

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ИЗМЕЛЬЧЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ  
ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА ОДНООСНОЕ СЖАТИЕ

Г. П. Стариakov<sup>1</sup>, Т. Н. Мельник<sup>1,2</sup>, С. В. Шатохин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт физики горных процессов,

Е-mail: ifgpdnr@mail.ru, shatohin-sergej@mail.ru,

ул. Розы Люксембург, 72, 283048, г. Донецк, Россия

<sup>2</sup>Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина,

Е-mail: tatmeln18@gmail.com, ул. Розы Люксембург, 72, 283048, г. Донецк, Россия

В качестве основы взяты теоретические модели Бриджмена и Фарбмана по определению вязкости порошков. Приведены результаты экспериментов по одноосному сжатию измельченных материалов. Даны примеры расчетов вязкости для угля, кварца, песчаника, песчаного сланца.

*Вязкость твердых тел, гранулированные вещества, модели Бриджмена и Фарбмана, вязкость измельченного материала*

DOI: 10.15372/FTPRPI20240505

EDN: RWOBXB

Вычисление вязкости материала как его кинетической характеристики сталкивается с определенными трудностями. Одна из них — разнообразие методов и их связь с ограниченным числом объектов.

При изучении деформации твердого тела предполагается, что данный процесс совершается обратимым образом. Однако реальная скорость деформации не является бесконечно малой, твердое тело не находится в равновесии в любой момент времени, имеют место релаксационные процессы и диссипация энергии.

Один из путей диссипации — преодоление внутреннего трения, т. е. вязкости. Как показано в [1], мерой уменьшения механической энергии твердого тела в единицу времени является диссипативная функция. Для деформируемого твердого тела диссипативная функция имеет вид

$$R = \eta \left( v_{ik} - \frac{1}{3} \delta_{ik} v_{il} \right)^2 + \frac{\zeta}{2} v_{il}^2,$$

где  $\eta$ ,  $\zeta$  — коэффициенты вязкости;  $v_{ik}$  — производные тензора деформации по времени.

Учет вязкости в уравнениях движения может быть осуществлен введением добавочных слагаемых в компоненты тензора напряжений  $\sigma_{ik} + \sigma'_{ik}$ . При этом

$$\sigma'_{ik} = 2\eta(v_{ik} - 1/3 \cdot \delta_{ik} v_{il}) + \zeta v_{il} \delta_{ik}.$$

Параметры вязкости в первую очередь определяют характеристики распространения упругих волн в твердом теле и их затухания. Диссипация механической энергии в теле задается выражением

$$\dot{E} = -\frac{\kappa}{T} \int (\nabla T)^2 dV - 2 \int R dV,$$

где  $T$  — температура;  $R$  — диссипативная функция (1). Первый член обусловлен теплопроводностью, второй — вязкостью.

Коэффициент поглощения звука находится как отношение средней диссипации энергии к удвоенному среднему потоку энергии в волне. В изотропных аморфных телах (ископаемый уголь и горные породы) коэффициенты поглощения поперечных и продольных волн зависят от частоты волн и коэффициентов вязкости [1]. Для твердых тел вязкостью называется способность материала поглощать в заметных количествах, не разрушаясь, механическую энергию в необратимой форме. Вязкость твердых тел обычно отождествляют с ударной вязкостью, противопоставляя ее хрупкости. Ударная вязкость интерпретируется как способность материала сопротивляться действию удара.

Силы вязкости, возникающие при течении жидкости, отличаются от сил упругости, возникающих в твердом теле в ответ на напряжения сдвига, сжатия или растяжения. В последнем случае напряжение пропорционально деформации сдвига, в жидкости оно пропорционально скорости деформации с течением времени.

Однако многие жидкости (включая воду) при воздействии внезапного напряжения на короткое время вступают в реакцию, подобную упругим твердым частицам. И наоборот, многие твердые вещества (даже гранит) будут течь как жидкость, хотя и очень медленно, даже при сколь угодно малом напряжении. Такие материалы описываются как вязкоупругие, т. е. обладающие как эластичностью (реакция на деформацию), так и вязкостью (реакция на скорость деформации). В геологии известны материалы, которые демонстрируют вязкую деформацию, на три порядка превышающую их упругую деформацию.

Механизм вязкости связан с наличием дефектов в кристаллической структуре [2]. Приложенные напряжения вызывают направленное движение ионов и соответственно дефектов. Это приводит к возникновению направленной деформации, т.е. ползучести.

Диффузионная ползучесть происходит благодаря диффузии атомов через внутренние области кристаллических зерен, когда к ним приложены напряжения. Диффузионная ползучесть приводит к такой деформации, которую можно рассматривать как течение ньютоновской вязкой жидкости (напряжение пропорционально скорости деформации):  $\sigma = \eta \dot{\varepsilon}$ .

Дислокации — это нарушения порядка расположения атомов в кристаллической решетке. Все дислокации могут быть представлены в виде суперпозиции двух основных видов, краевых и винтовых дислокаций. Приложенные напряжения вызывают направленное перемещение дислокаций, т. е. деформацию. Дислокационная ползучесть приводит к нелинейной (степенной) зависимости скорости деформации от напряжения. По оценкам вязкости горных пород, при напряжениях ниже  $10^{-2}$  МПа преобладает диффузионная ползучесть, а при напряжениях выше  $10^{-1}$  МПа — дислокационная.

Вязкость по границам зерен связана с деформированием межзеренного пространства по механизму, сходному с диффузионной ползучестью. Она также приводит к линейному соотношению между напряжением и скоростью деформации. Однако деформации по границам зерен ограничены предельной величиной  $\dot{\varepsilon}^* \sim \delta / d \sim 10^{-5}$ , где  $\delta$  — межзеренное расстояние;  $d$  — диаметр зерен.

При больших значениях происходит деформация зерен. Оценки показывают, что вязкость по границам зерен по крайней мере на 10 порядков ниже, чем вязкость, связанная с деформацией зерен.

При распространении упругих волн в горных породах (быстром процессе)

$$u = u_0 \cos k(x - vt),$$

где  $u_0 \sim 10^{-6}$  м, деформация

$$\varepsilon_{xx} \sim \frac{\partial u_x}{\partial x} \sim u_0 k \sim 10^{-9} \ll \varepsilon^*.$$

Полагаем, что деформация при распространении сейсмических волн обеспечена межзеренной деформацией. В таком случае затухание сейсмических волн обусловлено вязкостью по границам зерен. В горных породах, где имеется открытая пористость и трещиноватость, заполненная флюидом, эффективная вязкость и затухание волн во многом определяются вязкостью флюида, движущегося при деформации в поровом пространстве, и  $\eta \sim 10^4 - 10^7$  Па·с. При более медленных процессах (тектоническом движении)  $\varepsilon \sim 10^{-4} \gg \varepsilon^*$  и  $\eta \sim 10^{19} - 10^{20}$  Па·с.

Вязкость каменноугольного вещества — свойство, обратное его хрупкости, как физическая величина недостаточно исследована. Она зависит от генетических факторов: наиболее вязкие сапропелевые угли (богхеды, сапроколлиты), менее — гумусовые, среди которых зольные угли — самые вязкие.

В материаловедении вязкость как кинетический параметр часто заменяют прочностными характеристиками. Так, вязкость разрушения — критический коэффициент интенсивности напряжений, при которой распространение трещины внезапно становится быстрым и неограниченным. Ударная вязкость — способность материала поглощать механическую энергию в процессе деформации и разрушения под действием ударной нагрузки.

Основным отличием ударных нагрузок от испытаний на растяжение — сжатие или изгиб является высокая скорость выделения энергии. Таким образом, ударная вязкость характеризует способность материала к быстрому поглощению энергии. Обычно оценивается работа до разрушения или разрыва испытываемого образца при ударной нагрузке, отнесенной к площади его сечения в месте приложения нагрузки. Однако эти параметры, представляющие несомненный интерес по причине их корреляций с прочностью угля [3], тем не менее не характеризуют базовые закономерности деформации угольного вещества.

Особый вопрос — вязкость вещества в измельченном состоянии. Проблема заключается в том, насколько измеряемые характеристики гранулированного вещества соотносятся с характеристиками монолита. В определенной мере ответ дают феноменологические теории прессования, но они по большей части сосредоточены на механических свойствах монолита и порошка (предел прочности, модуль Юнга). Вопрос о взаимосвязи вязкости порошка и исходного материала до сих пор не решен. Несмотря на это, можно говорить о корреляции кинетических свойств измельченного и неизмельченного материала. При изменении свойств порошка разумно предположить, что и свойства монолита также изменились.

В отличие от вязкости монолита, вязкость вещества в измельченном состоянии в значительной мере определяется поверхностным сцеплением и взаимодействием частиц.

## ОСНОВНЫЕ МОДЕЛИ

Для характеристики вязкости измельченных (сыпучих) тел применяются методы определения эффективной вязкости жидкостей. В частности, имеется метод Оствальда — Пинкевича, основанный на измерении времени истечения известного объема жидкости через капилляр, однако он не может быть использован при повышенном давлении. Метод падающего шарика, кото-

рый лишен этого недостатка и может быть использован в скважинных условиях, не пригоден для непрозрачных и высоковязких жидкостей. Ротационный метод определения вязкости предполагает использование прецизионного оборудования в виде крутильных весов. Общий недостаток указанных методов — невозможность определить вязкость в условиях, близких к тем, в которых находятся природные и конструкционные материалы, испытывающие деформации и пребывающие под давлением.

Тем не менее имеются способы определения вязкости измельченных материалов в экстремальных условиях. Один из них основан на эффекте Бриджмена, который состоит в реализации низковязкой текучести твердой дисперсной среды при быстром динамическом нагружении образца при высоком давлении в рамках гидродинамического режима [4]. В наковальнях Бриджмена давление создается в тонком слое вещества, заключенного между коническими поршнями. В настоящее время эффект Бриджмена не только является модельным для изучения механической устойчивости диэлектриков в условиях высоких давлений, но и позволяет изучать пределы механической устойчивости минералов, находящихся в горных выработках с часто происходящими горными ударами [5].

Как отмечалось в [6], образец в наковальнях Бриджмена квазистатически нагружается до критического порога, а затем разрушается до мелкодисперсного состояния. Дисперсный материал становится подобным квазижидкости и испытывает сильное давление. В результате он весь или частично выбрасывается за пределы зоны сжатия. Скорость сближения поршней представима в виде

$$v = \frac{Ph^3}{2\eta S},$$

где  $P$  — нагрузка на поршни-пластины;  $h$  — расстояние между пластинами;  $S$  — площадь пластин;  $\eta$  — эффективная вязкость квазижидкости (совокупности частиц разрушенного материала). Соответственно эффективная вязкость может быть вычислена как

$$\eta = \frac{Ph^3}{2vS}.$$

Еще одной моделью, позволяющей вычислить вязкость измельченного материала по результатам его сжатия, является реологическая модель Фарбмана. Модель описывает сжатие сыпучих твердых тел [7].

Фарбман предложил трехзвенную реологическую модель, в которой начальный период прессования моделируется телом Гука с защелкой на конце, второй этап — звеном, состоящим из соединенных параллельно тел Ньютона и Сен-Венана. Третий этап моделируется телом Кельвина. Суммарная деформация насыпки измельченного материала равна  $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ . Ее зависимость от времени имеет вид

$$\varepsilon = \frac{\sigma_1}{E_1} + (\sigma_2 - \sigma_1) \frac{t_2}{\eta_1} + \sigma_3 \frac{1 - \exp\left(-\frac{E_1 t_3}{\eta_2}\right)}{E_2}. \quad (1)$$

Здесь  $E_1, E_2$  — модули упругости на первом и третьем этапе сжатия навески;  $\eta_1, \eta_2$  — вязкость на этих же этапах;  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  — нагрузка в конце каждого из этапов;  $t_2, t_3$  — длительность второго и третьего этапов сжатия. Из (1) можно найти  $\eta_2$  — вязкость измельченного материала в сжатом состоянии.

Модели Бриджмена и Фарбмана основаны на разных предпосылках, но обе дают возможность определить вязкость измельченного твердотельного материала, базируясь на результатах экспериментов по его сжатию.

## ЭКСПЕРИМЕНТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Вязкость измельченного материала определяли по результатам экспериментов, положенных в основу экспресс-метода определения прочности горных пород [8, 9]. Суть метода состоит в отборе из измельченного материала фракций с зернами нескольких размеров, их сжатии и последующем анализе полученных кривых “напряжение – относительная деформация” (отношение изменения высоты порошковой навески к ее исходной высоте). Использование измельченного материала обусловлено тем, что в случае применения стандартных методик к оценке механических и кинетических характеристик угля и горных пород получение образцов регламентированной формы, размера и качества обработки поверхности может оказаться затруднительным [10, 11].

Вначале проводили отбор образцов нарушенной породы, из которых отсеивались фракции с частицами разных размеров. Порошки различных фракций поочередно (т. е. для каждого эксперимента отдельно) насыпали в цилиндрический контейнер высокого давления, который устанавливали на пресс с вертикальным поршнем и регистрирующей аппаратурой. Далее навеску в контейнере нагружали до максимального давления 250–400 МПа (записывались давление и смещение поршня, рис. 1). Поскольку коэффициент внешнего трения хрупких материалов значительно меньше коэффициента внутреннего трения (для угля по стали — вдвое), дополнительная смазка стенок контейнера не применялась.

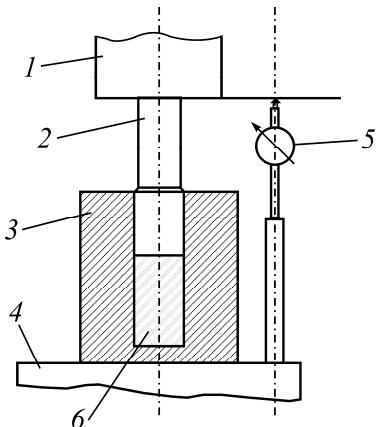


Рис. 1. Схема установки одноосного сжатия: 1 — шток пресса; 2 — шток камеры; 3 — камера; 4 — установочная плита; 5 — индикатор часового типа; 6 — образец

Образцы угля отбирали на шахте им. А. А. Скочинского. Породные образцы измельчались до размера зерен 1–5 мм. Отбирались фракции с различным диаметром гранул 1.0 и 2.0–3.0 мм с навеской по 25 г. Диаметр гранул второго материала (кварца) составлял 0.1, 1.0 и 2.0–3.0 мм.

Результаты измерений позволили построить графики “нагрузка – относительная деформация” для каждой из фракций и разность “деформация – нагрузка” (одинаковая для всех фракций) (рис. 2 и 3).

Если рассмотреть сжатие навесок с гранулами разного размера, то, согласно модели Фарбмана, разность деформации порошков из гранул разного размера при одном и том же нагружении будет записываться как

$$\Delta\varepsilon = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1) \cdot \Delta\sigma}{\eta_1} + \frac{\sigma_3}{E_2} \left[ \exp\left(-\frac{E_1 t_3}{\eta_2}\right) - \exp\left(-\frac{E_1 \left(t_3 + \frac{\Delta\sigma}{s}\right)}{\eta_2}\right) \right]. \quad (2)$$

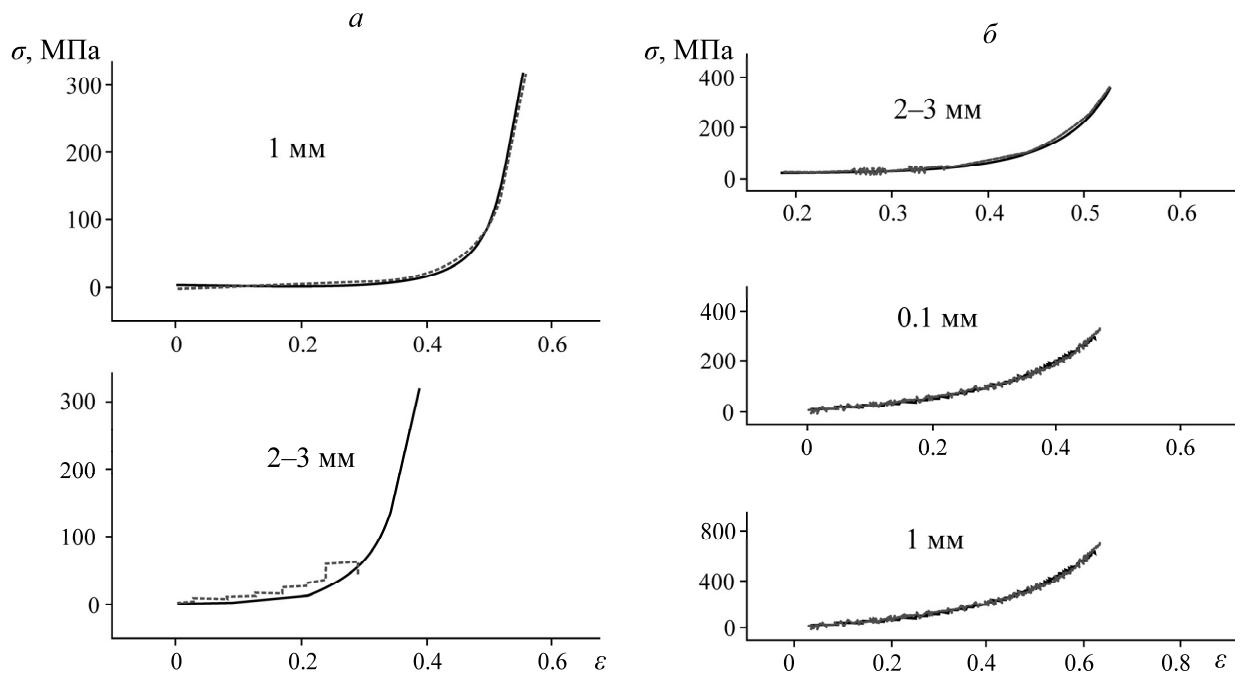


Рис. 2. Экспериментальные кривые “нагрузка – относительная деформация” для горных пород различной литологии: уголь (а), кварц (б). Размер гранул указан на кривых

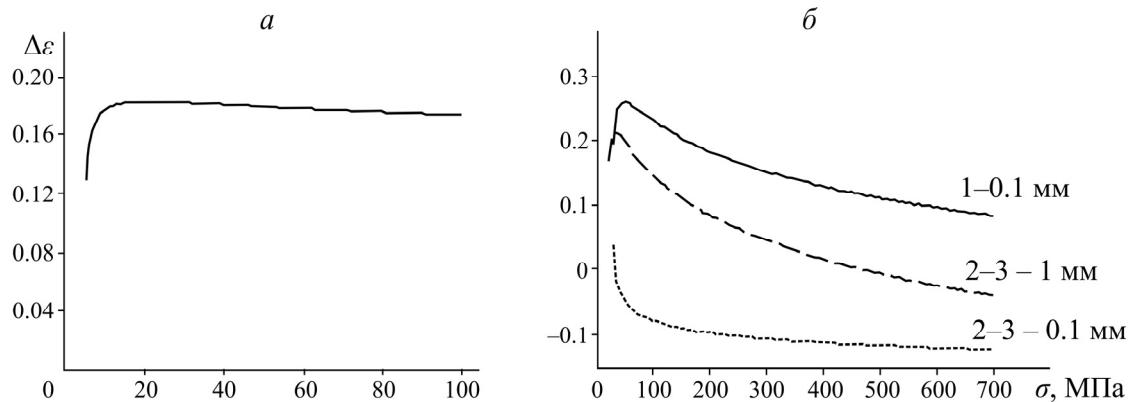


Рис. 3. Деформация навесок гранул разного размера при одной и той же нагрузке для угля (а) и кварца (б)

Разница во времени наступления второго периода (рис. 4), вызванная разным временем вытеснения свободного объема при разном размере гранул, равна  $\Delta\sigma / S$  при постоянной скорости нагружения  $s$ .

На границе второго и третьего этапа  $t_3 = \sigma_2 / S$ , поэтому (2) запишем в виде

$$\Delta\epsilon = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)}{\eta_1} \cdot \frac{\Delta\sigma}{s} + \frac{\sigma_3}{E_2} \exp\left(-\frac{E_1 \sigma_2}{\eta_2 s}\right) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{E_1 \Delta\sigma}{\eta_2 s}\right) \right]. \quad (3)$$

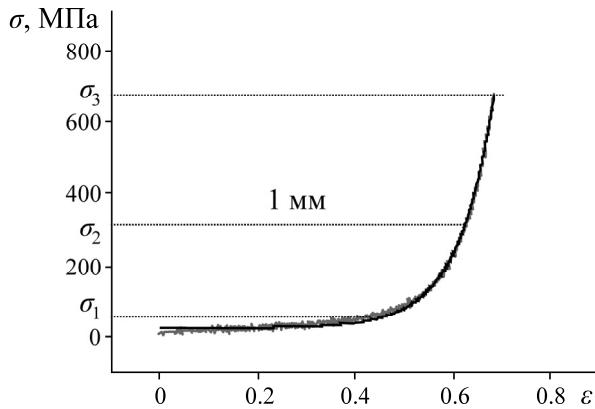


Рис. 4. Стадии сжатия кварцевого порошка с диаметром гранул 1 мм

Зависимость  $\Delta\epsilon(\sigma_2)$  имеет точку экстремума при

$$\sigma = \frac{\eta_2 s}{E_1} \ln \frac{\Delta\sigma E_2 \eta_2}{\eta_1 s \sigma_3 E_1} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{E_1 \Delta\sigma}{s \eta_2} \right) \right]^{-1}. \quad (4)$$

В этой точке поведение кривой (3) изменяется из-за смены процесса, происходящего при сжатии (уплотнение сменяется разрушением гранул). Считаем это значение окончанием первого этапа сжатия гранулированного материала.

Точное вычисление предела прочности по диаграмме “нагружение – деформация” требует вычисления модулей упругости и вязкости на каждом из этапов сжатия методом секущих. Оценка модуля упругости на этапе сжатия выполняется по формуле  $E = d\sigma/d\epsilon$ , а вязкости  $\eta = \sigma/\dot{\epsilon}$ , где  $\dot{\epsilon}$  — производная от деформации по времени, но при условии постоянной скорости нагружения  $s$  получаем  $\dot{\epsilon} = d\epsilon/dt = s d\epsilon/d\sigma$ . В этом случае вязкость на разных стадиях сжатия вычисляется как  $\eta = \sigma/s \cdot d\sigma/d\epsilon$ .

Наибольший интерес представляет величина  $\eta_2$ , поскольку она характеризует состояние гранул под нагрузкой вблизи предела прочности. Этот диапазон связан с возможным прогнозированием поведения материала под нагрузкой в реальных условиях. Из (2) может быть получена зависимость вязкости от разности деформаций гранул разных размеров:

$$\eta = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1) \frac{\Delta\sigma}{s}}{\Delta\epsilon - \frac{\sigma_3}{E_2}}. \quad (5)$$

Применив к интерпретации результатов эксперимента модель Бриджмена, получим

$$\eta = \frac{\sigma h_0^2 \epsilon^3 t}{2\pi R^2 (1-\epsilon)}, \quad (6)$$

где  $\sigma$  — нагрузка;  $h_0$  — исходная толщина навески;  $\epsilon$  — относительная деформация навески;  $R$  — радиус поршня и контейнера;  $t$  — длительность сжатия.

Результаты расчета вязкости по обеим моделям в целом совпадают. Для угля с выходом летучих 35% вязкость составляет  $(1.3 - 1.5) \cdot 10^{13}$  Па·с. Вязкость измельченного кварца, рассчитанная на основе модели Фарбмана, составила  $1.4 \cdot 10^{15}$  Па·с. В модели Бриджмена это значение оказалось равным  $1 \cdot 10^{15}$  Па·с. Расчеты вязкости других горных пород по модели Бриджмена, основанные на данных [9], позволили оценить вязкость диспергированного песчаника и песчаного сланца как  $9 \cdot 10^{13}$  Па·с, а глинистого сланца как  $1.9 \cdot 10^{13}$  Па·с. Видно, что увеличенное содержание кварца в диспергированной горной породе соответствует повышенной вязкости измельченного вещества.

Поэтому представляется возможным на основании расчетов вязкости делать выводы об уровне содержания кварца в горных породах. Корреляция обусловлена тем, что прочность и поверхностное сцепление частиц кварца выше, чем соответствующие параметры вмещающей породы. Характерные значения прочности для кварца превышают таковые для сланца или песчаника почти на порядок. При наличии набора экспериментальных данных о процентном содержании кварца в породе и вязкости ее измельченных фракций несложная интерполяция дает возможность судить о процентном содержании кварца в исследуемом диспергированном материале по его вязкости.

## ВЫВОДЫ

Определение вязкости измельченного материала может служить средством косвенной оценки его механических и прочностных характеристик. Корреляция между свойствами монолитного образца и свойствами порошка, образовавшегося в результате его измельчения, позволяет делать выводы об эволюции прочностных характеристик монолита. При этом исследование измельченного материала является более быстрым способом анализа, не требующим тщательной подготовки образца.

Применение моделей Бриджмена и Фарбмана к расчетам на основе данных о сжатии порошковых навесок (диаграмм “напряжение – деформация”) дает сходные результаты, поэтому обе модели могут использоваться для оценки состояния материала, подвергшегося измельчению. Расчеты вязкости диспергированного материала дают качественные (а при наличии наработанных экспериментальных данных — и количественные) выводы о составе кварцсодержащих горных пород.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. — М.: Физматлит, 2003. — 264 с.
2. Захаров В. С., Смирнов В. Б. Физика земли. — М.: Инфра-М, 2016. — 328 с.
3. Чеботарев П. Н. Установление корреляционных связей вязкости разрушения угольного массива с показателями его прочности // Изв. ТулГУ. Техн. науки. — 2012. — Вып. 9. — С.88–93.
4. Bridgman P. W. General survey of certain results in the field of high-pressure physics, Nobel Lecture, December 11, 1964, Elsevier Publ. Company, Amsterdam, 1964
5. Ярославский М. А. Реологический взрыв. — М.: Наука, 1982. — 193 с.
6. Фатеев Е. Г. Низковязкая текучесть твердой дисперсной среды в эффекте Бриджмена // ЖТФ. — 2005. — Т. 75. — Вып. 2. — С. 53–56.
7. Старикив Г. П., Борисенко Э. В., Мельник Т. Н., Шатохин С. В., Якимчук Н. В. Применение реологических моделей твердого тела к экспериментальному определению механических и кинетических свойств // ФТВД. — 2024. — Т. 34. — № 2. — С. 103–114.
8. Старикив Г. П., Мельник Т. Н., Нескреба Д. А. Определение прочности диспергированных горных пород // Физика и техника высоких давлений. — 2020. — Т. 30. — № 4. — С. 83–92.
9. Мельник Т. Н., Борисенко Э. В., Кравченко А. В., Прокофьева Л. Н., Иващенко В. Д. Метод определения прочности углепородного массива на основе двухфракционной модели сжатия гранул с переменным радиусом // ФТВД. — 2023. — Т. 33. — № 3. — С.72–82.
10. Цой П. А., Усольцева О. М. Применение кругов Мора для связи и модельной оценки прочностных данных разноразмерных образцов горных пород // ФТПРПИ. — 2019. — № 2. — С. 23–29.
11. Назарова Л. А., Назаров Л. А., Голиков Н. А. Оценка реологических свойств пород-коллекторов пластов баженовской свиты по данным термобарических испытаний // ФТПРПИ. — 2017. — № 3. — С.22–28.

Поступила в редакцию 15/VIII 2024

После доработки 11/IX 2024

Принята к публикации 24/IX 2024