интенсивным процессам образования электронного компонента, обеспечивающего существенную концентрацию ионов O_2^-, которые могут быть центрами конденсации.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Флорко А. В., Белинский Н. И., Козицкий С. В.** Скоростной спектральный прибор для исследования излучательных характеристик дисперсных продуктов сгорания // Физика аэродисперсных систем.— Киев; Одесса: Высш. шк., 1985.— Вып. 28.— С. 38.
2. **Флорко А. В., Головко В. В., Скогарев В. Г.** Коэффициенты эффективности рассеяния и поглощения частиц MgO при температурах горения // ФГВ.— 1989.— 25, № 3.— С. 28.
3. **Plass G. N., Mie.** Scattering and absorption cross sections for aluminum oxide and magnesium oxide // Appl. Opt.— 1964.— 3, N 7.— P. 867.
4. **Флорко А. В., Козицкий С. В., Писаренко А. Н.** Исследование горения одиночных частиц магния при пониженных давлениях // ФГВ.— 1986.— 22, № 2.— С. 25.
5. **Флорко А. В., Головко В. В., Охрименко Н. А. и др.** Структура зоны горения частиц магния // Там же.— 1991.— 27, № 1.— С. 37.
6. **Флорко А. В., Золотко А. Н.** Исследование механизма горения частиц металлов спектральными методами // Тепло- и массообмен в реагирующих системах.— Минск, 1989.— Ч. 2.— С. 87.
7. **Петров Ю. И.** Физика малых частиц.— М.: Наука, 1982.— 359 с.
8. **Williams G. P., Rosenblatt Jr. G. H., Ferry M. J. et al.** Time resolved luminescence and absorption spectroscopy of defectsin MgO and Al_2O_3 // J. Lumin.— 1988.— 40, 41.— P. 339.
9. **Радциг А. А., Смирнов Б. М.** Справочник по атомной и молекулярной физике.— М.: Атомиздат, 1982.— С. 237.
10. **Кузнецов Л. А., Кузьменко Н. С. и др.** Вероятности оптических переходов двухатомных молекул.— М.: Наука, 1980.
11. **Куликов И. С.** Термическая диссоциация соединений.— М.: Металлургия, 1969.
12. **Гремячкин В. М., Истратов А. Г., Лейпунский О. И.** Физические проблемы при горении.— М.: Атомиздат, 1980.— С. 4.
13. **Смирнов Б. М.** Ионы и возбужденные атомы в плазме.— М.: Атомиздат, 1974.
14. **Головко В. В., Флорко А. В. и др.** Электрическое поле горящей одиночной частицы магния // ФГВ.— 1985.— 21, № 4.— С. 25.
15. **Маренков В. И., Чесноков М. Н.** Физические модели плазмы с конденсированной дисперсной фазой.— Киев, 1989.— С. 187.

г. Одесса *Поступила в редакцию 5/VI 1990, после доработки — 25/XII 1992*

УДК 536.46

К. О. Сабденов

К ТЕОРИИ ЛАМИНАРНОГО ПЛАМЕНИ (СООБЩЕНИЕ II)

Излагается теория ламинарного пламени с условием минимума производства энтропии. Получено уравнение температурного пограничного слоя при Le = 0 и найдено его общее решение. Показано, что механизм распространения ламинарного пламени можно трактовать с точки зрения стационарного теплового взрыва в цилиндрическом сосуде радиуса 2 как критический режим, где учитывается выгорание в необычной форме.

В предлагаемой работе на нескольких примерах продолжается изложение теории ламинарного пламени с дополнительным условием минимума производства энтропии [1].

Рассмотрим случай $\mathrm{Le} = D/\varkappa = 0$ (D — коэффициент диффузии, $\varkappa$ — температуропроводность). Постановка задачи имеет вид, где обозначения общепринятые, а система координат связана с фронтом пламени:

$$\rho v c_p \frac{dT}{dx} + \frac{d}{dx}\left(\lambda \frac{dT}{dx}\right) + QW(a, T) = 0,$$

$$\rho v \frac{da}{dx} - W(a, T) = 0, \quad W(a, T) = \rho k_0 a^n e^{-\frac{E}{R(T - T_0)}}. \tag{1}$$

Граничные условия:

$$x \to +\infty: \; T = T_0, \; a = 1,$$
$$x \to -\infty: \; T = T_b, \; a = 0,$$
$$\dot{S} = \min.$$

Дополнительно предполагается

$$\rho v = \mathrm{const}, \quad \rho T = \mathrm{const}, \quad \lambda \sim T.$$

Не умаляя общности, можно считать, что все пространство представляет собой газофазную среду. Здесь $\dot{S}$ — производство энтропии. Как сказано выше, условие $\dot{S} = \min$ является дополнительным и дает еще одно необходимое граничное условие.

С введением обозначений

$$\Theta = \frac{T - T_0}{T_b - T_0}, \; b = 1 - a, \; \beta = \frac{R(T_b - T_0)}{E}, \; \xi = \frac{v c_p}{\lambda} \int_0^x \rho dx'$$

(точка $x = 0$ ($\xi = 0$) будет определена ниже) система уравнений (1) принимает вид

$$\frac{d^2\Theta}{d\xi^2} + \frac{d\Theta}{d\xi} + L(1 - b)^n e^{-\frac{1}{\beta\Theta}} = 0, \tag{2}$$

$$\frac{db}{d\xi} + L(1 - b)^n e^{-\frac{1}{\beta\Theta}} = 0, \; L = \frac{\varkappa}{v^2} k_0. \tag{3}$$

Граничные условия:

$$\xi \to -\infty: \; \Theta = b = 1, \tag{4}$$
$$\xi \to +\infty: \; \Theta = b = 0, \tag{5}$$
$$\dot{S} = \min. \tag{6}$$

Из (2) и (3) с учетом (4) и (5) находим

$$b = \frac{d\Theta}{d\xi} + \Theta. \tag{7}$$

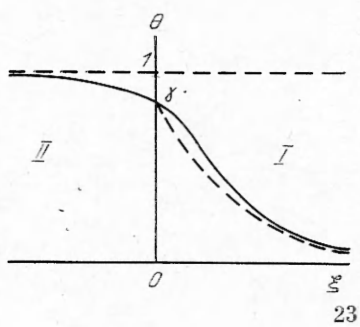
Для решения задачи достаточно рассмотреть только уравнение

$$\frac{d^2\Theta}{d\xi^2} + \frac{d\Theta}{d\xi} + L\left(1 - \Theta - \frac{d\Theta}{d\xi}\right) e^{-\frac{1}{\beta\Theta}} = 0 \tag{8}$$

с граничными условиями:

$$\xi \to -\infty: \; \Theta = 1; \quad \xi \to +\infty: \; \Theta = 0, \quad \dot{S} = \min.$$

Разобьем всю область на две, как показано на рисунке. В области II будем искать решение задачи в виде



$$\Theta_1 = \gamma e^{-\xi} + \beta\gamma^2 e^{-2\xi} V,$$

где $\gamma e^{-\xi}$ — михельсоновский профиль (штриховая линия), причем $V(0) = 0$. Выполняя обобщенное преобразование Франк-Каменецкого

$$e^{-\frac{1}{\beta\Theta}} \approx e^{-\frac{e^{\xi}}{\beta\gamma}} e^{V},$$

запишем уравнение для $V(\xi)$ (с масштабным переходом к новой независимой переменной p)

$$p^2 \frac{d^2V}{dp^2} + p\left(1 - 2\beta\gamma e^{-\xi}\right)\frac{dV}{dp} + 2\beta^2\gamma^2 e^{-2\xi}V +$$
$$+ \frac{\delta}{p}\left(1 - \gamma e^{-\xi} p \frac{dV}{dp} - \beta\gamma^2 e^{-2\xi}V\right)^n e^V = 0, \tag{9}$$
$$p = e^{\frac{1}{\beta\gamma}\left(e^{\xi}-1\right)}, \quad \delta = L\beta e^{-\frac{1}{\beta\gamma}}.$$

Предполагая, что $\gamma = 1 - \beta^r \cdot \mathrm{const}$ $(r > 0)$, положим $\gamma = 1$ и, пренебрегая слабой зависимостью

$$e^{-\xi} = \frac{1}{1 + \beta\gamma \ln p},$$

приведем (9) к окончательному виду

$$p^2 \frac{d^2V}{dp^2} + p^2 \frac{dV}{dp} + \delta\left(1 - p\frac{dV}{dp}\right)^n e^V = 0. \tag{10}$$

Это второе уравнение температурного пограничного слоя легко решается. Переходом к новой независимой переменной $t = \ln\frac{2}{\sqrt{p}}$ получим

$$\frac{d^2V}{dt^2} + \delta\left(1 + \frac{1}{2}\frac{dV}{dt}\right)^n e^{V+2t} = 0.$$

И если принять $V + 2t = w$, то последнее уравнение приобретает простой вид

$$\frac{d^2w}{dt^2} + \frac{\delta}{2^n}\left(\frac{dw}{dt}\right)^n e^w = 0.$$

Далее, снижая порядок стандартным приемом

$$\frac{dw}{dt} = F(w), \quad \frac{d^2w}{dt^2} = F\frac{dF}{dw},$$

после интегрирования находим

$$F = \left[\frac{\delta(2-n)}{2^n}\right]^{\frac{1}{2-n}} \left(C_1 - e^w\right)^{\frac{1}{2-n}},$$

где C_1 — константа интегрирования. После введения $C_1 z = e^w$ и вычисления интеграла

$$\int \frac{dz}{z(1-z)^{\frac{1}{2-n}}} = \left[\frac{C_1\delta(2-n)}{2^n}\right]^{\frac{1}{2-n}} t + C_2 \tag{11}$$

(C_2 — вторая константа интегрирования) можно найти $w(t)$, связанное с V соотношением $V = w - 2t$.

Рассмотрим теперь решение уравнения (8) во второй области ($\xi < 0$). Здесь $1 - \Theta_2 \ll 1$. В предположении

$$e^{-\frac{1}{\beta\Theta_2}} \approx e^{-\frac{1}{\beta}}$$

во второй области имеем

$$\frac{d^2\Theta_2}{d\xi^2} + \frac{d\Theta_2}{d\xi} + \Omega\left(1 - \Theta_2 - \frac{d\Theta_2}{d\xi}\right)^n = 0, \tag{12}$$
$$\Omega = Le^{-\frac{1}{\beta}}.$$

Введя $y = 1 - \Theta_2 - \frac{d\Theta_2}{d\xi}$, перепишем (12): $\frac{dy}{d\xi} = \Omega y^n$. Откуда $y = [C_1 + (1 - n)\Omega\xi]^{\frac{1}{1-n}}$ при $n \neq 1$.

Для температуры находим

$$\Theta_2 = 1 - e^{-\xi} \int e^{\xi'} [C_1 + (1 - n)\Omega\xi']^{\frac{1}{1-n}} d\xi' + C_2 e^{-\xi}, \qquad (13)$$

а для выгорания (так как $b = 1 - y$)

$$b = 1 - [C_1 + (1 - n)\Omega\xi]^{\frac{1}{1-n}}. \qquad (14)$$

Теперь, располагая готовыми решениями в общем виде, можно находить распределения температуры, концентрации и поток $j = \rho v$ (или скорость пламени) для частных случаев.

Полезно для дальнейших рассуждений рассмотреть вначале реакцию первого порядка. В этом случае

$$y = Ce^{\Omega\xi},$$

и убывающее на бесконечности ($\xi \to -\infty$) решение для температуры имеет вид

$$\Theta_2 = 1 - \frac{C}{\Omega + 1} e^{\Omega\xi}. \qquad (15)$$

Так как $\int \frac{dz}{z(1-z)} = \ln \frac{z}{1-z}$, то $\frac{z}{1-z} = \frac{1}{4C_2} e^{\frac{1}{2}\delta C_1 t}$, откуда находим

$$w = \ln \frac{C_1}{1 + 4C_2 e^{-\frac{1}{2}\delta C_1 t}}$$

или

$$V = \ln \frac{C_1 e^{-2t}}{1 + 4C_2 e^{-\frac{1}{2}\delta C_1 t}}.$$

Если $e^t = \frac{2}{\sqrt{p}}$,

$$V(p) = \ln \frac{C_1 p}{1 + 4C_2 2^{-2\delta C_1} p^{\delta C_1}}, \quad C_1 C_2 \geqslant 0.$$

Теперь необходимо воспользоваться условием минимума производства энтропии, потому что граничное условие $\Theta \to 0$ при $\xi \to +\infty$ выполняется автоматически с произвольными C_1 и C_2. Очевидно, в координатах ξ для выполнения условия $\dot{S} = \min$ необходимо, чтобы температура убывала наиболее быстрым образом (или чтобы профиль температуры был более близок к ступенчатому). При неопределенных константах C_1 и C_2 отклонение $u = \beta\gamma^2 e^{-2\xi}$ от михельсоновского профиля убывает пропорционально $e^{-\xi}$. Но наиболее быстрое убывание $u(\xi)$, пропорциональное $e^{-2\xi}$, будет при условии

$$V|_{p\to\infty} < \infty, \qquad (16)$$

которое выполняется при $C_1 = 1/\delta$.

Таким образом, (16) эквивалентно условию $\dot{S} = \min$. Тогда

$$V = \ln \frac{p}{\delta(1 + C_2 p)}.$$

Из условия $V(\xi = 0) = V(p = 1) = 0$ определяем $C_2 = (1 - \delta)/\delta$ и $V = \ln \frac{p}{\delta + (1 - \delta)p}$. Следовательно, распределение температуры в области II

дается выражением

$$\Theta_1 = \gamma e^{-\xi} + \beta\gamma^2 e^{-2\xi} \ln \frac{p}{\delta + (1-\delta)p}, \text{ где } p = e^{\frac{1}{\beta\delta}(e^{\xi}-1)}.$$

При $\xi = 0$ должно выполняться равенство самих функций Θ_1 и Θ_2 и производных до второго порядка включительно. Это приводит к системе трех алгебраических уравнений

$$\gamma = 1 - \frac{C}{\Omega + 1}, \tag{17}$$

$$\gamma(1-\delta) = \frac{\Omega}{\Omega + 1} C, \tag{18}$$

$$\gamma(3\delta - 1) + \frac{\delta(1-\delta)}{\beta} = \frac{\Omega^2}{\Omega + 1} C. \tag{19}$$

Считаем, что $C/(\Omega + 1) \ll 1$. Тогда приближенно запишем, положив

$\Omega\beta = L\beta e^{-\frac{1}{\beta}} = s$: ($s$ — величина порядка единицы)

$$\delta = L\beta e^{-1/\beta\gamma} \approx L\beta e^{-1/\beta} e^{-C/\beta(\Omega+1)} \approx s e^{-C/\beta}.$$

Из (18) и (19), отбрасывая члены, пропорциональные β и выше, приходим к равенствам $1 - \delta = C$, $\delta(1-\delta) = Cs$, которые дают следующие: $C = 0$, $s = 1$. Первое означает, что реакция прекратилась при $\xi = 0$. Но реакция первого порядка оканчивается на бесконечности. Получившееся значение $C = 0$ говорит о том, что C зависит от β, что здесь не учитывалось.

Иначе обстоит дело, если предположить $C - \tau\sqrt{\beta}$, где τ — некоторое число. Тогда уравнения (18) и (19) примут вид

$$1 - \delta = \tau\sqrt{\beta}, \; 3\delta - 1 + \frac{\tau\sqrt{\beta}}{\beta}(\delta - s) = 0 \tag{20}$$

и, так как

$$\delta = s e^{-\frac{\tau}{s}\sqrt{\beta}} \approx s\left(1 - \frac{\tau}{s}\sqrt{\beta}\right),$$

то из первого соотношения в (20) следует $1 - s + \tau\sqrt{\beta} = \tau\sqrt{\beta}$, откуда $s = 1$, а из второго —

$$\frac{\sqrt{\beta}}{\tau s}\left[3s\left(1 - \frac{\tau}{s}\sqrt{\beta}\right) - 1\right] = \frac{\tau}{s}\sqrt{\beta}.$$

Отбрасывая член, пропорциональный β, находим $\tau = \sqrt{2}$. Таким образом, $C = \sqrt{2\beta}$, $\delta = 1 - \sqrt{2\beta}$, а равенство $s = L\beta e^{-1/\beta} = 1$ определяет поток

$$j^2 = \frac{\lambda\rho}{c_p} k_0 a_0 \frac{R(T_b - T_0)}{E} e^{-\frac{E}{R(T_b - T_0)}}. \tag{21}$$

Закон Аррениуса был взят в виде

$$W \sim e^{-\frac{E}{R(T - T_0)}}$$

только для того, чтобы существовало решение задачи (1), поэтому в (21) необходимо теперь сделать замену

$$\frac{R(T_b - T_0)}{E} \to \frac{RT_b}{E}. \tag{22}$$

Задача полностью решена и можно выписать в окончательном виде выражения для распределения температур в областях I и II:

$$\Theta_1(\xi) = (1 - \sqrt{2}\beta^{3/2}) e^{-\xi} + \beta\left(1 - 2^{\frac{3}{2}}\beta\sqrt{\beta}\right) e^{-2\xi} \ln \frac{p}{1 - \sqrt{2\beta} + \sqrt{2\beta}\,p},$$

где

$$p = e^{\frac{e^{\xi}-1}{e^{\beta(1-\sqrt{2}\beta^{3/2})}}}, \quad \xi \geqslant 0;$$

$$\Theta_2(\xi) = 1 - \sqrt{2}\,\beta^{3/2} e^{1/\beta\xi}, \quad \xi \leqslant 0.$$

Выражения для потока можно получить, не рассматривая задачу в области II, т. е. используя факт малости

$$\sqrt{2}\,\beta^{3/2} = 1 - \Theta_2(0)$$

и положив $\Theta_2 = 1$ при $\xi \leqslant 0$, а для Θ_1, приняв $\gamma = 1$ и потребовав

$$\left.\frac{d\Theta_1}{d\xi}\right|_{\xi=0} = 0.$$

Очевидно, такое приближение было бы справедливо для всех порядков реакции n из промежутка $[0, 1]$. Это позволяет вывести общую формулу для потока при указанных выше значениях n.

Используя разложение

$$\frac{1}{(1-z)^k} = 1 + \sum_{l=1}^{\infty} a_l z^l, \tag{23}$$

где $k = 1/(2-n)$, вычислим интеграл

$$\int \frac{dz}{z(1-z)^k} = \ln z + \sum_{l=1}^{\infty} a_l \frac{z^l}{l}.$$

Подставим его в (11) и с учетом $C_1 z = e^w = e^{V+2t}$ получим

$$V + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{a_l}{l} \left(\frac{e^{V+2t}}{C_1}\right)^l = C_2 + (g-2)\,t,$$

где

$$g = \left[\frac{(2-n)\,C_1\delta}{2^n}\right]^{\frac{1}{2-n}},$$

или

$$V + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{a_l}{l} \left(\frac{4e^V}{pC_1}\right)^l = C_2 + (g-2)\ln\frac{2}{\sqrt{p}}.$$

Из условия (16) находим $g = 2$. Следовательно, $C_1 = 4/(2-n)\delta$. Тогда

$$V + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{a_l}{l}\left[(2-n)\,\delta\frac{e^V}{p}\right]^l = C_2.$$

Другое граничное условие $V = 0$ при $p = 1$ дает

$$C_2 = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{a_l}{l}\,[(2-n)\,\delta]^l.$$

Таким образом, $V(p)$ находится как решение трансцендентного уравнения

$$V = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{a_l}{l}\,[(2-n)\,\delta]^l \left[1 - \left(\frac{e^V}{p}\right)^l\right]$$

при каждом заданном значении p. Найдем отсюда $\left.\frac{dV}{dp}\right|_{p=1}$. Дифференцируя и учитывая, что $V(p-1)=0$, получим

$$\left.\frac{dV}{dp}\right|_{p=1} = \frac{\sum\limits_{l=1}^{\infty} a_l [(2-n)\delta]^l}{1+\sum\limits_{l=1}^{\infty} a_l [(2-n)\delta]^l} = 1-[1-(2-n)\delta]^k, \tag{24}$$

где использована форма разложения (23). С другой стороны, так как $\Theta_1 = e^{-\xi} + \beta e^{-2\xi} V$, то из условия

$$\left.\frac{d\Theta_1}{d\xi}\right|_{\xi=0} = -1 + \left.\frac{dV}{dp}\right|_{p=1} = 0$$

и равенства (26) находим $\delta = 1/(2-n)$. И для потока получаем

$$j^2 = (2-n)\frac{\lambda\rho}{c_p} k_0 a_0 \frac{RT_b}{E} e^{-\frac{E}{RT_b}}, \tag{25}$$

где учтено замечание (22).

Если $n<1$, то реакция оканчивается на некотором расстоянии от точки $\xi=0$. Для примера приведем решение задачи при $n=1/2$ и определим расстояние ξ_*. Для первой области решение уже есть (только считаем, что параметры δ, γ пока не определены). Во второй области

$$b = 1-[C_1+(1-n)\Omega\xi]^{\frac{1}{1-n}} = 1-\left[C_1+\frac{\Omega}{2}\xi\right]^2. \tag{26}$$

При $\xi=-\xi_*$ должно быть $b=1$. Следовательно, $C_1=\Omega\xi_*/2$. Тогда

$$\Theta_2(\xi) = 1-\left(\frac{\Omega}{2}\right)^2 [(\xi_*+\xi)^2 - 2(\xi_*+\xi)+2] + C_2 e^{-\xi}.$$

Граничное условие $\Theta_2(\xi=-\xi_*)=1$ дает

$$\xi_* = \ln \Omega^2/2C_2. \tag{27}$$

Так как $b=\Theta_2+\frac{d\Theta_2}{d\xi}$, то при $\xi=-\xi_*$ выполняется равенство нулю потока тепла (и вещества, что видно из (26)). Решение

$$\Theta_2 = 1-\frac{\Omega^2}{4}\left[\left(\ln\frac{\Omega^2}{2C_2}+\xi\right)\left(\ln\frac{\Omega^2}{2C_2}+\xi-2\right)+2\right]+C_2e^{-\xi}$$

при $\xi=0$ должно иметь вид $\Theta_2(0)=1-\tilde{\varepsilon}(\beta)$, где $\tilde{\varepsilon}(\beta)\ll 1$.

Если $C_2=\Omega^2/2$, то $\Theta_2(0)=1$. Следовательно, C_2 необходимо искать в виде $C_2=\Omega^2/2\sigma$, где $\sigma=1+\varepsilon(\beta)$, а $\varepsilon(\beta)\ll 1$. В таком случае

$$\Theta_2(0) \approx 1-\frac{\Omega^2\varepsilon^3}{12}, \tag{28}$$

где отброшены члены более высокого порядка по степеням ε. Аналогично находим

$$\left.\frac{d\Theta_2}{d\xi}\right|_{\xi=0} = -\frac{\Omega^2\varepsilon^2}{4}, \tag{29}$$

$$\left.\frac{d^2\Theta_2}{d\xi^2}\right|_{\xi=0} = -\frac{\Omega^2\varepsilon}{2}, \tag{30}$$

$$\left.\frac{d\Theta_1}{d\xi}\right|_{\xi=0} = -\gamma+\gamma\left.\frac{dV}{dp}\right|_{p=1} = -\gamma+\gamma\left[1-[1-(2-n)\delta]^k\right] =$$

$$= -\gamma[1-(2-n)\delta]^k = -\gamma\left[1-\frac{3}{2}\delta\right]^{\frac{2}{3}}, \tag{31}$$

$$\left.\frac{d^2\Theta_1}{d\xi^2}\right|_{\xi=0} = \gamma-3\gamma\left.\frac{dV}{dp}\right|_{p=1}+\frac{1}{\beta}\left(\frac{d^2V}{dp^2}+\frac{dV}{dp}\right)_{p=1}. \tag{32}$$

Дифференцируя по p ранее найденное выражение для $\frac{dV}{dp}$ и учитывая, что $V(p=1)-0$, находим

$$\left.\frac{d^2V}{dp^2}\right|_{p=1}\left(1+\sum_{l=1}^{\infty}a_l[(2-n)\delta]^l\right)=$$

$$=-\sum_{l=1}^{\infty}a_l[(2-n)\delta]^l-\left(\left.\frac{dV}{dp}\right|_{p=1}-1\right)^2\sum_{l=1}^{\infty}a_l l[(2-n)\delta]^l,$$

или, принимая во внимание форму разложения (22) и соотношение (24), получим

$$\left(\frac{d^2V}{dp^2}+\frac{dV}{dp}\right)_{p=1}=-[1-(2-n)\delta]^{\frac{3}{2-n}}\sum_{l=1}^{\infty}a_l l[(2-n)\delta]^l.$$

Значение суммы в последнем выражении легко вычислить. При

$$\sum_{l=1}^{\infty}a_l l[(2-n)\delta]^l=\delta\frac{d}{d\delta}\sum_{l=1}^{\infty}a_l[(2-n)\delta]^l$$

используя (22), имеем

$$\delta\frac{d}{d\delta}\sum_{l=1}^{\infty}a_l[(2-n)\delta]^l=\delta\frac{d}{d\delta}\left\{[1-(2-n)\delta]^{-\frac{1}{2-n}}-1\right\}=\delta[1-(2-n)\delta]^{-\frac{3-n}{2-n}}.$$

Таким образом, окончательно

$$\left(\frac{d^2V}{dp^2}+\frac{dV}{dp}\right)_{p=1}=-\delta[1-(2-n)\delta]^{\frac{n}{2-n}}=-\delta\left[1-\frac{3}{2}\delta\right]^{\frac{1}{3}}.$$

Приравняв значения Θ_1 и Θ_2 и их производные при $\xi=0$, приходим к системе уравнений для неизвестных γ, ε, δ:

$$\gamma=1-\frac{\Omega^2\varepsilon^2}{12}, \tag{33}$$

$$\gamma\left[1-\frac{3}{2}\delta\right]^{\frac{2}{3}}\frac{\Omega^2\varepsilon^2}{4}, \tag{34}$$

$$2\gamma-3\gamma\left[1-\frac{3}{2}\delta\right]^{\frac{2}{3}}+\frac{\delta}{\beta}\left[1-\frac{3}{2}\delta\right]^{\frac{1}{3}}=\frac{\Omega^2\varepsilon}{2}. \tag{35}$$

Положим $\varepsilon=C^{1/3}\beta$, где $C=C(\beta)\ll 1$. Тогда

$$\delta=se^{-\frac{s^2C}{12}}\approx s\left(1-\frac{s^2C}{12}\right) \tag{36}$$

и из (34) находим приближенно (здесь и далее считаем $\gamma=1$)

$$\left[1-\frac{3}{2}s+\frac{s^2C}{12}\right]^{\frac{2}{3}}=\frac{s^2C^{2/3}}{4}, \tag{37}$$

откуда $s=2/3$. Последнее равенство следует также и из общей формулы (25).

Аналогично из (35) получим

$$2\beta-3\beta\left(\frac{s^3C}{8}\right)^{2/3}+\delta\left[1-\frac{3}{2}\delta\right]^{1/3}=\frac{s^2C^{1/3}}{2}.$$

Отбросим здесь (как малую высшего порядка по β) второй член в левой части равенства, и после возведения в квадрат получим

$$\left(1-\frac{3}{2}\delta\right)^{2/3} \approx \frac{1}{\delta^2}\left[\frac{s^2C^{1/3}}{2}-2\beta\right]^2 \approx \frac{1}{\delta^2}\left(\frac{s^4C^{2/3}}{4}-2\beta s^2C^{1/3}\right).$$

Приравнивая левые части с (37), имеем $(s^2-\delta^2)=8\beta C^{-\frac{1}{3}}$. Подставим в это выражение δ из (36), в результате находим $C=3^{15/4}2^{3/4}\beta^{3/4}$. Соответственно для расстояния ξ_* имеем выражение

$$\xi_*=2^{1/4}3^{5/4}\beta^{5/4}.$$

Сделаем несколько замечаний.

Уравнение (10) при переходе к новой независимой переменной $y=2/\sqrt{p}$ принимает вид

$$\frac{d^2V}{dy^2}+\frac{1}{y}\frac{dV}{dy}+\delta\left(1+\frac{1}{2}y\frac{dV}{dy}\right)^n e^V=0$$

с граничными условиями для V:

$$V|_{y\to 0}<\infty,\ V|_{y=2}=0.$$

Но это — задача о стационарном тепловом взрыве для цилиндрического сосуда радиуса 2 с необычным источниковым членом. Следовательно, физика формирования стационарного ламинарного пламени (в данном случае при $\mathrm{Le}=0$) тесно связана с механизмом установления термодинамического равновесия в цилиндрическом сосуде с реакционноспособной средой.

Изложенный способ решения задачи о распространении пламени имеет по сравнению с известным методом сращиваемых асимптотических разложений более глубокий физический смысл, к тому же, математически проще. Здесь, кроме выражения для скорости пламени, находятся более удобные аналитические формулы для распределения температуры и концентрации.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Сабденов К. О., Постников С. Н.** К теории ламинарного пламени (сообщение I) // ФГВ.— 1993.— 29, № 1.

г. Томск

Поступила в редакцию 20/V 1991, после доработки — 4/II 1993

УДК 541.427+541.64+621.375.826

Э. Е. Саид-Галиев, Л. Н. Никитин, Н. М. Беломоина, Е. С. Кронгауз

ВЛИЯНИЕ ГАЛОИДИРОВАНИЯ ПОЛИГЕТЕРОАРИЛЕНА НА ЕГО ВОСПЛАМЕНЯЕМОСТЬ В ПОЛЕ ЛАЗЕРНОГО ИК-ИЗЛУЧЕНИЯ

Исследовано влияние химически связанного галоида на индукционный период вспышки полифенилхиноксалина в условиях линейного пиролиза. В качестве источника зажигания использовали CO_2-лазер непрерывного действия. Установлено, что зависимость периода вспышки от плотности мощности носит гиперболический характер. Введение в структуру полимера галоида эффективно повышает стойкость к воспламенению.

Использование лазера в качестве источника нагрева интересно тем, что позволяет рассчитать с некоторой погрешностью (связанной с ошибкой определения теплофизических и оптических свойств образца) плотность энергии E, соответствующую различным стадиям нагрева полиме-