластично деформируемой поверхности. Для выяснения этого вопроса необходимы как прямые измерения трения на такой поверхности, так и изучение детальной структуры пристенной турбулентности. Еще одним фактом в пользу уменьшения трения служит увеличение характерного масштаба когерентных структур. Корреляция этих двух обстоятельств отмечалась в [10, 11]. Характерный масштаб когерентных структур в данном случае превышает в 3—4 раза реализующийся при тех же условиях на гладкой пластине.

2. Теоретическая модель взаимодействия когерентных структур. Логарифмически нормальное распределение имеет место в тех случаях, когда флуктуация случайной величины зависит от ее значения. Средний размер когерентных структур увеличивается вдоль потока. Рост масштаба показывает, что крупные структуры вытесняют более мелкие, т. е. время жизни структур растет с увеличением собственных размеров. Это значит, что флуктуации, которым подвержены размеры структур, зависят от их величины. Кроме того, изменение масштаба одной структуры приводит к соответствующим изменениям для ближайших соседей, так как общая картина вихревой системы практически не зависит от локальных изменений масштабов (см. рис. 1). Изложенное является некоторым обоснованием полученного распределения по масштабам. То обстоятельство, что функция распределения известна, можно использовать для построения элементарной теории взаимодействия вихревых структур. Аналогично [19] найдем кинетическое уравнение для функции распределения когерентных структур по масштабам. Напомним, что в качестве когерентной структуры рассматривается пара противовращающихся вихрей, расположенных в пристенной зоне пограничного слоя и вытянутых вдоль течения. В попечном направлении вихревая система представляет собой чередование таких пар с логарифмически нормальным распределением структур по их размерам λ . Интенсивность вихрей, объединенных в пару, предполагается одинаковой, а масштаб λ отвечает их суммарному размеру.

Рассмотрим динамику такой вихревой системы во времени, подразумевая, что изменение размера структур во времени соответствует их изменению вдоль потока, т. е. введем преобразование $t = x/U$.

Пусть $n(\lambda, t)d\lambda$ — число структур на единицу длины с масштабами в пределах $(\lambda, \lambda + d\lambda)$. Тогда полное число структур N на единицу длины и их средний масштаб имеют вид

$$(2.1) \quad N(t) = \int_0^\infty n(\lambda, t) d\lambda;$$

$$(2.2) \quad \langle \lambda(t) \rangle = N^{-1}(t) \int_0^\infty \lambda n(\lambda, t) d\lambda.$$

По определению

$$(2.3) \quad N(t) \langle \lambda(t) \rangle = 1.$$

Введем две функции, определяющие процесс взаимодействия структур: $r(\lambda, t)$ — обратное время жизни структур в зависимости от их размера, $w(\lambda', \lambda, t)$ — вероятность возникновения структур масштаба $(\lambda, \lambda + d\lambda)$ из-за разрушения соседних пар с масштабом λ' . При построении настоящей теории пренебрегается возможной корреляцией размеров соседних структур, а сами структуры рассматриваются как взаимодействующие частицы. Из рис. 1 видно, что процесс разрушения одного масштаба и возникновения другого идет по типу слияния, т. е. в результате взаимодействия двух соседних структур возникает структура суммарного масштаба. Потери структур масштаба λ связаны с двумя процессами: разрушением структур, определяемых собственным временем жизни; разрушением соседних структур, влекущим за собой изменение рассматриваемого масштаба. Число структур с масштабом λ пополняется за счет процесса слияния двух произвольных структур суммарного масштаба λ . Плотность вероятности того, что с одной из сторон структуры λ расположена структура λ' , есть $2n(\lambda', t)N^{-1}(t)$. Вероятность того, что в результате разрушения соседнего масштаба λ' произойдет изменение масштаба λ , есть $1/2$. В соответствии с изложенным кинетическое уравнение запишем как

$$(2.4) \quad \frac{\partial n(\lambda, t)}{\partial t} = -r(\lambda, t)n(\lambda, t) - \left[\frac{1}{N} \int_0^\infty r(\lambda', t)n(\lambda', t)d\lambda' \right] n(\lambda, t) + \\ + \int_0^\infty r(\lambda', t)n(\lambda', t)w(\lambda', \lambda, t)d\lambda'.$$

Для функции $w(\lambda', \lambda, t)$ по определению

$$(2.5) \quad \int_0^\infty w(\lambda', \lambda, t)d\lambda = 1.$$

Соотношение (2.5) соответствует тому, что при слиянии обязательно возникнет новая структура какого-либо масштаба. Изменение со временем полного числа структур на единицу длины можно получить, если проинтегрировать уравнение (2.4) по всем масштабам. Тогда, используя соотношения (2.1), (2.3), (2.5), находим

$$(2.6) \quad \frac{dN}{dt} = -\frac{d\langle \lambda \rangle}{dt} \frac{1}{\langle \lambda \rangle^2} = - \int_0^\infty r(\lambda, t)n(\lambda, t)d\lambda.$$

Поскольку в эксперименте получена автомодельность функции распределения, введем соответствующие автомодельные функции соотношениями

$$(2.7) \quad n(\lambda, t)d\lambda = N(t)P(\zeta)d\zeta = P(\zeta)d\lambda/\langle \lambda \rangle^2, \\ r(\lambda, t) = \Omega(t)R(\zeta), w(\lambda', \lambda, t)d\lambda = W(\zeta', \zeta)d\zeta.$$

Здесь $\Omega(t)$ — масштаб завихренности, характеризующий вихрь из вихревой пары. Такой масштаб времени введен, поскольку характерное время развития вихревой пары порядка периода вращения составляющих ее вихрей. После подстановки (2.7) в уравнение (2.4) получим уравнение относительно введенных автомодельных функций

$$(2.8) \quad \left(P + \zeta \frac{dP}{d\zeta} \right) \int_0^\infty R(\zeta')P(\zeta')d\zeta' - R(\zeta)P(\zeta) + \int_0^\infty R(\zeta')P(\zeta')W(\zeta', \zeta)d\zeta' = 0.$$

Функция $W(\zeta, \zeta')$, удовлетворяющая соотношению (2.5) и отражающая

процесс возникновения масштаба ζ как результат слияния двух масштабов, может быть представлен в виде

$$(2.9) \quad W(\zeta, \zeta') = \begin{cases} P(\zeta - \zeta'), & \zeta' \leq \zeta, \\ 0, & \zeta' > \zeta. \end{cases}$$

При известной функции $P(\zeta)$, определяемой выражением (1.1), уравнение (2.8) интегральное относительно функции $R(\zeta)$. В силу однородности и линейности уравнения (2.8) функция $R(\zeta)$ определена с точностью до произвольного множителя. Пе-

ренормируем эту функцию, разделив ее на константу $\alpha = \int_0^\infty [R(\zeta') P(\zeta') d\zeta']$,

и введем новую $R_+(\zeta) = R(\zeta)P(\zeta)/\alpha$.

Уравнение относительно функции $R_+(\zeta)$

$$(2.10) \quad \left(P + \zeta \frac{dP}{d\zeta} \right) = R_+(\zeta) - \int_0^\zeta P(\zeta - \zeta') R_+(\zeta') d\zeta'$$

является интегральным уравнением Вольтерра второго рода. Для решения этого уравнения использовался метод прямой замены интеграла конечной суммой по обобщенной формуле трапеций [20].

На рис. 6 представлено решение уравнения (2.10) для $\psi_0 = 0,244$, которое соответствует экспериментальному значению. При $\zeta_1 = \lambda_0/\langle \lambda \rangle = 0,97$ функция $R_+(\zeta)$ первый раз меняет знак. Это показывает, что число структур с масштабом $\lambda < \zeta \langle \lambda \rangle (\approx \langle \lambda \rangle)$ со временем уменьшается, а число структур с масштабом $\lambda \geq \langle \lambda \rangle$ увеличивается, т. е. наблюдается тенденция к росту среднего масштаба. В окрестности $\zeta = \zeta_1$ функция ведет себя как $R_+(\zeta) \approx -(1/\psi_0^2) \ln(\zeta/\zeta_1) P(\zeta)$. Масштабы, соответствующие четным корням $\zeta_n \approx (n+1)/2$ (n — порядковый номер корня) функции $R_+(\zeta)$, устойчивы. Нечетным корням отвечают неустойчивые масштабы, среди которых и рассмотренный выше средний размер когерентных структур. Его изменение со временем дается уравнением (2.6), которое в данном случае имеет вид

$$(2.11) \quad d\langle \lambda \rangle / \langle \lambda \rangle dt = \alpha \Omega(t).$$

Средний масштаб когерентных структур на пластично деформируемой поверхности меняется согласно закону $\langle \lambda \rangle \sim t^{0,25}$ (см. выше). Из соотношения (2.11) следует, что характерная завихренность, связанная с когерентными структурами, меняется по закону

$$(2.12) \quad \Omega(x) \sim U/x.$$

Здесь осуществлен обратный переход к зависимости от продольной координаты. Согласно сделанному выше предположению, время жизни вихревой пары определяется характерной завихренностью, связанной с ней. Соотношение (2.12) дает зависимость масштаба завихренности от продольной координаты. Отсюда характерное время жизни структур

$$(2.13) \quad T(\sim \Omega^{-1}) \sim x/U.$$

Для турбулентного пограничного слоя справедливо соотношение

$$(2.14) \quad \theta/x \sim u_+^2/U^2$$

(θ — толщина потери импульса, u_+ — динамическая скорость). Если подставить (2.14) в (2.13), то для безразмерного времени жизни будем иметь

$$(2.15) \quad T_+ (= Tu_+^2/v) \sim Re_\theta.$$

Если предположить, что время жизни структур определяет характерный

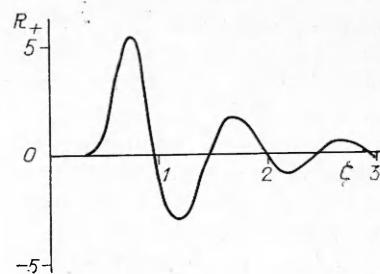


Рис. 6

период между «взрывами», то соотношение (2.15) выражает зависимость этого периода от внутренних и внешних масштабов пограничного слоя. В [21] для периода между «взрывами» получено выражение $T_+ = 0,65 \text{Re}_\theta^{0,73}$, но ограниченное число данных и их сильный разброс не дают полной уверенности в точности показателя степени. Привлекательность показателя степени $p = 0,73$, по-видимому, состояла в том, что для него справедливо соотношение $TU/\delta = \text{const}$ (см. [22]), которое определяет зависимость периода между выбросами лишь от внешних параметров. Однако на данный момент считается, что период между «взрывами» зависит как от внешних, так и от внутренних масштабов пограничного слоя. Соотношение (2.15) дает такую связь.

3. Обсуждение. Особенность рассмотренных выше когерентных структур состоит в том, что они развиваются над поверхностью, которая легко деформируется под действием касательных напряжений. При этом на самой поверхности реализуется волновой режим течения пленки жидкости с иными реологическими свойствами. Возникает вопрос, каким образом такое комбинированное течение влияет на вязкое сопротивление набегающему потоку. С одной стороны, жидкая поверхность может подавлять процесс генерации турбулентных пульсаций скорости, но с другой — наличие мелкомасштабного волнового режима течения пленки может влиять как дополнительная шероховатость поверхности. Наконец, когда на комбинированной поверхности возникает режим течения пленки в виде чередующихся полос, возможен механизм подавления генерации турбулентной энергии за счет более упорядоченного развития пристенных когерентных структур. Упорядочение может быть связано с тем, что в этом случае когерентные структуры разделены барьером, принимающим форму, отвечающую условиям существования данных структур. Иначе говоря, форма и масштаб такого рифления являются самосогласованными с пограничным слоем, развивающимся на этой поверхности. Благоприятное влияние продольного рифления на снижение вязкого трения турбулентного пограничного слоя показано в работе [23], где эмпирическим перебором формы и масштаба рифлей получено 8%-ное снижение трения и механизм уменьшения вязкого трения иной, так как характерные масштабы искусственного рифления, на которых достигается заметное снижение трения, значительно меньше характерного масштаба пристенных вихревых структур, существующих при тех же условиях на гладкой пластине. В данном случае стабилизирующую роль выполняет поперечная шероховатость, этим объясняется относительно небольшая степень уменьшения вязкого трения. Проведенные в настоящей работе исследования дают некоторые основания надеяться, что на пластиично деформируемой поверхности могут реализоваться условия течения, при которых генерация турбулентной энергии подавляется более оптимальным образом.

Однако, даже если данные выводы не подтверждаются непосредственным измерением вязкого трения, требуют пояснения результаты, послужившие поводом для таких предположений. К ним относятся увеличение среднего масштаба когерентных структур по сравнению с размерами структур на гладкой поверхности при тех же внешних условиях и закон изменения среднего масштаба структур вдоль потока. Исследование реакции пограничного слоя на изменения граничных условий открывает дополнительные возможности для построения модели генерации пристенной турбулентности.

Предложенная в п. 2 теория представляет собой попытку использовать представление о когерентных структурах как о выделенных элементах, сохраняющих длительное время и воспроизводящих при взаимодействиях свою форму и являющихся неотъемлемой частью пристенной зоны любого турбулентного пограничного слоя. Это позволило свести сложную волновую динамику развития возмущений в пристенной зоне к взаимодействию определенных структурных элементов. Теория является феноменологической, поскольку опирается на визуальную картину изменения масштабов и экспериментально полученную функцию распре-

деления структур по масштабам. При взаимодействии структур учитываются лишь ближайшие соседи и игнорируется коллективный характер их взаимодействия. Насколько важен учет дальнего порядка показано в работе [24], где на основании законов сохранения рассмотрена динамика попарного слияния цепочки когерентных структур, моделирующих свободный сдвиговый слой. Однако важное отличие когерентных структур в пристенной зоне турбулентного пограничного слоя в том, что для них существенны эффекты вязкости. Поэтому априори трудно оценить роль коллективных эффектов, в данном случае ими просто пренебрегается. Этот трудный вопрос требует более детального изучения. Полученная теоретически связь периода между «взрывами» с внешними и внутренними параметрами пограничного слоя в целом правильно отражает согласно эксперименту степенную зависимость обезразмеренного по пристенным масштабам периода от Re_θ .

Автор выражает благодарность Б. Г. Новикову, обратившему его внимание на связь пристенных вихревых структур с деформациями податливой поверхности и возможное уменьшение на ней вязкого трения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kline S. J., Reynolds W. C. et al. The structure of turbulent boundary layer // J. Fluid Mech.—1967.—V. 30, N 4.
2. Blakwelder R. F., Kaplan R. F. On the wall structure of the turbulent boundary layer // J. Fluid Mech.—1976.—V. 76, N 1.
3. Kastrinakes E. G., Wallace J. M. et al. On the mechanism of bounded turbulent shear flows // Lecture Notes in Physics.— Berlin: Springer-Verlag, 1978.— V. 75.
4. Blakwelder R. F., Eckelmann H. Streamwise vortices associated with the bursting phenomena // J. Fluid Mech.—1979.—V. 94, N 3.
5. Hogenes J. H.A., Hanratty T. J. The use of multiple wall probes to identify coherent flow patterns in the viscous wall region // J. Fluid Mech.—1982.—V. 124, N 11.
6. Smith C. R., Metzler S. P. The characteristics of low-speed streaks in the near-wall region of a turbulent boundary layer // J. Fluid Mech.—1983.—V. 129, N 4.
7. Coles D. E. A model for flow in the viscous sublayer // Coherent structures of turbulent layers.— Bethlehem: Lehigh University, 1978.
8. Jang P. S., Benney D. J., Gran R. L. On the origin of streamwise vortices in a turbulent boundary layer // J. Fluid Mech.—1986.—V. 169, N 9.
9. Benney D. J., Gustavsson L. H. A new mechanism for linear and nonlinear hydrodynamic instability // Stud. Appl. Math.—1981.—V. 64, N 3.
10. Oldaker D. K., Tiederman W. G. Spatial structure of the viscous sublayer in drag-reducing channel flow // Phys. Fluids Suppl.—1977.—V. 20, pt 2, N 10.
11. Bacher E. V., Smith C. R. A combined visualization-anemometry study of the turbulent drag reducing mechanisms of triangular micro-groove surface modifications.—N. Y., 1985.—(Paper/AIAA; N 0548).
12. Хансен Р. Д., Ханстол Д. Л., Ни К. К. Гидродинамическое сопротивление и деформации поверхности, вызываемые течениями жидкости над деформируемыми поверхностями // Снижение вязкостного трения.—М.: Машиностроение, 1984.
13. Bushnell D. M., Hefner J. N., Ash R. L. Effect of compliant wall motion on turbulent boundary layers // Phys. Fluids.—1977.—V. 20, pt 2.
14. Мак-Майл Дж. М., Клебанов Ф. С., Миз Н. Э. Экспериментальное исследование сопротивления деформируемой поверхности // Снижение вязкостного трения.—М.: Машиностроение, 1984.
15. Прандтль Л. Гидроаэромеханика.—М.: ИЛ, 1951.
16. Clauser F. H. Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients // J. Aeron. Sci.—1954.—V. 21, N 2.
17. Худсон Д. Статистика для физиков.—М.: Мир, 1967.
18. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.—М.: ИЛ, 1956.
19. Takaki R., Kovasznay L. S. G. Statistical theory of vortex merger in the two-dimensional mixing layer // Phys. Fluids.—1978.—V. 21, N 2.
20. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений.—М.: Физ.-мат. лит., 1962.—T. 2.
21. Rao K. N., Narasimha R., Narayanan M. A. B. The «bursting» phenomenon in a turbulent boundary layer // J. Fluid Mech.—1971.—V. 48, N 2.
22. Bandyopadhyay P. R. Period between bursting in turbulent boundary layers // Phys. Fluids.—1982.—V. 25, N 10.
23. Walsh M. J., Lindemann A. M. Optimization and application of ripples for turbulent drag reduction.—N. Y., 1984.—(Paper/AIAA; N 0347).
24. Кузьмин Г. А., Лихачев О. А., Паташинский А. З. Структуры и их эволюция в турбулентном сдвиговом слое // ПМТФ.—1983.—№ 5.

Поступила 4/VI 1987 г.