

УДК 536.2

DOI: 10.15372/PMTF202115048

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В ПОТОКЕ СТЕПЕННОЙ ЖИДКОСТИ ВБЛИЗИ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ С УЧЕТОМ ВНУТРЕННЕГО ТЕПЛОЫДЕЛЕНИЯ И ЭФФЕКТОВ СОРЕ И ДЮФУРА

Ч. Ц. Хуан, К. А. Их

Технологический институт Военно-воздушных сил, Гаосюн, Тайвань
E-mails: hcj631216@yahoo.com.tw, chhsingy@gmail.com

Исследуется конвективный тепломассоперенос в двумерном установившемся пограничном слое вблизи вертикальной пластины, погруженной в пористую среду, насыщенную жидкостью. Учитываются внутреннее тепловыделение и эффекты Соре и Дюфура. Используется степенная модель неньютоновской жидкости Оствальда — де Ваале. Уравнения задачи решаются с помощью метода ячеек Келлера. Проведено сравнение полученных результатов с известными данными.

Ключевые слова: внутреннее тепловыделение, эффекты Соре и Дюфура, неньютоновская жидкость, смешанная конвекция, вертикальная пластина

Введение. Результаты исследований тепломассообмена в условиях свободной или смешанной конвекции в пористых средах, насыщенных ньютоновской или неньютоновской жидкостью, используются при изучении геотермальных и геофизических процессов, таких как распространение химических веществ в пористых средах, а также при разработке технологии подземного захоронения ядерных отходов.

Тепломассоперенос при свободной конвекции в ньютоновской жидкости вблизи усеченного конуса, погруженного в пористую среду, изучался в работе [1] с использованием метода ячеек Келлера. Однако многие жидкости, используемые в промышленности, являются неньютоновскими. Форма закона Дарси, применимая к степенным жидкостям, впервые предложена в работе [2]. В [3] изучалось течение неньютоновской жидкости в пористой среде. В [4] с использованием модели Оствальда — де Ваале, предложенной в работах [2, 3], исследован теплоперенос при смешанной конвекции в степенной жидкости вблизи вертикальной пластины, погруженной в пористую среду.

При решении многих задач, например задач, связанных с обеспечением безопасности реакторов и хранения радиоактивных материалов, необходимо учитывать внутреннее тепловыделение. Теплообмен при смешанной конвекции в неньютоновской жидкости вблизи вертикальной пластины, погруженной в пористую среду, с учетом тепловыделения рассматривался в работе [5]. В [6] с использованием модели внутреннего тепловыделения, затухающего по экспоненциальному закону, исследовался теплообмен в случае свободной

конвекции в пограничном слое вблизи вертикальной и горизонтальной пластин, погруженных в пористую среду.

Возникновение потока тепла вследствие наличия градиента концентрации известно как эффект Дюфура (диффузионно-тепловой эффект), возникновение потока массы вследствие наличия градиента температуры называется эффектом Соре (эффектом термодиффузии). В работе [7] изучались эффекты Соре и Дюфура при тепломассопереносе в случае свободной конвекции в дважды стратифицированной пористой среде. В [8] исследовались естественные конвекционные потоки в пористых средах при наличии эффектов Соре и Дюфура. В [9] изучалось влияние внутреннего тепловыделения на тепломассообмен при свободной конвекции в неньютоновских жидкостях, текущих по вертикальной пластине, находящейся в пористой среде, при переменных температуре и концентрации стенки. Влияние внутреннего тепловыделения и теплового излучения на свободноконвективное магнитно-гидродинамическое течение неньютоновской жидкости над вертикальной пластиной в пористой среде с учетом эффектов Соре и Дюфура в случае однородных температуры и концентрации изучалось в работе [10]. В [11] исследовалось влияние теплового излучения на свободную конвекцию, не подчиняющуюся закону Дарси, в потоке неньютоновской жидкости над вертикальной проницаемой пластиной в пористой среде с учетом эффектов Соре и Дюфура. В работе [12] изучалось взаимодействие свободноконвективного течения и излучения вдоль проницаемой поверхности, погруженной в пористую среду, с учетом эффектов Соре и Дюфура в случае однородных температуры и концентрации стенки. В [13] исследовано влияние эффектов Соре и Дюфура на диффузионную смешанную конвекцию вблизи вертикальной поверхности в пористой среде, насыщенной неньютоновской жидкостью. В работе [14] при изучении смешанной конвекции вдоль вертикальной поверхности, погруженной в пористую среду, насыщенную неньютоновской жидкостью, использовано автомодельное решение. В [15] исследовано влияние химической реакции и выделения (поглощения) тепла на смешанную конвекцию вдоль вертикального растягиваемого листа при наличии неравномерного массопереноса через щелевое отверстие. Численный анализ теплопереноса вследствие ламинарной смешанной конвекции в потоке наножидкости $Al_2O_3-H_2O$ в квадратном канале выполнен в [16].

В данной работе, являющейся продолжением работ [1, 6, 10, 11, 14], изучается влияние внутреннего тепловыделения, а также эффектов Соре и Дюфура на тепломассоперенос вследствие конвекции в потоке степенной жидкости вблизи вертикальной пластины, погруженной в пористую среду.

1. Постановка задачи. Рассматривается вертикальная пластина, на поверхность которой действуют переменные потоки тепла и массы. На рис. 1 представлены модель потока и используемая система координат. Начало координат находится на передней кромке пластины, ось x расположена в плоскости пластины, ось y направлена по нормали к поверхности пластины. Температура и концентрация окружающей среды обозначены через T_∞ и C_∞ . Предполагается, что поток вблизи вертикальной пластины является двумерным ламинарным установившимся и несжимаемым. Для определения скорости потока используется модель Дарси. Свойства жидкости постоянны, за исключением плотности, переменность которой учитывается в выражении для силы плавучести.

В приближении Буссинеска уравнения, описывающие движение пограничного слоя (уравнение неразрывности, закон Дарси, закон сохранения энергии, закон сохранения концентрации), записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, & u^n &= U_\infty^n + \frac{\rho g K}{\mu} [\beta_T(T - T_\infty) + \beta_C(C - C_\infty)], \\ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \bar{D} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{q'''}{\rho C_P}, & u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} &= D_M \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \bar{S} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

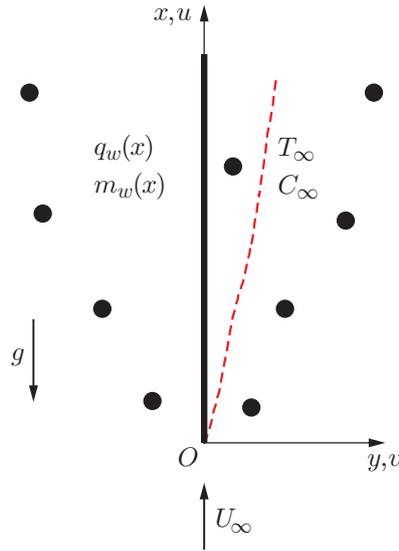


Рис. 1. Модель потока и система координат (штриховая линия — граница пограничного слоя)

краевые условия задаются в виде

$$y = 0: \quad v = 0, \quad -k \frac{\partial T}{\partial y} = q_w(x) = a_1 x^\lambda, \quad -D_M \frac{\partial C}{\partial y} = m_w(x) = b_1 x^\lambda; \quad (2)$$

$$y \rightarrow \infty: \quad u = U_\infty, \quad T = T_\infty, \quad C = C_\infty. \quad (3)$$

В уравнениях (1)–(3) u, v — компоненты вектора скорости Дарси (скорости фильтрации) в направлениях осей x и y соответственно; U_∞ — скорость потока на бесконечности; n — показатель степени в реологическом законе для неньютоновской жидкости; ρ — плотность; μ — динамическая вязкость; g — ускорение свободного падения; K — проницаемость пористой среды; β_T, β_C — коэффициенты теплового и концентрационного расширения соответственно; T, C — осредненные по объему температура и концентрация соответственно; α, D_M — коэффициенты диффузии тепла и массы соответственно; D, \bar{S} — коэффициенты Дюфура и Соре пористой среды соответственно; q''' — скорость внутреннего тепловыделения в единице объема; C_P — удельная теплоемкость при постоянном давлении; k — удельная теплопроводность; a_1, b_1 — положительные константы; λ — показатель неоднородности потоков тепла и массы по координате x (при $\lambda = 0$ потоки тепла и массы постоянны); индекс w соответствует параметрам на стенке. Второе и третье краевые условия в (2) представляют собой закон теплопроводности Фурье и закон диффузии массы Фика соответственно.

Различные значения показателя неньютоновской жидкости n соответствуют различным типам жидкостей: значение $n < 1$ соответствует псевдопластической жидкости, $n = 1$ — ньютоновской жидкости, $n > 1$ — дилатантной жидкости. В работах [2, 3] соотношения степенной реологической модели Оствальда — де Ваале записаны соответственно в следующем виде:

$$K = \frac{6}{25} \left(\frac{n\varepsilon}{3n+1} \right)^n \left(\frac{\varepsilon d}{3(1-\varepsilon)} \right)^{n+1}, \quad K = \frac{2}{\varepsilon} \left(\frac{d\varepsilon^2}{8(1-\varepsilon)} \right)^{n+1} \frac{6n+1}{10n-3} \left(\frac{16}{75} \right)^{3(10n-3)/(10n+11)}$$

(d — диаметр частицы; ε — пористость среды).

При использовании функции тока ψ ($u = \partial\psi/\partial y, v = -\partial\psi/\partial x$) уравнение неразрывности удовлетворяется тождественно.

Введем следующие безразмерные величины:

$$\begin{aligned} \chi &= \left(1 + \frac{\text{Ra}_x^{n/(2n+1)}}{\text{Pe}_x^{1/2}}\right)^{-1}, & \eta &= \frac{y}{x} \text{Pe}_x^{1/2} \chi^{-1}, & f(\chi, \eta) &= \frac{\psi}{\alpha \text{Pe}_x^{1/2} \chi^{-1}}, \\ \theta(\chi, \eta) &= \frac{(T - T_\infty)k \text{Pe}_x^{1/2} \chi^{-1}}{q_w(x)x}, & \varphi(\chi, \eta) &= \frac{(C - C_\infty)D_M \text{Pe}_x^{1/2} \chi^{-1}}{m_w(x)x}, & & (4) \\ \text{Ra}_x &= \left(\frac{\rho g \beta_T q_w(x) K x}{\mu k}\right)^{1/n} \frac{x}{\alpha}, & \text{Pe}_x &= \frac{U_\infty x}{\alpha}, \end{aligned}$$

где Ra_x — модифицированное число Рэлея; Pe_x — локальное число Пекле; χ — параметр смешанной конвекции (значение $\chi = 0$ соответствует свободной конвекции, $\chi = 1$ — вынужденной конвекции).

Для внутреннего тепловыделения в единице объема q''' принимается соотношение

$$q''' = A^* \frac{(\text{Pe}_x^{1/2} + \text{Ra}_x^{n/(2n+1)})q_w(x)}{x} e^{-\eta}, \quad (5)$$

где A^* — коэффициент внутреннего тепловыделения, зависящий от пространственной координаты.

Из уравнений (1)–(3) для безразмерных величин (4), (5) получаем уравнения

$$\begin{aligned} (f')^n &= (1 - \chi)^{2n+1}(\theta + N\varphi) + \chi^{2n}, \\ \theta'' + \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2n+1}\left(\lambda + \frac{1}{2}\right)(1 - \chi)\right]f\theta' - \left(\lambda + \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{2n+1}(1 - \chi)\right)f'\theta + D\varphi'' + A^* e^{-\eta} &= \\ &= \frac{1}{2n+1}\left(\lambda + \frac{1}{2}\right)\chi(1 - \chi)\left(\theta' \frac{\partial f}{\partial \chi} - f' \frac{\partial \theta}{\partial \chi}\right), & (6) \\ \frac{1}{\text{Le}}\varphi'' + \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2n+1}\left(\lambda + \frac{1}{2}\right)(1 - \chi)\right]f\varphi' - \left(\lambda + \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{2n+1}(1 - \chi)\right)f'\varphi + S\theta'' &= \\ &= \frac{1}{2n+1}\left(\lambda + \frac{1}{2}\right)\chi(1 - \chi)\left(\varphi' \frac{\partial f}{\partial \chi} - f' \frac{\partial \varphi}{\partial \chi}\right) \end{aligned}$$

и краевые условия

$$\eta = 0: \quad f = 0, \quad \theta' = -1, \quad \varphi' = -1, \quad \eta \rightarrow \infty: \quad \theta = 0, \quad \varphi = 0. \quad (7)$$

Компоненты вектора скорости Дарси выражаются через безразмерные переменные следующим образом:

$$\begin{aligned} u &= \frac{\alpha \text{Pe}_x \chi^{-2}}{x} f' = U_\infty \chi^{-2} f', \\ v &= -\frac{\alpha \text{Pe}_x^{1/2} \chi^{-1}}{x} \left\{ \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2n+1}\left(\lambda + \frac{1}{2}\right)(1 - \chi)\right]f - \frac{1}{2n+1}\left(\lambda + \frac{1}{2}\right)\chi(1 - \chi) \frac{\partial f}{\partial \chi} - \right. \\ &\quad \left. - \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2n+1}\left(\lambda + \frac{1}{2}\right)(1 - \chi)\right]\eta f' \right\} \end{aligned}$$

(штрих обозначает производную по переменной η).

Параметр плавучести N , число Льюиса Le , параметр Дюфура D и параметр Соре S определяются по формулам

$$N = \frac{\beta_C m_w(x) k}{\beta_T q_w(x) D_M} = \frac{\beta_C b_1 k}{\beta_T a_1 D_M}, \quad Le = \frac{\alpha}{D_M},$$

$$D = \frac{\bar{D} m_w(x) k}{\alpha q_w(x) D_M} = \frac{\bar{D} b_1 k}{\alpha a_1 D_M}, \quad S = \frac{\bar{S} q_w(x) D_M}{\alpha m_w(x) k} = \frac{\bar{S} a_1 D_M}{\alpha b_1 k}.$$

Скорости тепло- и массообмена характеризуются локальными числами Нуссельта Nu_x и Шервуда Sh_x соответственно:

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = \frac{q_w(x)_x}{(T_w - T_\infty) k}, \quad Sh_x = \frac{h_{m,x} x}{D_M} = \frac{m_w(x)_x}{(C_w - C_\infty) D_M}. \quad (8)$$

Здесь $h_x, h_{m,x}$ — локальные коэффициенты конвективного тепло- и массопереноса соответственно; $q_w(x) = h_x(T_w - T_\infty)$ (закон теплопроводности Ньютона); $m_w(x) = h_{m,x}(C_w - C_\infty)$ (закон переноса массы).

После подстановки (4) в соотношения (8) выражения для локальных чисел Нуссельта и Шервуда записываются в виде

$$\frac{Nu_x}{Pe_x^{1/2} \chi^{-1}} = \frac{Nu_x}{Pe_x^{1/2} + Ra_x^{n/(2n+1)}} = \frac{1}{\theta(\chi, 0)}, \quad \frac{Sh_x}{Pe_x^{1/2} \chi^{-1}} = \frac{Sh_x}{Pe_x^{1/2} + Ra_x^{n/(2n+1)}} = \frac{1}{\varphi(\chi, 0)}. \quad (9)$$

Из (9) следует, что локальные числа Нуссельта (Шервуда) обратно пропорциональны безразмерной температуре (концентрации).

2. Результаты исследования и их обсуждение. Система уравнений (6) с граничными условиями (7) решена с использованием неявного метода конечных разностей (метода ячеек Келлера) [17]. Расчеты с помощью метода ячеек Келлера включают четыре этапа: 1) сведение дифференциальных уравнений в частных производных порядка N к системе N уравнений первого порядка; 2) конечно-разностная дискретизация; 3) квазилинеаризация нелинейных алгебраических уравнений Келлера; 4) решение линейризованных алгебраических уравнений Келлера с использованием блочного трехдиагонального метода. В качестве критерия сходимости алгоритма использовалась относительная разность значений искомых величин, полученных на двух последовательных итерациях. Если эта разность становилась меньше 10^{-5} , итерационный процесс прекращался. Вычисления проводились при $\Delta\chi = 0,01$. Величина первого шага равна $\Delta\eta_1 = 0,01$, затем шаг сетки увеличивался с коэффициентом, равным 1,01. Решение строилось в области по переменной η от $\eta = 0$ до $\eta_\infty = 20$.

В табл. 1 приведены значения величин $\theta(0, 0)$ и $\varphi(0, 0)$, полученные в данной работе и работе [1]. Результаты вычислений хорошо согласуются.

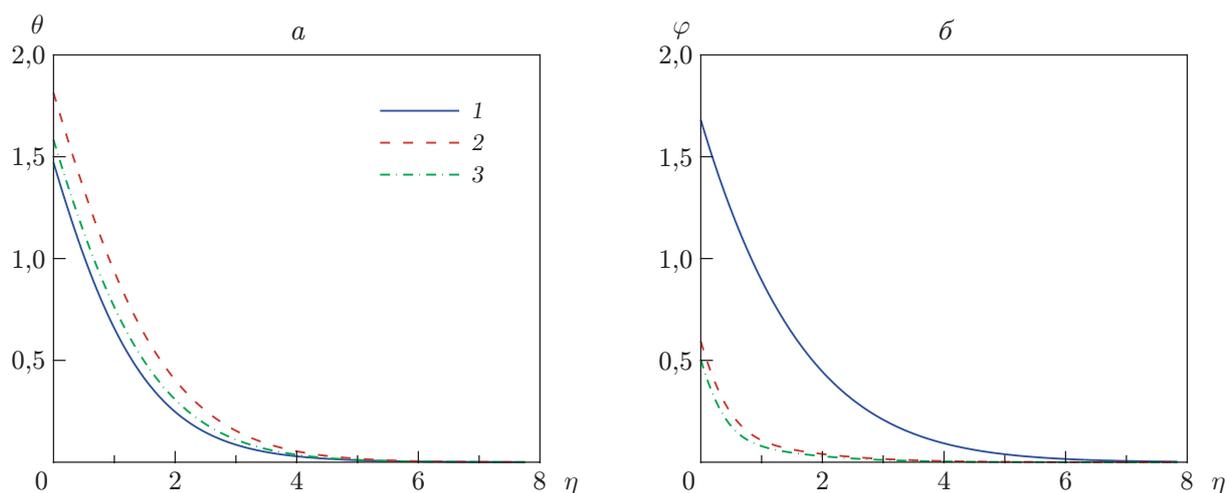
На рис. 2 приведены зависимости безразмерных температуры $\theta(\chi, \eta)$ и концентрации $\varphi(\chi, \eta)$ от безразмерной координаты η при $D = S = 0,1$, $n = A^* = 0,5$, $\lambda = 0$, $\chi = 0,5$ и различных значениях параметра силы плавучести N и числа Льюиса Le . При $N = 1$ с увеличением параметра Льюиса в диапазоне $Le = 0,5 \div 5,0$ безразмерная температура в пограничном слое $\theta(\chi, \eta)$ и безразмерная температура стенки $\theta(\chi, 0)$ увеличиваются, а безразмерная концентрация в пограничном слое $\varphi(\chi, \eta)$ и безразмерная концентрация на стенке $\varphi(\chi, 0)$ уменьшаются. Большее значение числа Льюиса $Le = \alpha/D_M$ соответствует большей толщине теплового пограничного слоя δ_T и меньшей толщине концентрационного слоя δ_C . При $Le = 5$ безразмерная температура и концентрация уменьшаются при увеличении параметра N в диапазоне от 1 до 4.

На рис. 3 приведены зависимости безразмерных температуры θ и концентрации φ от безразмерной координаты η при $N = 1$, $Le = 0,5$, $D = S = 0,1$, $n = 0,5$, $\lambda = 0$, $\chi = 0,2$ и

Таблица 1

Значения $\theta(0,0)$ и $\varphi(0,0)$ при $n = 1$, $\chi = A^* = D = S = 0$ и различных значениях параметров N , Le , λ

N	Le	$\theta(0,0)$				$\varphi(0,0)$			
		$\lambda = 1/3$		$\lambda = 1$		$\lambda = 1/3$		$\lambda = 1$	
		Данные [1]	Данные настоящей работы	Данные [1]	Данные настоящей работы	Данные [1]	Данные настоящей работы	Данные [1]	Данные настоящей работы
4	1	0,6792	0,6792	0,5848	0,5848	0,6792	0,6792	0,5848	0,5848
	10	1,0356	1,0356	0,8891	0,8891	0,2516	0,2516	0,2172	0,2172
	100	1,1433	1,1434	0,9839	0,9839	0,0865	0,0865	0,0747	0,0747
1	1	0,9218	0,9218	0,7937	0,7937	0,9218	0,9218	0,7937	0,7937
	10	1,1200	1,1200	0,9635	0,9635	0,2902	0,2902	0,2506	0,2507
	100	1,1563	1,1563	0,9955	0,9955	0,0919	0,0920	0,0794	0,0795
0	1	1,1613	1,1614	1,0000	1,0000	1,1613	1,1614	1,0000	1,0000
	10	1,1613	1,1614	1,0000	1,0000	0,3111	0,3111	0,2688	0,2688
	100	1,1613	1,1614	1,0000	1,0000	0,0942	0,0942	0,0813	0,0814
-0,5	1	1,4631	1,4632	1,2599	1,2599	1,4631	1,4632	1,2599	1,2599
	10	1,1868	1,1869	1,0225	1,0225	0,3247	0,3247	0,2806	0,2806
	100	1,1640	1,1641	1,0024	1,0024	0,0954	0,0954	0,0824	0,0825

Рис. 2. Зависимости безразмерных температуры θ (а) и концентрации φ (б) от безразмерной координаты η при $D = S = 0,1$, $n = A^* = 0,5$, $\lambda = 0$, $\chi = 0,5$ и различных значениях параметров N и Le :1 — $N = 1$, $Le = 0,5$, 2 — $N = 1$, $Le = 5$, 3 — $N = 4$, $Le = 5$

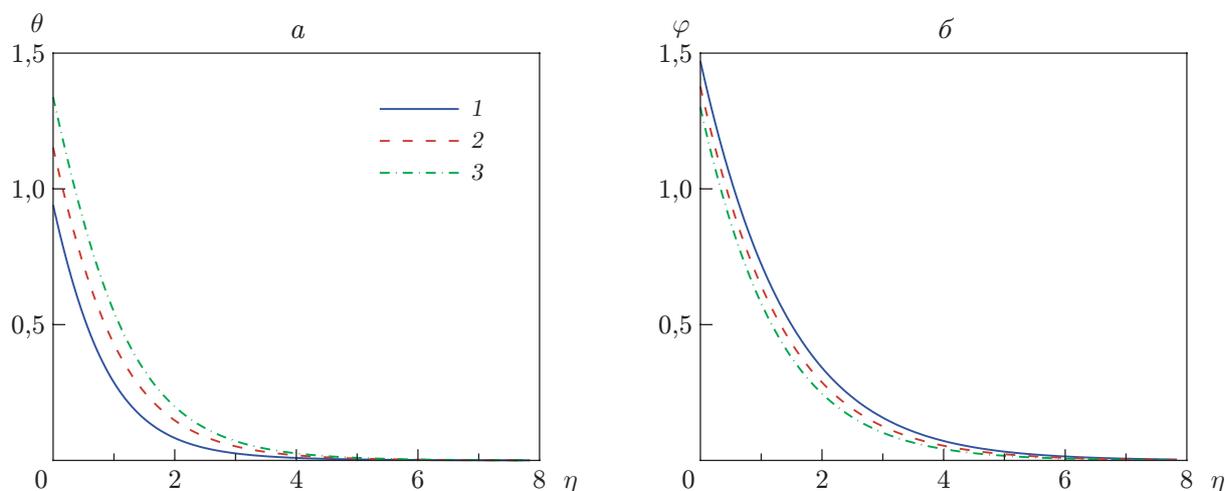


Рис. 3. Зависимости безразмерных температуры θ (а) и концентрации φ (б) от безразмерной координаты η при $N = 1$, $Le = 0,5$, $D = S = 0,1$, $n = 0,5$, $\lambda = 0$, $\chi = 0,2$ и различных значениях коэффициента внутреннего тепловыделения A^* : 1 — $A^* = 0$, 2 — $A^* = 0,5$, 3 — $A^* = 1,0$

различных значениях коэффициента внутреннего тепловыделения A^* . Видно, что при увеличении коэффициента A^* безразмерная температура увеличивается. Это обусловлено тем, что в результате внутреннего тепловыделения в тепловом пограничном слое генерируется энергия, что приводит к увеличению как безразмерной температуры, так и толщины теплового пограничного слоя. При увеличении коэффициента A^* безразмерная концентрация и толщина концентрационного пограничного слоя уменьшаются.

В табл. 2 приведены значения $1/\theta(\chi, 0) = Nu_x / (Pe_x^{1/2} + Ra_x^{n/(2n+1)})$ и $1/\varphi(\chi, 0) = Sh_x / (Pe_x^{1/2} + Ra_x^{n/(2n+1)})$ при $D = S = 0,1$, $n = 0,5$, $\lambda = 0$ и различных значениях параметров N , Le , χ , A^* . При фиксированных значениях N , χ , A^* с увеличением числа Льюиса Le увеличивается безразмерная температура $\theta(\chi, 0)$ и уменьшается безразмерная концентрация $\varphi(\chi, 0)$ (см. рис. 2). В соответствии с соотношениями (9) чем больше безразмерная температура стенки, тем меньше локальное число Нуссельта; чем меньше концентрация вблизи стенки, тем больше локальное число Шервуда. Из результатов, приведенных в табл. 2, следует, что число Льюиса Le оказывает на локальное число Шервуда более существенное влияние, чем на локальное число Нуссельта. При фиксированных Le , χ , A^* с увеличением параметра сил плавучести N локальные числа Нуссельта и Шервуда увеличиваются. Это обусловлено тем, что с увеличением параметра N увеличиваются силы плавучести и скорость потока жидкости. С увеличением скорости вблизи вертикальной пластины увеличивается отток тепла и массы от поверхности пластины, что приводит к уменьшению безразмерных температуры и концентрации.

Если значения параметров N , Le , χ не меняются, то при увеличении коэффициента внутреннего тепловыделения A^* локальные числа Нуссельта (Шервуда) уменьшаются (увеличиваются). Это обусловлено тем, что по мере увеличения коэффициента внутреннего тепловыделения A^* толщина теплового (концентрационного) пограничного слоя увеличивается (уменьшается) (см. рис. 3). Чем больше (меньше) толщина теплового (концентрационного) слоя, тем меньше (больше) локальное число Нуссельта (Шервуда). Кроме того, при увеличении параметра смешанной конвекции χ от 0 до 1 локальные числа Нуссельта и Шервуда имеют точку минимума (сначала эти числа уменьшаются, затем увеличиваются). Значения $\chi = 1$ и $\chi = 0$ соответствуют случаям вынужденной и свобод-

Таблица 2

Значения $1/\theta(\chi, 0)$ и $1/\varphi(\chi, 0)$ при $D = S = 0,1$, $n = 0,5$, $\lambda = 0$
и различных значениях параметров N , Le , χ , A^*

N	Le	χ	$1/\theta(\chi, 0)$			$1/\varphi(\chi, 0)$		
			$A^* = 0$	$A^* = 0,5$	$A^* = 1,0$	$A^* = 0$	$A^* = 0,5$	$A^* = 1,0$
1	0,5	0	1,2332	1,0090	0,8723	0,7714	0,8301	0,8841
		0,2	1,0628	0,8678	0,7474	0,6802	0,7263	0,7691
		0,5	0,8422	0,6796	0,5780	0,5675	0,5949	0,6205
		0,8	0,7521	0,5913	0,4895	0,5325	0,5405	0,5485
		1,0	0,8516	0,6704	0,5527	0,6091	0,6114	0,6137
1	5	0	0,8243	0,7169	0,6487	2,1168	2,4116	2,6703
		0,2	0,7461	0,6390	0,5712	1,8418	2,0886	2,3118
		0,5	0,6692	0,5513	0,4776	1,5183	1,6852	1,8467
		0,8	0,7034	0,5553	0,4611	1,4860	1,5687	1,6567
		1,0	0,8305	0,6568	0,5431	1,7334	1,7976	1,8669
4	5	0	1,0494	0,8702	0,7643	2,7966	3,0342	3,2469
		0,2	0,9296	0,7655	0,6666	2,3911	2,5871	2,7693
		0,5	0,7827	0,6314	0,5381	1,8477	1,9832	2,1180
		0,8	0,7308	0,5758	0,4770	1,5620	1,6403	1,7239
		1,0	0,8305	0,6568	0,5431	1,7334	1,7976	1,8669

ной конвекции соответственно. Из результатов, приведенных в табл. 2, следует, что на вынужденную конвекцию коэффициент сил плавучести N практически не влияет. Например, при $D = S = 0,1$, $n = 0,5$, $\lambda = 0$, $Le = 5$, $A^* = 0$, $\chi = 1,0$ (случай вынужденной конвекции) значения локальных чисел Нуссельта и Шервуда не зависят от коэффициента сил плавучести N . Эти результаты подтверждаются соотношениями (6).

На рис. 4 приведены зависимости безразмерных температуры θ и концентрации φ от безразмерной координаты η при $N = 2$, $Le = 4$, $\chi = 0,5$, $A^* = 1,0$, $n = 1,5$, $\lambda = 1,0$ и различных значениях параметров D , S . При $D = 0$ с увеличением параметра Соре в диапазоне $S = 0 \div 0,2$ безразмерная температура на стенке пластины незначительно уменьшается (см. рис. 4,а), а безразмерная концентрация увеличивается (см. рис. 4,б). При $S = 0,2$ с увеличением параметра Дюфура в диапазоне $D = 0 \div 0,2$ безразмерная температура стенки увеличивается, а безразмерная концентрация на стенке незначительно уменьшается.

На рис. 5 приведены зависимости безразмерных температуры θ и концентрации φ от безразмерной координаты η при $N = 2$, $Le = 4$, $\chi = 0,5$, $A^* = 1,0$, $D = S = 0,2$ и различных значениях n , λ . При $n = 0,5$ с увеличением показателя экспоненты λ как безразмерная температура, так и безразмерная концентрация уменьшаются. При $\lambda = 1,0$ неньютоновская жидкость с большим показателем степени n имеет большую температуру и концентрацию, в том числе вблизи стенки.

В табл. 3 приведены значения $1/\theta(\chi, 0)$ и $1/\varphi(\chi, 0)$ при $N = 2$, $Le = 4$, $\chi = 0,5$, $A^* = 1,0$ и различных значениях параметров D , S , n , λ . При фиксированных значениях D , n , λ с увеличением параметра Соре в диапазоне $S = 0 \div 0,2$ локальное число Нуссельта $1/\theta(\chi, 0)$ незначительно увеличивается, а локальное число Шервуда $1/\varphi(\chi, 0)$ уменьшается. Это обусловлено тем, что при увеличении параметра Соре S безразмерная температура стенки $\theta(\chi, 0)$ уменьшается (см. рис. 4,а), поэтому число Нуссельта увеличивается. С увеличением параметра Соре S безразмерная концентрация на стенке $\varphi(\chi, 0)$ увеличивается (см. рис. 4,б) и, следовательно, локальное число Шервуда уменьшается. При заданных значениях параметров S , n , λ и незначительном увеличении параметра Дюфура от 0

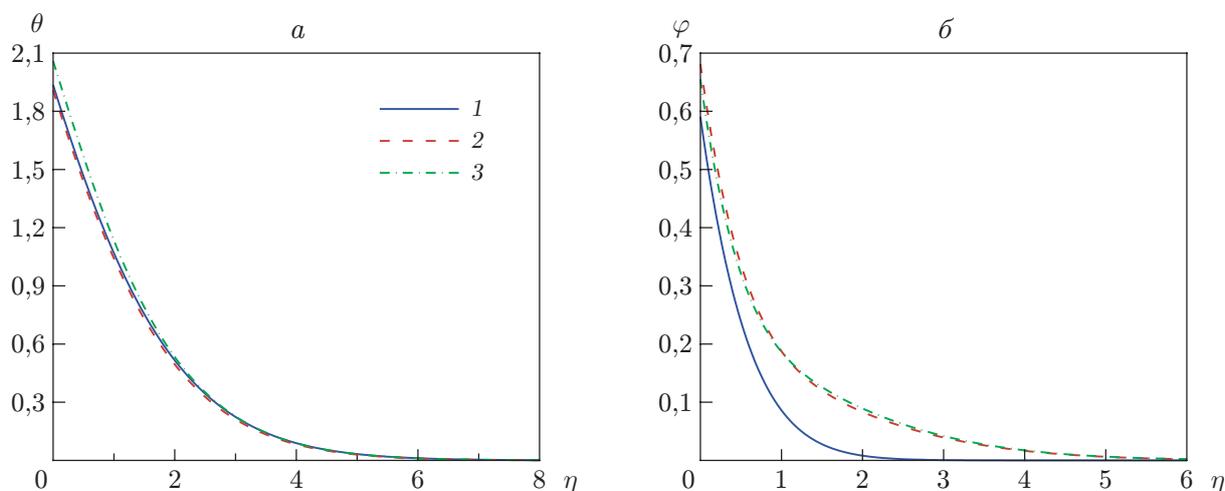


Рис. 4. Зависимости безразмерных температуры θ (а) и концентрации φ (б) от безразмерной координаты η при $N = 2$, $Le = 4$, $\chi = 0,5$, $A^* = 1,0$, $n = 1,5$, $\lambda = 1,0$ и различных значениях параметров D и S :
 1 — $D = 0$, $S = 0$, 2 — $D = 0$, $S = 0,2$, 3 — $D = 0,2$, $S = 0,2$

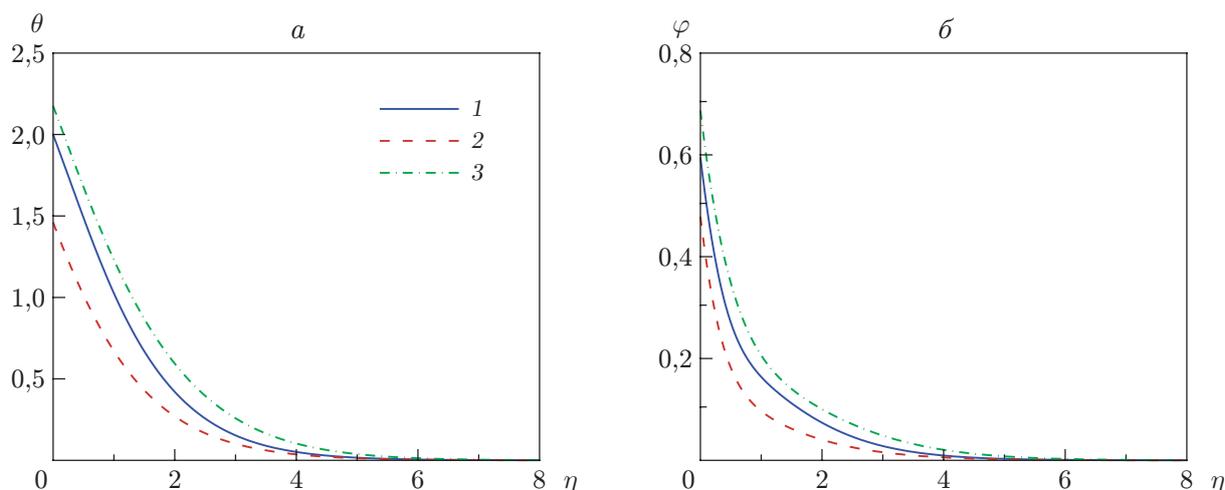


Рис. 5. Зависимости безразмерных температуры θ (а) и концентрации φ (б) от безразмерной координаты η при $N = 2$, $Le = 4$, $\chi = 0,5$, $A^* = 1,0$, $D = S = 0,2$ и различных значениях n , λ :
 1 — $n = 0,5$, $\lambda = 0$, 2 — $n = 0,5$, $\lambda = 1,0$, 3 — $n = 2,0$, $\lambda = 1,0$

до 0,2 локальное число Нуссельта (Шервуда) уменьшается (увеличивается). При постоянных значениях параметров D , S , n локальные числа Нуссельта и Шервуда увеличиваются с увеличением показателя степени λ от $-0,5$ до $1,0$. Это обусловлено тем, что с увеличением показателя степени λ увеличивается выталкивающая сила. При фиксированных значениях параметров D , S , λ числа Нуссельта и Шервуда уменьшаются с увеличением показателя неньютоновской жидкости n от $0,5$ до $2,0$. С увеличением показателя степени n для неньютоновской жидкости увеличиваются безразмерные температура стенки и концентрация на стенке (см. рис. 5) и, следовательно, уменьшаются локальные числа Нуссельта и Шервуда. Таким образом, при смешанной конвекции скорость переноса тепла и массы для псевдопластических жидкостей ($n = 0,5$) больше скорости переноса тепла и массы для дилатантных жидкостей ($n = 2,0$).

Таблица 3

Значения $1/\theta(\chi, 0)$, $1/\varphi(\chi, 0)$ при $N = 2$, $Le = 4$, $\chi = 0,5$, $A^* = 1,0$
и различных значениях параметров D , S , n , λ

D	S	n	1/ $\theta(\chi, 0)$			1/ $\varphi(\chi, 0)$		
			$\lambda = -0,5$	$\lambda = 0$	$\lambda = 1,0$	$\lambda = -0,5$	$\lambda = 0$	$\lambda = 1,0$
0	0	0,5	0,3694	0,5122	0,7080	1,4805	1,8807	2,3902
		0,8	0,2912	0,4210	0,6027	1,1321	1,5109	2,0019
		1,0	0,2646	0,3897	0,5663	1,0165	1,3867	1,8702
		1,5	0,2289	0,3471	0,5165	0,8634	1,2204	1,6926
		2,0	0,2109	0,3255	0,4910	0,7874	1,1370	1,6029
0	0,2	0,5	0,3887	0,5340	0,7338	1,2802	1,6023	2,0002
		0,8	0,3022	0,4336	0,6179	1,0195	1,3235	1,7037
		1,0	0,2731	0,3993	0,5781	0,9324	1,2294	1,6032
		1,5	0,2341	0,3531	0,5240	0,8162	1,1030	1,4677
		2,0	0,2147	0,3298	0,4965	0,7582	1,0395	1,3993
0,2	0,2	0,5	0,3654	0,5002	0,6843	1,3481	1,6792	2,0876
		0,8	0,2829	0,4046	0,5746	1,0750	1,3863	1,7751
		1,0	0,2551	0,3721	0,5369	0,9839	1,2876	1,6693
		1,5	0,2180	0,3282	0,4857	0,8627	1,1552	1,5268
		2,0	0,1995	0,3061	0,4596	0,8023	1,0887	1,4550

Заключение. Выполнен анализ конвективного теплообмена и массопереноса в ламинарном пограничном слое неньютоновской степенной жидкости типа жидкости Оствальда — де Ваале вблизи вертикальной плоской пластины, погруженной в пористую среду, насыщенную жидкостью. При этом учитывались эффекты Дюфура и Соре, а также внутреннее тепловыделение.

Результаты проведенного исследования позволяют сделать следующие выводы. С увеличением числа Льюиса Le локальное число Нуссельта уменьшается, а локальное число Шервуда увеличивается. Число Льюиса оказывает на локальное число Шервуда более существенное влияние, чем на число Нуссельта. С увеличением параметра сил плавучести N локальные числа Нуссельта и Шервуда увеличиваются. Локальное число Нуссельта (Шервуда) уменьшается (увеличивается) с увеличением коэффициента внутреннего тепловыделения A^* . В диапазоне значений параметра смешанной конвекции $\chi = 0 \div 1$ локальные числа Нуссельта и Шервуда имеют минимум. При $\chi = 1$ (вынужденная конвекция) локальные числа Нуссельта и Шервуда не зависят от коэффициента сил плавучести N . При увеличении параметра Соре S локальное число Нуссельта увеличивается, а локальное число Шервуда уменьшается. С увеличением параметра Дюфура D число Нуссельта (Шервуда) уменьшается (увеличивается). С увеличением параметра λ увеличиваются локальные числа Нуссельта и Шервуда. С уменьшением показателя степени n для неньютоновской жидкости уменьшается безразмерная температура на стенке, поэтому числа Нуссельта и Шервуда увеличиваются.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Yih K. A.** Coupled heat and mass transfer by free convection over a truncated cone in porous media: VWT/VWC or VHF/VMF // *Acta Mech.* 1999. V. 137. P. 83–97. DOI: 10.1007/BF01313146.
2. **Christopher R. H., Middleman S.** Power-law flow through a packed tube // *Industr. Engng Chem. Res.* 1965. V. 4, N 4. P. 422–426. DOI: 10.1021/i160016a011.
3. **Dharmadhikari R. V., Kale D. D.** Flow of non-Newtonian fluids through porous medium // *Chem. Engng Sci.* 1985. V. 40, N 3. P. 527–529. DOI: 10.1016/0009-2509(85)85113-7.

4. **Kumari M., Gorla R. S. R.** Combined convection in power-law fluids along a nonisothermal vertical plate in a porous medium // *Transport Porous Media*. 1996. V. 24. P. 157–166. DOI: 10.1007/BF00139843.
5. **Mansour M. A., Gorla R. S. R.** Combined convection in non-Newtonian fluids along a nonisothermal vertical plate in a porous medium // *Intern. J. Numer. Method. Heat Fluid Flow*. 2000. V. 10, N 2. P. 163–179. DOI: 10.1108/09615530010312310.
6. **Postelnicu A., Pop I.** Similarity solutions of free convection boundary layers over vertical and horizontal surfaces in porous media with internal heat generation // *Intern. Comm. Heat Mass Transfer*. 1999. V. 26, N 8. P. 1183–1191. DOI: 10.1016/S0735-1933(99)00108-6.
7. **Lakshmi Narayana P. A.** Soret and Dufour effects on free convection heat and mass transfer in a doubly stratified Darcy porous medium // *J. Porous Media*. 2007. V. 10, N 6. P. 613–624. DOI: 10.1615/JPorMedia.v10.i6.70.
8. **Magyari E., Postelnicu A.** Double-diffusive natural convection flows with thermosolutal symmetry in porous media in the presence of the Soret — Dufour effects // *Transport Porous Media*. 2011. V. 88. P. 149–167. DOI: 10.1007/s11242-011-9731-z.
9. **Yih K. A., Huang C. J.** Effect of internal heat generation on free convection heat and mass transfer of non-Newtonian fluids flow over a vertical plate in porous media: VWT/VWC // *J. Aeronaut. Astronaut. Aviat.* 2015. V. 47, N 2. P. 115–122. DOI: 10.6125/15-0316-844.
10. **Huang C. J.** Influence of internal heat generation and thermal radiation on the MHD-free convection of non-Newtonian fluids over a vertical permeable plate in porous media with Soret/Dufour effects // *JP J. Heat Mass Transfer*. 2017. V. 14, N 3. P. 289–316. DOI: 10.17654/HM014030289.
11. **Huang C. J.** Influence of non-Darcy and MHD on free convection of non-Newtonian fluids over a vertical permeable plate in a porous medium with Soret/Dufour effects and thermal radiation // *Intern. J. Thermal Sci.* 2018. V. 130. P. 256–263. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2018.04.019.
12. **Chamkha A. J., Ben-Nakhi A.** MHD mixed convection-radiation interaction along a permeable surface immersed in a porous medium in the presence of Soret and Dufour's effects // *Heat Mass Transfer*. 2008. V. 44. P. 845–856. DOI: 10.1007/s00231-007-0296-x.
13. **Mahdy A.** Soret and Dufour effect on double diffusion mixed convection from a vertical surface in a porous medium saturated with a non-Newtonian fluid // *J. Non-Newtonian Fluid*. 2010. V. 165, N 11/12. P. 568–575. DOI: 10.1016/j.jnnfm.2010.02.013.
14. **Srinivasacharya D., Swamy Reddy G.** Mixed convection on a vertical plate in a power-law fluid saturated porous medium with cross diffusion effects // *Procedia Engng.* 2015. V. 127. P. 591–597. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.11.349.
15. **Samyuktha N., Ravindran R., Ganapathirao M.** Effects of the chemical reaction and heat generation or absorption on a mixed convection boundary layer flow over a vertical stretching sheet with nonuniform slot mass transfer // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2017. V. 58, N 1. P. 116–128. DOI: 10.1134/S0021894417010138.
16. **Rahmoune I., Bougoul S.** Numerical analysis of laminar mixed convection heat transfer of the $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$ nanofluid in a square channel // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2021. V. 62, N 6. P. 920–926. DOI: 10.1134/S0021894421060055.
17. **Cebeci T.** Physical and computational aspects of convective heat transfer / T. Cebeci, P. Bradshaw. N. Y.: Springer-Verlag, 1984. DOI: 10.1007/978-1-4612-3918-5.

*Поступила в редакцию 23/XII 2021 г.,
после доработки — 12/IV 2022 г.
Принята к публикации 25/VII 2022 г.*