

ОПЫТНЫЕ ДАННЫЕ ПО ПОЛЗУЧЕСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЛАВОВ И ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ (ОБЗОР)

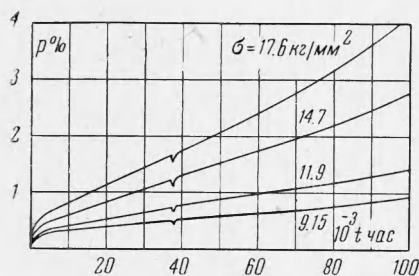
Ю. Н. Работнов

(Новосибирск)

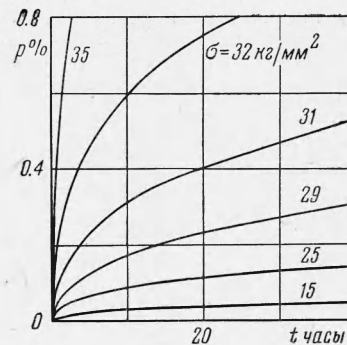
1. Явление ползучести металлов и сплавов вызывает интерес прежде всего потому, что ползучесть лимитирует срок жизни основных деталей турбин, летательных аппаратов, установок химической промышленности и других объектов.

С одной стороны, идет усовершенствование материалов, создание новых сплавов, обладающих повышенной прочностью при высоких температурах. Значительное количество исследований металлургов и металлофизиков направлено в эту сторону, а именно, на изыскание принципов создания жаропрочных материалов.

С другой стороны, конструктор должен уметь правильно использовать имеющиеся материалы, т. е. реально оценивать долговечность проектируемого изделия, назначать правильно его размеры, выбирать наиболее подходящий материал из имеющегося ассортимента и использовать его возможности наилучшим образом.



Фиг. 1

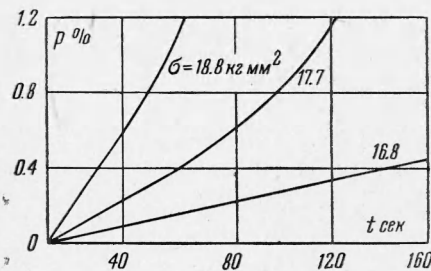


Фиг. 2

В решении этой второй задачи физики до сих пор принимали небольшое участие, в этой области работают по преимуществу инженеры и специалисты по механике сплошных сред, конструирующие феноменологические теории ползучести. Феноменологическая, или механическая, теория обобщает результаты макроэксперимента и формулируется в терминах механики сплошной среды, уравнения этой теории строятся формальным образом и не вводят в рассмотрение микроявлений, определяющих протекание процесса, хотя многие элементы таких теорий по существу описывают определенные микромеханизмы суммарным образом; в ряде случаев, по-видимому, соответствие может быть установлено.

Со времени первых инженерных исследований ползучести металлов прошло свыше 50 лет, за это время накоплен совершенно необозримый опытный материал, относящийся к различным металлам и сплавам, обычно достаточно сложной природы. Это объясняется тем, что опытные исследования ползучести, как правило, составляли часть некоторого инженерного исследования, в котором нужно было получить совершенно определенный ответ о возможности применения того или иного материала для данной цели. Почти все имеющиеся опытные данные относятся к простейшему стандартному испытанию на ползучесть при постоянной нагрузке. Результаты опытов представляются в виде так называемых кривых ползучести.

Типичные кривые ползучести приведены на фиг. 1, 2 и 3. На фиг. 1 представлены данные уникальных испытаний [1] углеродистой стали при 450°C в течение 100 000 час (12 лет). Здесь видны характерные особенности кривых ползучести, которые принято разбивать на три участка — участок неуставившейся ползучести, вначале, примерно до 5000 час; участок уставившейся ползучести, когда скорость постоянна и участок ускоренной ползучести, предшествующий разрушению. Соответственно будем гово-



Фиг. 3

речь о первой, второй и третьей фазах ползучести. На двух нижних кривых вторая фаза явно выражена и перехода в третью не наблюдается, на верхних кривых, соответствующих более высокому уровню напряжений, говорить о второй фазе можно лишь условно, строго говоря — участка с постоянной скоростью здесь нет.

На фиг. 2 приведены кривые ползучести средней длительности для алюминиевого сплава (Д 16 АТ при 150°) по данным работы [2]. Чтобы получить значительную деформацию за короткое время, необходимо существенно повысить уровень напряжений, либо температур. Как видно, основная часть деформации происходит на первом, неустановившемся участке, говорить о второй фазе здесь затруднительно: при высоких напряжениях первый участок непосредственно переходит в третий, при низких — скорость по видимости продолжает убывать в течение всего срока испытаний.

Наконец, на фиг. 3 показаны кривые кратковременной ползучести сплава Д-16АТ при весьма высокой для данного материала температуре 250° по данным ИГ СОАН (С. Т. Милейко). Скорость ползучести сначала постоянна, потом начинает возрастать.

В феноменологических теориях ползучести кривая ползучести принимается в качестве первого опытного факта

Если бы все изделия работали только на простое растяжение при постоянной нагрузке и температуре, теория ползучести не была бы нужна, все расчеты можно было бы строить на основе кривых ползучести; действительно, серия кривых ползучести для разных напряжений и разных температур есть графическое изображение зависимости

$$\epsilon = f(\sigma, T, t) \quad (1.1)$$

где ϵ — деформация, σ — напряжение, T — температура, t — время. Очевидно, что различные способы задания функциональной зависимости вполне равноправны, стремление же представить эту зависимость при помощи некоторого набора элементарных функций связано лишь с практическими удобствами, но не с существом дела. Поэтому будем принимать за первичный факт существование зависимости (1.1) как таковой, а на всякие аналитические представления закона ползучести будем смотреть как на более или менее удобные и точные аппроксимации.

Нам кажется важным подчеркнуть этот момент. Результатом физической теории обычно является некоторая формула, получающаяся как следствие определенных предположений о микромеханизме процесса. Более или менее приблизительное соответствие этой формулы опытным данным свидетельствует о том, что действительно предположенный механизм является преобладающим (по крайней мере, так обычно истолковываются результаты опытной проверки). Для конструктора, оценивающего реальную долговечность изделия из заданного материала, формула подобного рода представляет лишь компактную форму задания свойств материала, он будет пользоваться теоретической формулой, если ее точность достаточна, и предпочтет эмпирическую, если она более точно описывает эти свойства.

Если говорить о требованиях, которые могли бы быть предъявлены физикам со стороны механиков, то можно сказать, что механику интересует не вид функциональной зависимости, а выявление тех параметров, от которых зависит данная величина и установление ориентировочных пределов, для которых справедливы те или иные простейшие гипотезы, ограничивающие число этих параметров.

Вернемся к уравнению (1.1). Оно не является выражением какого-то физического закона, поскольку оно описывает всего-навсего результаты эксперимента, поставленного в совершенно определенных узких условиях, когда $\sigma = \text{const}$ и $T = \text{const}$. Если σ и T суть функции времени, уравнение (1.1) даст, вообще говоря, неверные предсказания.

Под феноменологическим или механическим законом ползучести (пока для одноосного растяжения) будем понимать некоторое соотношение между функциями $\epsilon(t)$, $\sigma(t)$ и $T(t)$, содержащее те или иные временные операторы — дифференциальные, интегральные либо другие. При $\sigma = \text{const}$ и $T = \text{const}$ из этого уравнения должно следовать уравнение (1.1), но оно должно правильно описывать и другие возможные случаи, когда σ или T меняются во времени произвольным образом. В действительности, экспериментальные возможности ограничены, число возможных схем испытаний практически конечно, поэтому у нас всегда остается путь сколь угодно хорошего приближения к любым опытным данным.

Введем в исходное соотношение большое количество операторов, констант, функций, введем, скажем, производные до некоторого достаточно высокого порядка. Ясно, что если число констант равно числу опытных точек, то любая теория будет подтверждена. Задача состоит в том, чтобы не становиться на такой путь, чтобы из разумных соображений ограничить слишком широкие представляющиеся возможности и построить феноменологическую схему, достаточно простую и охватывающую основные черты явления.

Требование простоты в данном случае означает практическую возможность использования теории в инженерных расчетах, где возникают свои специфические трудности и возможность получения окончательных результатов с некоторой разумной, но не чрез-

мерной степенью точности. При этом существенно бывает выяснить, какова структура феноменологических уравнений, могут ли они быть сформулированы в виде соотношений между непосредственно измеряемыми величинами, или же они должны содержать некоторые структурные параметры, подчиняющиеся, в свою очередь, определенным кинетическим уравнениям, какие именно структурные параметры являются определяющими для тех или иных материалов и режимов. Конкретный же вид функциональных зависимостей довольно безразличен: если они вытекают из физической теории, то можно сократить число необходимых экспериментов. В большинстве случаев механические теории пользуются опытными данными, непосредственно полученными из макроэксперимента и представленными или в виде графиков, или при помощи эмпирических формул. Последние бывают полезны для интерполяции опытных данных, тогда как вопрос о законности применения этих формул в целях экстраполяции выходит за рамки механики.

Отметим некоторые особенности задач технической теории ползучести, с которыми приходится считаться при сопоставлении данных физических и инженерных теорий.

1. Конструктора, как правило, интересуют лишь весьма малые деформации. Задача расчета на ползучесть ставится двояко. С одной стороны, нельзя допустить в конструкции накопления таких остаточных деформаций, которые приводят к нарушению конструктивной функции изделия. Обычно порядок допустимых деформаций очень невелик — 1% суммарной деформации, например, увеличения диаметра турбинного диска за время эксплуатации. Часто ставится более жесткое требование — местная деформация не выше 1%.

Отсюда следует определение так называемого условного предела ползучести. Это есть наибольшее напряжение, при котором деформация ползучести за данное время, условный срок службы, не превосходит 1%.

С другой стороны, ползучесть приводит к разрушению, при этом деформация в момент разрушения уменьшается с увеличением продолжительности действия нагрузки и, следовательно, уменьшением напряжения. Современные жаропрочные сплавы в реальных условиях эксплуатации разрушаются при весьма малых деформациях, часто меньше 1%.

2. В зависимости от назначения изделия продолжительность процесса ползучести может быть от нескольких секунд до нескольких лет и десятков лет, допускаемые деформации при этом одного порядка, таким образом, имеем дело с совершенно различными уровнями температур и напряжений. Область исследования ползучести можно условно разделить на следующие части.

а. Длительная ползучесть — месяцы и годы. Основная область применения — стационарные паровые и газовые турбины, объект исследования — по преимуществу стали ферритного и аустенитного класса. Ползучесть осложняется фазовыми и структурными превращениями, поведение материалов индивидуально. Феноменологические закономерности носят достаточно грубый и приближенный характер. Обычно ползучесть считают установившейся, поскольку расчетные режимы стационарны.

б. Ползучесть средней длительности — часы и дни. С такого рода ползучестью при более высоком уровне напряжений и температур встречаются при проектировании транспортных газовых турбин, в последнее время задачи подобного рода выдвинула авиация. Дело осложняется тем, что названные изделия работают, как правило, в условиях переменных нагрузок и температур, первая фаза ползучести весьма существенна.

в. Кратковременная ползучесть — секунды и минуты. Интерес к исследованиям кратковременной ползучести появился в самые последние годы. При весьма высоком для данного материала уровне температур ползучесть по существу носит характер квазивязкого течения, материал может быть уподоблен нелинейно вязкой жидкости.

Таким образом, диапазон времен, за которые достигается примерно одинаковая деформация, составляет примерно восемь порядков, но изделия определенного типа работают в сравнительно узком диапазоне, поэтому целесообразно говорить не о теории ползучести, а о теориях ползучести, каждая из которых перекрывает определенный участок этого диапазона и, в свою очередь, варьируется в зависимости от особенностей материала и тех задач, которые необходимо решать для приложений.

Каждого исследователя, впервые встречающегося с экспериментом на ползучесть, поражает большой разброс опытных данных, чрезвычайная нестабильность характеристик ползучести, меняющихся от образца к образцу, кажущаяся невоспроизводимость эксперимента.

По этому поводу можно сказать следующее. Деятельность металлургов, создающих новые сплавы для использования их при высоких температурах, сводится к тому, чтобы заблокировать процессы ползучести, обеспечив стабильность материала в условиях эксплуатации. Поэтому и характеристики их более стабильны. В этом смысле современные жаропрочные сплавы представляют более благодарный материал для исследования, чем, скажем, углеродистые стали или алюминиевые сплавы типа Д-16.

С другой стороны, зависимость скорости ползучести от напряжения и температуры очень сильная. Поэтому не следует считать очень плохим результат, когда величина деформации ползучести в двух, казалось бы, одинаковых опытах разнится, скажем, на 50%.

Поставим вопрос иначе, спросим, какое напряжение нужно приложить к образцу, чтобы получить заданную скорость деформации. Окажется, что разница в напряжениях будет порядка 10%. Такой ответ вполне устраивает конструктора, который имеет дело с допускаемыми напряжениями или допускаемыми нагрузками, введение некоторого запаса прочности перекрывает получающуюся разницу.

В качестве иллюстрации такого подхода сошлемся на опыты ЦНИИТМАШ [3], [4] по испытанию на ползучесть до разрушения турбинных дисков, которые рассчитывались по некоторой теории. Время до разрушения менялось в довольно широких пределах, если сопоставлять расчетные времена до разрушения с фактическими, вывод можно было бы сделать не в пользу теории. Оценка же по напряжениям показывает, что разница между теорией и экспериментом не превышает 6%, следовательно, 3% по условным скоростям вращения. Такой результат удовлетворяет требованиям практики.

2. Установившаяся и квазистационарная ползучесть. Там, где кривая ползучести имеет прямолинейный участок, скорость не зависит от времени, а зависит только от напряжения и температуры. Это можно записать следующим образом:

$$\dot{\epsilon} = v(\sigma, T) \quad (2.1)$$

Для грубой оценки величины накопленной деформации в первом приближении принимают

$$\epsilon = v(\sigma, T) t$$

Здесь пренебрегают не только деформацией первого участка ползучести, но также упругой и, возможно, мгновенной пластической деформацией.

Уравнению (2.1) можно приписать смысл закона ползучести, это значит — считать его пригодным не только при постоянных, но и при переменных напряжениях и температурах. Это означает, что материал уподобляется нелинейно-вязкой жидкости, уравнение (2.1) представляет собою наиболее общий закон вязкого течения. Фактически здесь приходится различать два случая.

а. *Установившаяся ползучесть* следует за первой фазой. Как оказывается, изменение нагрузки каждый раз влечет за собою появление новой первой фазы.

Для иллюстрации можно обратиться к фиг. 1. По техническим причинам испытание было прервано через 37 000 час и продолжено при том же напряжении спустя некоторое время. Снова появилась первая фаза ползучести, притом довольно длительная, лишь по истечении некоторого времени опять установилась условно постоянная скорость, та же, что была до перерыва испытания. Для длительной ползучести уравнение (2.1) не выражает физического закона, пользоваться им можно лишь условно, с определенной, притом невысокой степенью точности.

б. *Кратковременная ползучесть.* Участок постоянной скорости на фиг. 3 носит совершенно другой характер, если в первом случае изменение скорости в первой фазе означало изменение свойств материала, а выход на второй участок — некоторую стабилизацию этих свойств, теперь скорость неизменна с самого начала и свойства материала в процессе ползучести не меняются (вопрос о третьей фазе пока оставим в стороне). Действительно, при кратковременной ползучести у большинства материалов скорость однозначно определяется мгновенными значениями напряжения и температуры и совершенно не зависит от предыстории.

Несколько более далеко идущее обобщение гипотезы установившейся ползучести состоит в следующем. Изменим масштаб времени, определив некоторую функцию $\tau(t)$ таким образом, чтобы в координатах $\epsilon - \tau$ кривая ползучести обратилась в прямую линию. Тогда, если определять скорость по отношению к модифицированному времени τ , уравнение (2.1) будет описывать всю кривую ползучести, какова бы ни была ее форма.

Конечно, при этом соотношение (2.1) не может рассматриваться как физический закон. Можно понимать его в том смысле, что в материале происходят некоторые структурные изменения во времени, кинетика которых совершенно не зависит от приложенного напряжения.

Такая точка зрения высказывалась, она получила название гипотезы старения, с ней связаны некоторые довольно существенные преимущества расчетного порядка. При медленно меняющихся нагрузках эта гипотеза дает не столь плохие предсказания.

При сложном поведении материала, когда в нем происходят фазовые превращения и особенности кривых ползучести таковы, что объяснить их более рациональным способом не удастся, пожалуй, самый простой и разумный способ расчета реальных изделий состоит в том, чтобы встать на точку зрения гипотезы старения и использовать первичные кривые ползучести такими, какими они получаются.

Еще более простой способ состоит в том, что за основу принимается соотношение (1.4). Опытные кривые ползучести перестраиваются в виде так называемых изохронных кривых, когда по осям откладываются напряжения и полная деформация, каждая кривая соответствует заданному значению времени.

Расчет на ползучесть сводится к серии последовательных расчетов по деформационной теории пластичности с заменой диаграммы пластичности соответствующей изохронной кривой. Такой относительно простой и грубый способ расчета получил очень широкое распространение и дает неплохие результаты для стационарных режимов.

При обработке большого количества экспериментальных данных ряда авторов было установлено, что изохронные кривые можно считать подобными, таким образом,

$$\sigma = \varphi(e) \vartheta(t)$$

Оказалось, что эта зависимость хорошо аппроксимируется выражением

$$\sigma = \frac{\varphi(e)}{1 + bt^\beta} \quad (2.2)$$

Здесь $\sigma = \varphi(e)$ — уравнение мгновенной кривой растяжения, значение β для металлов довольно постоянно, а именно, $\beta \approx 0.3$. Формула (2.2) была проверена на большом опытном материале в работах [5, 6] и рекомендована (с известной осторожностью) для экстраполяции данных по ползучести на длительные сроки.

Возвращаясь к установившейся ползучести, отметим наиболее употребительные аппроксимации зависимости $\dot{e}$ от напряжения. При постоянной температуре

$$\dot{e} = \varepsilon_n \left(\frac{\sigma}{\sigma_n} \right)^n, \quad \dot{e} = 2\varepsilon_e \sinh \frac{\sigma}{\sigma_e}, \quad \dot{e} = \varepsilon_e \exp \frac{\sigma}{\sigma_e} \quad (2.3)$$

Здесь ε_n и ε_e , σ_n и σ_e — соответственно константы. Первое уравнение (2.3), где две размерные постоянные введены для удобства, имеет наибольшее распространение. Закон гиперболического синуса получается естественным образом в ряде физических теорий ползучести, поэтому сейчас ему принято отдавать предпочтение, третье уравнение (2.3) практически совпадает со вторым при не слишком малых напряжениях, пользоваться им удобнее, нужно только иметь в виду, что оно неприменимо при малых значениях σ/σ_e .

Более корректная запись первого уравнения (2.3) будет следующая

$$\dot{e} = \varepsilon_n \left| \frac{\sigma}{\sigma_n} \right|^{n-1} \frac{\sigma}{\sigma_n} \quad (2.4)$$

При этой записи допускаем, что скорости ползучести при растяжении и сжатии одинаковы, если одинаковы абсолютные величины напряжений. Этот факт в основном подтверждается опытом (см. [7]).

Степенной закон ползучести обладает некоторыми практическими преимуществами. Из него следует, что, если на тело действуют один раз внешние силы P_1 , другой раз — пропорциональные им силы P_2 и если напряжения и скорости точек тела в первом случае σ_1 и u_1 , во втором σ_2 и u_2 , то

$$\sigma_1 : \sigma_2 = P_1 : P_2, \quad u_1 : u_2 = P_1^n : P_2^n \quad (2.5)$$

С другой стороны, второе и третье уравнение (2.3) и (2.5) могут быть записаны в безразмерной форме, не содержащей никаких констант материала, поэтому найденные теоретические решения носят универсальный характер.

При обработке наших опытов мы пользовались по преимуществу экспоненциальным законом, однако не можем сказать, что он обладает какими-либо решительными преимуществами перед степенным. Описать процесс ползучести во всем диапазоне напряжений одними и теми же константами оказывается невозможным. Так, в работе [2] показано, что при обработке по экспоненциальному закону нужно принимать одни значения констант в области малых напряжений, когда мгновенная деформация упруга, и другие — при больших напряжениях, когда мгновенная деформация содержит пластическую составляющую. Такой же результат получается при обработке по степенному закону.

Далее, при анализе некоторых опытов по сложному напряженному состоянию, увидим, что при переходе от низкого уровня напряжений к высокому происходят некоторые качественные изменения процесса ползучести, при этом обработка по степенному закону позволяет выявить точку перехода более отчетливым образом.

Заметим, что чисто формальные, аналитические преимущества той или иной формы аппроксимации играют для механической теории ползучести немаловажную роль. Часто следует отдать предпочтение простым зависимостям, получающимся в результате осреднения большого числа разбросанных экспериментальных точек перед более сложными формулами, которые трудно применить даже при обработке опытных данных, не говоря уже о решении расчетных задач.

Значительно более сложен вопрос о зависимости скорости ползучести от температуры. Простейшая гипотеза сводится к тому, что константы ε_n и ε_e суть функции температуры

$$\varepsilon_n = \varepsilon_n^0 \psi(T) \quad (2.6)$$

Для нас не слишком важно то обстоятельство, что

$$\psi(T) = \exp \left(-\frac{U}{kT} \right) \quad (2.7)$$

Как оказывается, энергия активации не постоянна, изучение ее температурной зависимости проливает свет на микромеханизмы ползучести и существенно для физики, в расчетных же целях удобнее непосредственно аппроксимировать функцию $\psi(T)$ каким-либо подходящим, достаточно простым выражением.

С другой стороны, обрабатывались данные по первым участкам ползучести при помощи уравнения

$$\dot{\epsilon} = c \exp\left(\frac{\sigma}{\sigma_e}\right) t^m$$

и обнаружено, что все три константы, т. е. c , σ_e и m зависят от температуры. Зависимость m от температуры означает, что с температурой меняется сама форма кривой ползучести. Только в ограниченном диапазоне температур порядка 50° для сталей можно считать σ_e и m постоянными, тогда как для c принимается зависимость (2.7). Сказанное относится к довольно широкой гамме материалов, включая медь, низколегированные стали, аустенитные стали, алюминиевые сплавы.

Вопрос о более точном установлении зависимости скорости ползучести от температуры представляет важность в другом аспекте, который, строго говоря, не относится к поставленной задаче механики ползучести, но тесно с нею связан.

Часто при проектировании изделия не располагают достаточными опытными данными по ползучести. В особенности это относится к изделиям, рассчитанным на длительные сроки службы. Поэтому приходится прибегать к экстраполяции данных кратковременных испытаний. Этот вопрос представляет огромную практическую важность и к настоящему времени не разрешен. По-видимому, принципиальный недостаток многих подобных попыток заключается в том, что речь идет о ползучести вообще, усилия направляются на поиски некоторых универсальных критериев, тогда как в действительности материалы и условия их работы более индивидуализированы. Поэтому необходимо искать принципы, позволяющие выделять отдельные группы материалов, для которых должны развиваться в общем неодинаковые принципы экстраполяции. Полезно сообщить некоторые сведения по этому вопросу, хотя литература здесь чрезвычайно обширна и сама задача тесно переплетается с физикой ползучести. Одни и те же экстраполяционные формулы применяются обычно как для ползучести, так и для разрушения. Вопрос о разрушении рассмотрим далее, пока заметим, что в большинстве работ принимается, явно или неявно, гипотеза о том, что разрушение происходит при некотором значении деформации, накопленной на втором участке кривой ползучести. Эта критическая деформация ϵ^* не зависит ни от напряжения, ни от температуры [9, 10].

Такая точка зрения, в основе которой лежит представление об одном и том же механизме, регулирующем как скорость ползучести, так и скорость разрушения, не может претендовать на универсальную значимость хотя бы потому, что часто кривые ползучести вообще не имеют второго участка. Полная же деформация при разрыве отнюдь не остается постоянной: как правило, она уменьшается с уменьшением разрушающего напряжения при одной и той же температуре.

Примем зависимость скорости ползучести от напряжения и температуры в виде

$$\dot{\epsilon} = \exp\left(-\frac{U(\sigma)}{kT}\right) \text{const} \quad (2.8)$$

В частном случае, если $U = U_0 - \gamma\sigma$, где γ — структурно-чувствительная константа, получаем известную формулу С. Н. Жукова [9, 11]. Если время до разрушения есть t^* , то $t^* = \epsilon^*/\dot{\epsilon}$; и из формулы (2.8), получаем

$$\tau_1 = T(c + \log t^*) = F(\sigma) \quad (2.9)$$

Величина τ_1 называется параметром Ларсона — Миллера [12]. Входящая сюда единственная константа c определяется достаточно просто, точки, соответствующие разрушению при разных временах и температурах, должны укладываться на единую кривую, если откладывать по одной оси значение параметра, по другой — напряжение. Из происхождения параметра Ларсона — Миллера ясно, что его можно применять не только для экстраполяции данных по длительной прочности, но и по ползучести, если понимать под ϵ^* некоторую фиксированную деформацию.

Другой распространенный метод экстраполяции данных длительной прочности — это метод Мансона и Хафферда [13], которые ввели чисто эмпирическим путем параметр τ_2

$$\tau_2 = \frac{T - T_a}{\log t^* - \log t_a} = F(\sigma) \quad T_a = \text{const}, t_a = \text{const} \quad (2.10)$$

Во многих работах проверялась возможность предсказания данных по ползучести и длительной прочности с помощью приведенных критериев, а также других, как имеющих под собою некоторые теоретические основания, так и чисто эмпирических. Результаты в общем оказываются довольно неопределенными, по данным большинства авторов [14, 15] наилучшие результаты дает критерий Мансона — Хафферда, хотя любой из методов может рассматриваться как первая, грубая аппроксимация.

Таблица

T°	σ, кг/мм²	t*, час	Расчетное разрушающее напряжение для фактической долговечности по формулам (2.9) — (2.11) и ошибка в процентах					
			2.9	%	2.10	%	2.11	%
Нимоник-90								
650	4090	4110	4090	0	4090	0	4160	+2
	3780	6440	3900	+3	3840	+2	3940	+4
	3620	5370	3960	+9	3940	+9	4060	+12
	3150	15290	3540	+23	3440	+9	3630	+15
700	2040	12090	2440	+19	2300	+12	2470	+21
	1970	20400	2230	+14	2040	+4	2230	+14
750	1570	7590	1570	0	1500	-5	1600	+2
	1100	22160	1260	+14	1040	-6	1210	+10
815	865	3340	895	+4	820	-5	880	+2
870	315	16292	284	-10	220	-30	236	-25
Нимоник-80								
650	3150	5270	3210	+2	3100	-1.5	3220	+1.5
	2830	8170	2990	+6	2850	+0.5	2980	+5
	2520	13390	2760	+10	2520	0	2770	+10
700	2040	4840	2140	+5	2010	-1.5	2180	+7
	1570	10900	1820	+16	1590	+1	1820	+16
	1100	34060	1390	+26	1130	+3	1370	+24
750	1260	4450	1260	0	1240	-1	1240	-1
	945	13090	975	+3	880	-7	945	0
	630	22660	835	+33	725	+15	790	+25

В качестве иллюстрации приведем данные по обработке длительных, до 34 000 час, испытаний сплавов нимоник-80 и нимоник-90 [16]. В таблице приведены отклонения по напряжениям при предсказании времени до разрушения при помощи двух названных критериев, а также третьего, вытекающего из (2.7) и оценивающего долговечность при помощи модифицированного времени

$$\tau_0 = \int_0^t \psi(T) dt \quad (2.11)$$

Стоит более подробно остановиться на работе [17]: приводимые в ней данные весьма отчетливо иллюстрируют трудности, возникающие при применении различных критериев. На фиг. 4 приведена зависимость напряжения от параметра Ларсена — Миллера для одной из аустенитных сталей. Для каждой температуры точки ложатся на свою прямую, если же провести через все точки, для всех температур общую прямую, то каждая из опытных точек окажется от нее сравнительно недалеко. Соединив опытные точки для одной какой-либо температуры и продолжив эту прямую, получим грубо ошибочный результат.

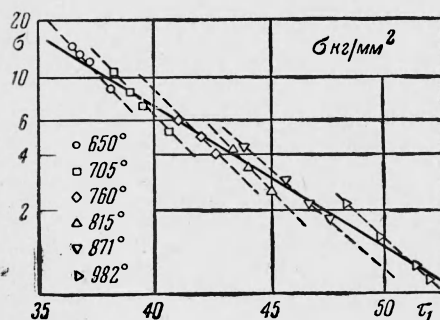
Таким образом, можем при помощи параметра Ларсена — Миллера производить интерполяцию, но не экстраполяцию. Позитивная часть работы [17] сводится к следующему. Предлагается общая зависимость времени разрушения от напряжения и температуры

$$\log t^* = a \log \sigma + b(T)$$

В зависимости от того, что представляет собою величина a , материалы разбиваются на четыре группы:

- (1) $a = \text{const}$, (2) $a = a(\sigma)$, (3) $a = a(T)$, (4) $a = a(T, \sigma)$

Для первых трех групп можно указать некоторые относительно простые способы представления результатов. В частности, данные для аустенитной стали, приведенные на фиг. 4, обработаны путем соответствующего выбора температурно-временного параметра τ , эти результаты приведены на фиг. 5. Здесь все точки лежат уже на одной пря-



Фиг. 4

мой. Для материалов третьей группы справедлив критерий Мансона — Хафтерда. Наиболее сложно ведут себя материалы четвертой группы, сюда относится, например, исследованный в работе [18] хромо-никелево-кобальтовый сплав S-590.

К сожалению, автор не приводит каких-либо сведений и соображений, которые позволили бы отнести материал к одной из четырех групп заранее, не располагая полными данными испытаний; таким образом, исследование носит чисто эмпирический характер и не продвигает проблему экстраполяции данных по ползучести. Тем не менее, этот анализ весьма поучителен, он дает хорошее представление о встречающихся трудностях и показывает, как осторожно нужно относиться к применению различных теоретических зависимостей к реальным материалам сложной природы. Каждая теоретическая формула предполагает некоторый вполне определенный механизм деформации, тогда как в технических сплавах различные механизмы существуют одновременно, а выделение чистых случаев возможно лишь в специальных лабораторных условиях, носящих искусственный характер.

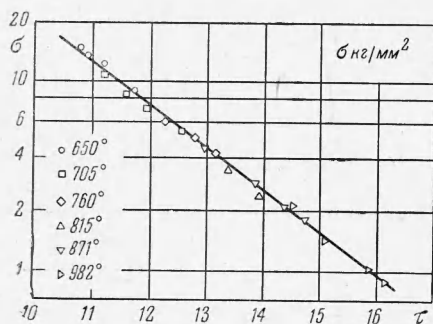
Неустановившаяся ползучесть. Процессы ползучести средней продолжительности привлекают большое внимание исследователей в последнее время, когда газовая турбина заняла прочное положение в авиации, а проблема нагрева крыла и фюзеляжа стала серьезно волновать авиаинженера. Эти процессы разворачиваются в основном на первом участке кривой ползучести, и изучение первого участка заняло в теории самостоятельное место. В предыдущем разделе упоминалось о некоторой формальной возможности трактовки неустановившейся ползучести с тех же позиций, с каких изучается установившаяся ползучесть. Естественно, что эта возможность не может нас удовлетворить, поэтому мы вынуждены искать других путей. Не вдаваясь в детальное рассмотрение различных точек зрения и предложений, остановимся на двух концепциях.

(а) Ползучесть как наследственный процесс. Старая и хорошо известная идея Больцмана [19], получившая развитие в работах Вольтерры [20] и многих авторов, привела к созданию так называемой теории упругой наследственности. Закон Гука заменяется в этой теории соотношением вида

$$E\epsilon(t) = \sigma(t) + \int_{-\infty}^t K(t-\sigma)\sigma(\tau)d\tau$$

Теория наследственности может быть различными способами обобщена на случай ползучести металлов, когда зависимость между напряжениями и деформациями существенно нелинейна. Автором в свое время было предложено уравнение: (3.1)

$$\phi(e) = \sigma + \int_{-\infty}^t K(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau \quad \text{при } e' > 0$$



Фиг. 5

и такое же уравнение с линейной относительно e левой частью для разгрузки. Другие варианты нелинейной теории наследственности развиты в работах [22-24]. При формулировке гипотезы для автора отправными пунктами служили два факта.

1. Подобие изохронных кривых ползучести, выражаемое соотношением (2.2). Функция $\phi(e)$, фигурирующая в (2.2) и (3.1), определяет мгновенную кривую деформирования. Формула (2.2) получается из (3.1) при частном выборе ядра.

2. Так называемое восстановление ползучести. Опыты [25] показывают, что восстановление ползучести есть линейный процесс типа упругого последствия. Уравнение (3.1) качественно правильно описывает это явление.

Приложение теории наследственности технически довольно трудно, более детальное исследование [26] показало, что в действительности роль возврата меньше, чем это предсказывается уравнением (3.1). В то же время наследственная теория нашла широкое применение для бетона [23], горных пород [27], пластмасс и полимеров [28, 29], где нелинейность выражена более слабо и зачастую должна учитываться лишь в качестве поправки к основному результату.

(б) Гипотеза уравнения состояния или гипотеза упрочнения. Естественное предположение состоит в том, чтобы считать скорость ползучести однозначно определенной в зависимости от напряжения и температуры при данном структурном состоянии. Будем предполагать, что структурное состояние может быть задано при помощи конечного числа параметров состояния. Это означает, что если у двух образцов численные значения параметров состояния одинаковы, то нельзя установить между этими образцами различия по структурным признакам какого-бы то ни было характера.

Согласно высказанному предположению, при одинаковой температуре скорость ползучести после приложения одинакового напряжения будет также одинакова для двух образцов. Число структурных параметров может быть весьма велико, хотя нельзя

смешивать это число с числом тех структурных признаков, по которым производится идентификация состояний. Нельзя утверждать также, что все структурные параметры играют роль в процессе ползучести, можно допустить, что материал с различной структурой обнаруживает в одинаковых условиях одинаковую скорость ползучести. Таким образом, предполагаем, что скорость ползучести есть функция напряжения, температуры и некоторого набора структурных параметров q_i

$$\dot{p} = v(\sigma, T, q_i) \quad (i = 1, \dots, n) \quad (3.2)$$

Величины q_i , в свою очередь, изменяются в процессе ползучести в соответствии с некоторыми кинетическими уравнениями; чтобы получить полную систему уравнений ползучести, необходимо присоединить эти кинетические уравнения к уравнению (3.2).

Достаточно общее предположение будет состоять в следующем:

$$dq_i = a_i dp + b_i d\sigma + c_i dT + d_i dt \quad (3.3)$$

Здесь p — деформация ползучести, величины a_i , b_i , c_i , d_i могут зависеть от p , σ , T , t , q_j . Простейшее предположение состоит в том, что единственным структурным параметром является параметр упрочнения, который однозначно связан с величиной накопленной деформации ползучести. За этот параметр можно принять величину p . Тогда получим уравнение, обычно называемое уравнением состояния при ползучести:

$$\dot{p} = v(\sigma, p, T) \quad (3.4)$$

Величина p в этом уравнении представляет собою именно деформацию ползучести, но не полную пластическую деформацию. Известно, что небольшая предварительная пластическая деформация не влияет на ход кривой ползучести, это отмечалось рядом авторов [30]. В нашей работе [31] была предпринята более детальная проверка этого факта и установлено, что мгновенная пластическая деформация порядка 1% существенного упрочняющего действия не оказывает. Вообще же, весьма сложное взаимодействие мгновенной пластической деформации и деформации ползучести мало изучено.

Можно упомянуть работу [32], где обследовано влияние предварительной пластической деформации на ползучесть меди и установлено, что большие пластические деформации влияют на ползучесть существенно, притом довольно причудливым образом. Для области малых пластических деформаций, которая прежде всего интересует конструкция, сделанный выше вывод подтверждается. Во всяком случае, введение в уравнение (3.4) полной пластической деформации вместо деформации ползучести приводит к грубой ошибке, тогда как пренебрежение упрочняющей ролью мгновенной деформации является приемлемым приближением для инженерных расчетов. С другой стороны, отмечено существенное влияние предварительной ползучести на мгновенную кривую деформирования [33].

Опытная проверка кинетических уравнений ползучести производилась главным образом по следующим схемам.

(а) Сравнение данных по ползучести и по релаксации. Опыты на релаксацию состоят в том, что удлинение образца поддерживается постоянным, измеряется падение напряжения в нем. Полагая $\epsilon = 0$, можем проинтегрировать уравнение (3.4) и найти напряжение как функцию времени. Известен графический способ построения кривой релаксации по кривым ползучести [34], мы предпочитали подбирать для кривых ползучести аппроксимирующее выражение и задавать соответствующим образом уравнение (3.4), которое интегрировалось для случая релаксации. Результаты предсказания кривых релаксации по кривым ползучести на основе простейшей гипотезы, выражаемой уравнением (3.4), оказываются вполне удовлетворительными.

(б) Ползучесть при ступенчатых нагрузках. Случай ползучести при внезапном ступенчатом изменении нагрузки является более контрастным, чем случай релаксации, когда напряжение меняется плавно, отклонения от предсказаний тех или иных вариантов теории выявляются при этом способе испытаний более отчетливо. В то же время простейшая гипотеза упрочнения (3.4) проверяется при этом непосредственным образом без каких-либо вычислений, связанных с аппроксимациями. Подобного рода испытания производились нами, а также группой японских авторов, обзор этих работ имеется в статье [35]. Гипотеза упрочнения в форме (3.4) оказывается справедливой лишь как первое приближение, опыт обнаруживает систематические отклонения от ожидаемых согласно теории результатов. Характер этих отклонений следующий.

1. При увеличении нагрузки скорость ползучести существенно больше, чем следует из теории, она приближается к теоретической лишь по истечении некоторого времени. Суммарная деформация несколько больше, чем теоретическая.

2. При уменьшении нагрузки ползучесть на некоторое время как бы приостанавливается, потом скорость постепенно увеличивается и достигает теоретического значения.

Эти факты установлены для совершенно различных материалов как в наших [33, 2, 31, 36], так и в японских [35] работах.

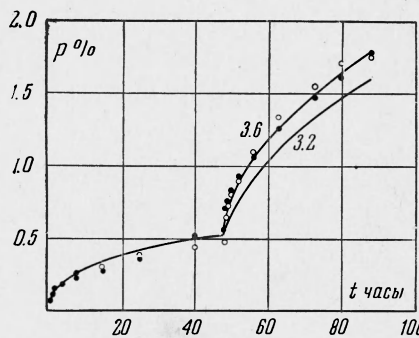
(в) Ползучесть при малых изменениях напряженного состояния. В теории устойчивости элементов конструкций, работающих при высоких температурах, уравнение (3.4) варьируется. Для малых приращений напряжений и деформаций по отношению к напряжениям и деформациям основного состояния получается некоторое линейное реологическое соотношение, напоминающее известное реологическое уравнение Томсона, но с переменными коэффициентами. В работе [37] приводятся данные по прямому определению коэффициентов этого уравнения, они довольно резко разнятся от тех значений, которые получаются путем варьирования (3.4).

В упомянутых опытах по существу ставилась задача найти те условия, при которых противоречия между теорией и экспериментом наиболее отчетливы. Большинство реальных конструкций работает при довольно слабо меняющихся нагрузках, когда простейшая теория дает вполне удовлетворительные результаты — как в задаче о релаксации. Теория применима также к случаю медленно меняющихся в небольших пределах температур. Хотя здесь обнаруживаются эффекты того же характера, что при переменных напряжениях, теория позволяет достаточно надежно производить расчеты и при температурах, которые изменяются циклически.

Обратимся теперь к более общей зависимости (3.2), (3.3). В работах [35] по существу рассмотрен случай, когда $n = 1$ и

$$dq_1 = a dp + d dt \quad (3.5)$$

Относительно a и b никаких определенных гипотез сделано не было, в публикациях ряд подробностей отсутствует, но авторы утверждают, что, определяя эти коэффициенты из опыта, они получают очень хорошее описание ползучести при переменных нагрузках. На соотношение (3.5) можно смотреть как на новую формулировку старой идеи о взаимодействии упрочнения и разупрочнения в процессе ползучести, второй член выражает собою разупрочнение, если $d < 0$, старение — если $d > 0$.



Фиг. 6

Рассмотрим еще некоторые возможности введения структурных параметров или параметров упрочнения. Простейшее предположение

$$dq_1 = c dp \quad (3.6)$$

означает, что за меру упрочнения принимается величина рассеянной при ползучести энергии. Оказывается, что такое небольшое видоизменение обычной гипотезы упрочнения довольно существенно улучшает степень совпадения теории с экспериментом [38]. На фиг. 6 приведены опытные точки ползучести сплава Д16АТ при 150° C при ступенчатой меняющейся нагрузке и расчетные кривые по уравнению (3.2) и по уравнению (3.3) с параметром упрочнения [3.6].

В работе [39] был введен еще один структурный параметр q_2 , такой, что

$$dq_2 = p d\sigma \quad (3.7)$$

При ступенчатом изменении нагрузки этот параметр получает конечное приращение, некоторые из отмеченных эффектов описываются при помощи этого параметра довольно хорошо.

Таким образом, приходим к выводу, что ползучесть структурно устойчивых материалов при переменных нагрузках с достаточной для большинства практических целей точностью описывается при помощи простейшего уравнения (3.2), ценой незначительного усовершенствования основной гипотезы точность может быть существенно улучшена. Правда, эти результаты относятся к тому случаю, когда начальная деформация упруга. В пластической области картина получается более сложной, не высказанная общая точка зрения указывает реальные пути поисков соответствующих уравнений.

Для практического использования закона упрочнения бывает удобно облечь его в некоторую приемлемую аналитическую форму, которой отнюдь не следует приписывать какое-либо абсолютное значение, речь идет просто о более или менее удобной аппроксимации опытных данных. Для многих материалов первые участки кривых ползучести оказываются приблизительно подобными, встав на точку зрения уравнения (3.2), можем записать его в виде

$$p = P(p) S(\sigma) \quad (3.8)$$

Вопрос о температурной зависимости пока остается в стороне. Большое количество авторов, начиная с Эндрейда [40], установили, что на первых участках деформации ползучести пропорциональна t^m , где $0 < m < 1$. Эндрейд получил для m значение

$1/3$ и считал это физическим законом. В действительности m может принимать разные значения и зависит для одного и того же материала от температуры. Теперь функция $P(p)$ определяется единственным образом, и закон упрочнения принимает вид

$$\dot{p} = p^{-\alpha} S(\sigma), \quad \alpha = \frac{1-m}{m} \quad (3.9)$$

Функция S может быть либо степенной, либо экспоненциальной, как и функция v в законе установившейся ползучести. Некоторые ограничения, накладываемые на вид функции $S(\sigma)$, отмечены в работе [41]. В первом приближении температурная зависимость может быть учтена при помощи множителя $\psi(T)$ в правой части, хотя это и не точно, уже указывалось, что показатель m также зависит от температуры. Более точных сведений о температурных зависимостях закона упрочнения в настоящее время не имеется.

Считая, что деформация пропорциональна t^m , допускаем, что скорость ползучести в начальный момент бесконечно велика. В действительности определить границу между концом мгновенной деформации и началом деформации ползучести на опыте невозможно, и измерения мгновенной деформации неточны. Попытки определить начальную скорость ползучести оказываются безуспешными, поведение материала в первые доли секунды после приложения нагрузки существенно зависит от способа нагружения, определяемого динамическими характеристиками испытательной машины. Поэтому в ряде наших работ применялась следующая методика. Нагружение производилось не мгновенно, а по совершенно определенному закону, обычно гидравлическое или электромеханическое устройство обеспечивало рост напряжения с постоянной скоростью. С самого начала упругая и пластическая деформация сопровождается ползучестью, задаваясь определенной формой закона ползучести, оказывается возможным расчетным путем восстановить гипотетическую мгновенную кривую деформирования.

Вопрос о переходе от неустановившейся ползучести к установившейся решается не единственным образом. Одна точка зрения заключается в том, что функция $P(p)$ в (3.8) стремится с возрастанием p к конечному пределу, который либо достигается при конечном значении p , либо при $p \rightarrow \infty$. Одна из возможных расчетных схем, основанных на таком принципе, реализована в работе [42].

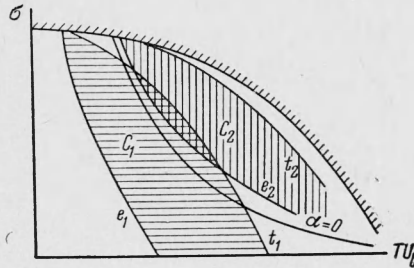
Возможна и вторая точка зрения. Предполагается, что неустановившаяся и установившаяся ползучести управляются разными механизмами и сосуществуют одновременно и независимо, тогда полная деформация в каждый момент состоит из мгновенной упругой или упруго-пластической деформации ϵ_0 , деформации неустановившейся ползучести p и деформации установившейся ползучести ϵ_1 , которая происходит все время с неизменной скоростью. Неустановившаяся составляющая описывается некоторым уравнением типа уравнения состояния (3.4), но со временем затухает, скорость ее приближается к нулю.

Исследование нестационарных задач по этим двум схемам выполняется совершенно различными методами, соображения простоты и удобства заставляют нас сейчас предпочесть первую схему, однако сделать принципиальный выбор нелегко и решающих экспериментальных данных для такого выбора не имеется.

По пути расчленения механизма ползучести можно идти и дальше. Так, желая учесть возврат, автор работы [43] выделил составляющую деформации нелинейно наследственного типа; обработка опытных данных для целлюлоида, где возврат очень существен, дала обнадеживающие результаты.

В последние годы большое внимание исследователей в разных странах привлекает кратковременная ползучесть, продолжающаяся секунды и минуты. Высокий уровень температур и напряжений создает специфические условия, ползучесть для большинства материалов не сопровождается упрочнением и представляет собою квазивязкое течение, накладываемое на обычную упруго-пластическую деформацию. Если пытаться обрабатывать опыты при разных нагрузках и температурах при помощи уравнения (3.9), то окажется, что с возрастанием нагрузки и температуры показатель α стремится к нулю.

Прежде чем рассматривать более подробно опытные факты, относящиеся к кратковременной ползучести, приведем некоторые соображения о выборе границ рабочих режимов изделий, находящихся при высокой температуре. Будем откладывать по осям координат температуру и напряжение, как показано на фиг. 7. Верхняя кривая соответствует мгновенному разрыву, область рабочих режимов находится целиком ниже

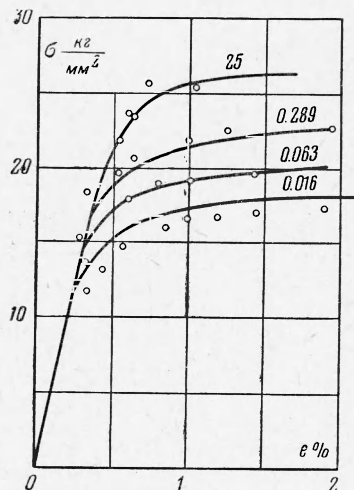


Фиг. 7

этой кривой. Если изделие рассчитывается на время службы t_1 , можем построить кривую длительного разрушения за время t_1 . С другой стороны, если деформация ползучести мала, ее можно вообще не учитывать при расчетах. Задаваясь некоторым разумным допуском, можем построить кривую e_1 , соответствующую накоплению деформации, лежащей на границе допуска, за время t_1 . Заштрихованная область C_1 , ограниченная кривыми t_1 и e_1 , представляет собою ту область, в которой надо располагать характеристиками ползучести для расчета изделий данного типа. Если теперь изделие рассчитывается на более короткий срок службы t_2 , то соответствующие кривые t_2 и e_2 расположатся выше, чем кривые t_1 и e_1 , соответствующая область рабочих режимов будет C_2 . На этой же плоскости можем нанести кривую, соответствующую границе области, для которой $\alpha = 0$, для достаточно малых t_2 область C_2 располагается целиком выше кривой $\alpha = 0$. При исследовании кратковременной ползучести в нашей лаборатории за основу были приняты следующие гипотезы.

1. Для каждой температуры существует своя кривая мгновенного деформирования.

2. Скорости ползучести зависят только от напряжения и температуры, но не зависят от предыстории, в частности от величины предшествующей пластической деформации. Эти предположения проверялись различными способами и получили вполне удовлетворительное подтверждение. На фиг. 8 изображены кривые деформирования (сплава Д16АТ при 250° с постоянной скоростью нагружения; цифры у кривых означают скорость изменения напряжения в кг/мм^2 в сек) с разными скоростями изменения нагрузки (разница составляет четыре порядка), рассчитанные в соответствии с этой гипотезой, там же приведены опытные точки. Мгновенная кривая мало отличается от кривой, снятой при наибольшей скорости, закон ползучести определялся независимо — из опытов при постоянном напряжении. Следует заметить, что испытанию подвергался технический сплав в состоянии поставки, поэтому индивидуальный разброс довольно велик, теоретический разброс довольно велик, теоретический разброс довольно велик, теоретический разброс довольно велик.



Фиг. 8

кие кривые строятся по осредненным характеристикам и сравниваются с данными для одного образца. Разница не выходит за пределы разброса.

Другой способ проверки независимости скорости ползучести от предыстории заключался в испытании на повторную релаксацию, когда прорелаксировавший образец подтягивался до исходного напряжения, релаксировал снова, и так несколько раз. Все повторные кривые релаксации оказались совершенно совпадающими, что указывает на отсутствие упрочнения.

Результаты испытаний на кратковременную ползучесть алюминиевых сплавов, титановых сплавов и сталей различного типа, частично опубликованные в работе С. Т. Милейко [44], позволили этому автору предложить следующие эмпирические формулы для скорости ползучести в зависимости от напряжения и температуры:

$$\begin{aligned} \dot{p} &= k \exp(\alpha\sigma + \nu T) & \text{при } t < T_1 \\ \dot{p} &= k \exp\left(\frac{\alpha_0}{T_0 - T} + \nu T\right) & \text{при } t > T_1 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Здесь α , α_0 , ν , T_0 , T_1 — константы. В переходной области, когда $T \approx T_1$ (от 275° до 300° для сплава Д16АТ), разброс данных получается несколько большим, чем при других температурах. На деталях, относящихся к границе перехода между двумя формами соотношения (3.10), здесь останавливаться не будем.

4. Разрушение вследствие ползучести. Попытки включить проблему разрушения вследствие ползучести в рамки теории ползучести были предприняты в самое последнее время. Наиболее проста схема вязкого разрушения [45], состоящая в следующем. Будем для простоты считать ползучесть установившейся и допустим, что уравнение (2.1) справедливо и в области конечных деформаций. Теперь под скоростью деформации нужно понимать отношение скорости удлинения к текущей длине образца. Обозначив последнюю через x , получим, что $\dot{e} = \dot{x}/x$. Теперь естественно принять за меру деформации величину $e = \ln x/x_0$, где x_0 — начальная длина. При постоянной силе напряжения будет увеличиваться за счет уменьшения площади поперечного сечения; считая объем неизменным, легко убедимся, что $\sigma = \sigma_0 \exp e$, здесь σ_0 номинальное, т. е. отношение к первоначальной площади поперечного сечения, напряжение. Теперь можно проинтегрировать уравнение

$$\dot{e} = \nu (\sigma_0 \exp e)$$

Оказывается, что ϵ достигает бесконечно большого значения за конечное время, это время и принимается за время разрушения. При степенном законе ползучести получим

$$\frac{1}{t^*} = n\epsilon_n \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_n} \right)^n \quad (4.1)$$

Может показаться странным, что такой упрощенный подход дает иногда удовлетворительное совпадение с экспериментом. Одна из причин состоит в том, что кривая ползучести обнаруживает в конце чрезвычайно быстрый рост. Другую причину выясним ниже.

При относительно больших длительностях и малых напряжениях наблюдается другой тип разрушения хрупкого характера, сопровождающийся весьма малой деформацией. Теория такого рода разрушения может быть построена следующим образом. Введем некоторый параметр охрупчивания ω , равный нулю у неповрежденного материала и единице в момент разрушения. Предположим, что этот параметр меняется в зависимости от напряжения в соответствии с уравнением типа

$$\dot{\omega} = \varphi(\sigma, \omega) \quad (4.2)$$

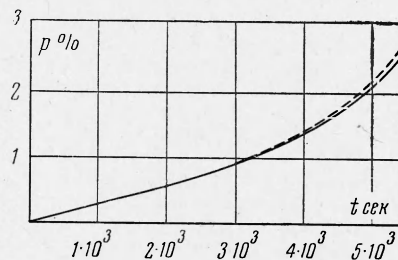
Интегрируя это уравнение, найдем время хрупкого разрушения t^{**} , когда $\omega = 1$.

В работе [46] было принято

$$\dot{\omega} = B \left(\frac{\sigma}{1 - \omega} \right)^k$$

Отсюда получается

$$\frac{1}{t^{**}} = (1 + k) B \sigma_0^k \quad (4.3)$$



Фиг. 9

Аналогичный результат получен в работе [47], где в основу положена такая же по существу схема. Если $n = k$, то закономерности вязкого и хрупкого разрушения совершенно одинаковы, что объясняет удовлетворительный результат, получаемый по формуле (4.1).

В двойных логарифмических координатах зависимость времени разрушения от напряжения изображается прямыми в обоих случаях. Опытные данные обычно хорошо укладываются либо на одну прямую, либо на две прямые. Между ними может существовать и некоторая переходная область, анализу которой посвящен ряд исследований.

Следует обратить внимание на то, что разрушению предшествует третий участок ускоренной ползучести. Для чистых металлов, по-видимому, во многих случаях его можно отнести за счет уменьшения площади поперечного сечения, как это следует из схемы вязкого разрушения. Эта схема, впрочем, не учитывает образования шейки, т. е. локализации деформации, начиная с некоторого момента. В то же время у многих сплавов, особенно при невысоких напряжениях, третий участок появляется при весьма малых деформациях порядка 1—2%. Элементарный подсчет показывает, что это нельзя объяснить изменением площади сечения образца. Остается предположить, что развитие охрупчивания, т. е. рост параметра ω , оказывает влияние на скорость ползучести. Следуя общей точке зрения, будем считать, что ω является одним из структурных параметров, определяющих скорость ползучести. Предположительный вид кинетических уравнений ползучести с охрупчиванием был принят следующим:

$$\dot{\epsilon} = a\sigma^n (1 - \omega)^{-q}, \quad \dot{\omega} = b\sigma^k (1 - \omega)^{-r} \quad (4.4)$$

Эти уравнения качественно описывают кривые ползучести, включая третий участок, а также позволяют определить время до разрушения. Для простоты не вводим сюда параметров упрочнения, поэтому уравнения не описывают первых участков, хотя в принципе сделать это несложно. Кратковременная ползучесть, когда упрочнение отсутствует, является тем примером, для которого уравнения (4.4) применимы непосредственно. При обработке опытных данных по кратковременной ползучести принималось $n = k = q = r$, что позволило достаточно хорошо описать опытные результаты, как кривые ползучести, так и кривые длительной прочности. На фиг. 9 приведено сравнение опытной (сплошная линия) и расчетной (пунктирная) кривой ползучести (сплава Д16АТ при 250° при $\sigma = 13.6 \text{ кг/мм}^2$) с третьим участком, характеристики ползучести определялись по начальным участкам кривых ползучести, характеристики охрупчивания брались из обработки кривых длительной прочности. При отмеченном равенстве показателей в уравнениях (4.4) из них следует принцип суммирования повреждаемости, состоящий в следующем. Если $t^*(\sigma)$ есть время до разрушения при постоянно действующем напряжении σ , то при переменном напряжении разрушение происходит тогда,

когда выполняется равенство

$$\int \frac{dt}{t^*} = 1 \quad (4.5)$$

В области кратковременной ползучести этот принцип оправдывается довольно хорошо, тогда как при средних и больших длительностях он систематически нарушается, особенно тогда, когда напряжение убывает. По-видимому, кинетическое уравнение охрупчивания должно носить более сложный характер, в частности предусматривать возможность заживления трещин.

Значение феноменологического подхода, выражаемого уравнениями (4.4), (4.5) или, возможно, более сложными уравнениями, состоит в следующем. Как правило, все конструкции, которые рассчитываются на ползучесть, статически неопределимы. Поэтому распределение напряжений в них определяется законом ползучести и зависит от времени. Общепринятая в настоящее время схема расчета на длительную прочность состоит в том, что сначала ищутся напряжения в элементах, потом эти напряжения сопоставляются с кривой длительной прочности, если нужно, то используется принцип суммирования повреждаемости. Выполняя первую часть расчета, т. е. отыскивая распределение напряжений, не принимаем во внимание обратного влияния начинающегося разрушения на распределение скоростей ползучести, а следовательно, и на величины напряжений. Для материалов, у которых охрупчивание мало влияет на скорость ползучести и трещинообразование носит локальный характер, эта схема применима. В других случаях образование более или менее равномерно распределенных по объему трещин начинается уже на ранних ступенях ползучести, они соединяются на последней стадии, образуя макротрещины, притом в большом количестве. В особенности это относится к местам концентрации напряжений; при оценке влияния трещинообразования на скорость ползучести необходим, хотя бы в грубой и гипотетической форме.

5. Ползучесть при сложном напряженном состоянии. Все реальные изделия, за редкими и, в общем, мало интересными исключениями, работают в условиях сложного напряженного состояния. В то же время опыты на ползучесть при сложном напряженном состоянии технически трудны, соответствующие исследования немногочисленны. В физических исследованиях этот вопрос почти полностью обходится, и никаких теорий, кроме феноменологических, для ползучести при сложном напряженном состоянии не существует. Теория пластичности металлов при нормальных температурах, когда временные эффекты отсутствуют или пренебрежимо малы, разработана лучше, чем теория ползучести, и являлась, естественно, образцом для последней при конструировании разного рода гипотетических уравнений.

Любое одномерное соотношение между напряжениями, деформациями и их скоростями можно бесчисленным образом трансформировать, превратив его в соотношение между тензорами. Формальная теория функций от тензоров интенсивно развивалась в последние годы [48, 49], и основная трудность состоит в чрезмерно широких возможностях, оставляемых этой теорией и в неопределенности критериев для отбора тех или иных вариантов. Тензор скоростей ползучести $\dot{\epsilon}_{ij}$ должен зависеть от тензора σ_{ij} и параметров упрочнения, которые могут быть либо скалярами, либо тензорами сколь угодно высокого ранга. Если параметры упрочнения — скаляры, будем называть упрочнение изотропным. Гипотеза изотропного упрочнения — это наиболее простая гипотеза, которая лежит в основе большинства существующих теорий, хотя несостоятельность ее легко доказывается экспериментом [50].

Представим себе, что испытывается трубчатый образец на ползучесть при растяжении. Скорость ползучести убывает, условимся связывать это с эффектом упрочнения. Прервав испытание, разгрузим образец и нагрузим его крутящим моментом. Если упрочнение изотропно, т. е. определяется скалярным параметром, достигнутое путем растяжения упрочнение повлияет и на скорость ползучести при кручении. В действительности, образец ползет при кручении так же, как и образец, который предварительному растяжению не подвергался. Однако обнаружить анизотропию упрочнения можно только тогда, когда в опыте меняется тип напряженного состояния. При постоянных напряжениях или напряжениях, меняющихся пропорционально одному параметру, теория ползучести с изотропным упрочнением оказывается справедливой, точнее, при достаточно широких предположениях о характере анизотропии упрочнения получим в этом случае результат, совпадающий с предсказаниями изотропной теории. Если напряженное состояние не изменяется со временем — будем говорить о квазиустановившейся ползучести. Этот случай часто реализуется в конструкциях, точно или приближенно, только для этого случая пока имеются эффективные расчетные методы.

Основной экспериментальный факт, относящийся к квазиустановившейся ползучести, состоит в том, что начальные участки кривых ползучести для разных видов напряженного состояния подобны. Это значит, что если будем строить графики, откладывая по оси ординат какую-либо составляющую тензора деформации ползучести или однородную функцию первой степени от этих составляющих, а по оси абсцисс — время, то изменением масштаба ординат можем совместить все эти кривые. Поэтому основной

закон квазиустановившейся ползучести может быть записан следующим образом:

$$\dot{p}_{ij} = v_{ij} (\sigma_{kl}) \quad (5.1)$$

Если $\dot{p}_{ij}$ представляет собою производную от деформации по времени, то имеем установившуюся ползучесть, для квазиустановившейся ползучести роль времени играет аргумент $\tau(t)$, учитывающий форму подобных между собою кривых ползучести. Возможность представления опытных данных при постоянных напряжениях в форме (5.1) нужно рассматривать как определение квазиустановившейся ползучести, т. е. ограничение класса подлежащих рассмотрению в дальнейшем материалов и условий их службы. Тензор v_{ij} , как известно, в общем случае для изотропного материала выражается в виде линейной функции трех тензоров: единичного, тензора σ_{ij} и квадрата тензора σ_{ij} , коэффициенты этой зависимости, в свою очередь, являются произвольными функциями трех инвариантов тензора напряжений. Применение подобного рода общих зависимостей как для интерпретации опытных данных, так и для последующих приложений, довольно бесперспективно, и круг возможных допущений приходится сузить. Значительную роль в развитии теории сыграло представление о существовании потенциала ползучести, т. е. такой функции напряжений $f(\sigma_{kl})$, что

$$\dot{p}_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (5.2)$$

Попытки обоснования необходимости существования потенциала ползучести многочисленны, здесь их рассматривать не будем. Заметим, что существование потенциала ползучести не вытекает с неизбежностью из принципов термодинамики и требует дополнительных гипотез. Одним из решающих обстоятельств является то, что развитие формального аппарата теории ползучести при наличии потенциала существенно упрощается, оказывается возможным сформулировать некоторые вариационные принципы, облегчающие решение задач, удается доказать теоремы единственности.

Считая, что ползучесть не сопровождается объемной деформацией, приходим к выводу, что потенциал ползучести зависит от второго и третьего инвариантов тензора напряжений. Если потенциал зависит только от второго инварианта, приходим к следующим уравнениям ползучести:

$$\dot{p}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{v(\sigma_0)}{\sigma_0} (\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}), \quad \dot{\sigma} = \sigma_{ii} \quad (\sigma_0^2 = 3/2 (\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}) (\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij})) \quad (5.3)$$

Величина σ_0 , называется интенсивностью напряжений

Соотношения типа (5.3) хорошо известны в теории пластичности и были перенесены в теорию ползучести по аналогии они лежат в основе большинства существующих теорий. По аналогии с теорией пластичности типа Сен-Венана при ассоциированном законе течения, можно построить уравнения ползучести вида

$$\dot{p}_1 = -\dot{p}_3 = v(\sigma_1 - \sigma_3), \quad \dot{p}_2 = 0 \quad (5.4)$$

Здесь $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ — главные напряжения.

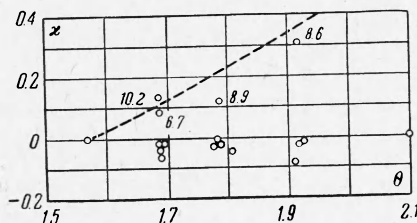
Более общее предположение состоит в том, что потенциал ползучести зависит от некоторого эквивалентного напряжения σ^* , которое определяется как $\sigma^* = \sigma_0 g(\theta)$. Здесь θ — так называемый угол подобия девиаторов, т. е. угол, который составляет вектор октаэдрического касательного напряжения с проекцией одной из главных осей на октаэдрическую плоскость. Выбор σ_0 и θ в качестве независимых инвариантов совершенно эквивалентен обычному выбору системы инвариантов девиатора тензора напряжений [51]. Вектор скорости октаэдрического сдвига вообще составляет некоторый угол с вектором октаэдрического касательного напряжения; обозначим через $\kappa(\theta)$ тангенс этого угла. Разложим вектор скорости октаэдрического сдвига на две составляющие: совпадающую по направлению с вектором октаэдрического касательного напряжения и перпендикулярную к нему, обозначим их v_s и v_t соответственно (с точностью до постоянного множителя). Тогда из (5.2) и сделанного предположения вытекает

$$v^* = \frac{v_s}{g} = v(\sigma^*), \quad \frac{v_t}{v_s} = \kappa(\theta) = -\frac{g'(\theta)}{g(\theta)} \quad (5.5)$$

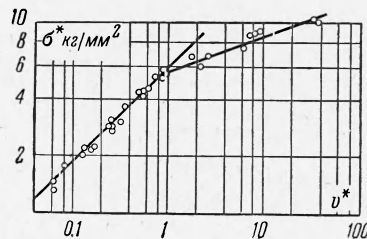
В частном случае, если справедлив закон ползучести (5.3), то $\kappa = 0$ и v^* представляет собою интенсивность скоростей ползучести. Уравнения (5.4) также получают отсюда как частный случай. Непосредственная проверка соотношений (5.5) представляет собою наиболее прямой путь выяснения роли третьего инварианта в законе пространственной ползучести. Таким способом обработаны почти все опубликованные данные по ползучести при сложном напряженном состоянии. Отклонение величины $\kappa(\theta)$ от предсказаний теории служит наиболее чувствительным критерием, позволяющим оценить соответствие ее действительности. Принципиально при помощи (5.5) можно определить функцию $g(\theta)$, если найдена $\kappa(\theta)$.

Фактически значительный разброс опытных данных во всех, даже наиболее тщательно выполненных исследованиях не позволяет выполнить это надежным образом, од-

нако некоторые выводы сделать можно. Наиболее полные и систематические исследования ползучести при сложном напряженном состоянии выполнены Джонсоном с сотрудниками [52]. Не имея возможности остановиться на технической стороне, необходимо отметить большую тщательность и точность. Полные результаты опубликованы для углеродистой стали при трех температурах, алюминиевого сплава — при двух температурах, магниевого сплава — при двух температурах и жаропрочного сплава нимоник —



Фиг. 10

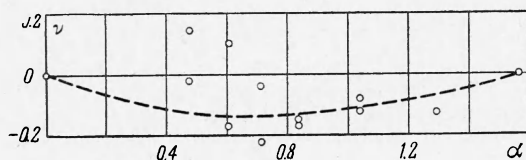


Фиг. 11

при одной температуре. Испытания продолжались 150 час, таким образом, исследовался первый период ползучести, при обработке использовалось отмеченное выше подобие кривых ползучести, индивидуальные кривые приводились к некоторой стандартной средней кривой и сравнивались скорости ползучести по отношению к некоторой функции от времени.

Приведем данные для стали 0.17C при 450°. На фиг. 10 нанесены точки, соответствующие опытным значениям x . Если $x = 0$, то справедливы уравнения (5.3). Соотношениям (5.4) соответствует пунктирная кривая на графике. Как видно, опытные точки группируются около оси абсцисс, большинство их оказывается ниже оси, но незначительно, и определенной закономерности подметить не удастся; имеем, по-видимому, дело со случайным разбросом, обычным для испытаний на ползучесть. Однако четыре

опытные точки, относящиеся к наиболее высоким напряжениям, составляют исключение, они располагаются ближе к пунктирной кривой, следующей из (5.4). Удовлетворительное подтверждение одного из выводов, вытекающих из (5.3), заставляет принять $\sigma^* = \sigma_0$, таким образом, остается проверить зависимость $v^*(\sigma_0)$. Величина v^* равна теперь интенсивности скоростей деформации. На фиг. 11



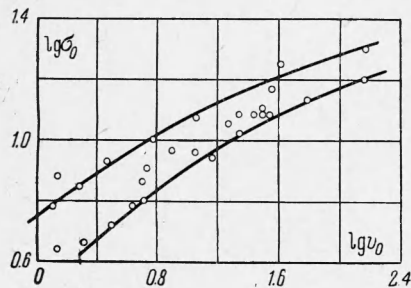
Фиг. 12

приведена эта зависимость в двойных логарифмических координатах, она довольно хорошо изображается двумя отрезками прямых, т. е. для малых напряжений справедлива степенная зависимость с одним показателем, для больших — с другим.

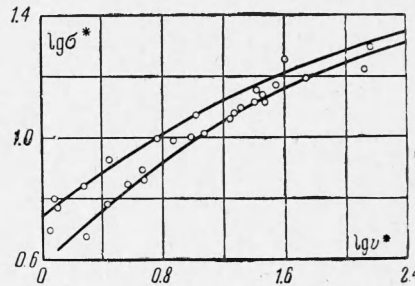
Принимая экспоненциальный закон ползучести, также обнаружим перелом на графике, построенном в полулогарифмических координатах, но этот перелом будет менее резким, при желании его можно не заметить. Следует обратить внимание, что к области высоких напряжений относятся всего четыре опытные точки, относящиеся как раз к тем испытаниям, для которых величина x близка к значению, предсказываемому формулами (5.4). Таким образом, при малых напряжениях ползучесть хорошо описывается уравнениями (5.3), при высоких напряжениях лучший результат дают уравнения (5.4). Недостаток опытных точек не позволяет произвести надежную проверку первого из соотношений (5.5) для области высоких напряжений, где $g(\theta) \neq 1$. Аналогичные результаты получаются и для других материалов и температур.

В качестве второго примера приведем обработку данных опытов [53] на аустенитной стали 1X18H9T при 600°. В этой работе сравнивались скорости установившейся ползучести, испытания были значительно более длительными — до 2000 час. На фиг. 12 представлены зависимости $v = g'(\alpha)/g(\alpha)$ от некоторой величины α (опыты производились при совместном действии кручения с напряжением τ и растяжения с напряжением σ , $\lg \alpha = \sqrt{3}\tau/\sigma$), которая является функцией от θ . Такой способ обработки принципиально не отличается от вышеописанного, преимущества в данном случае связаны только с формой представления исходных опытных данных. Согласно (5.3), должно быть $v = 0$, зависимость $v(\alpha)$, согласно (5.4), представлена пунктирной кривой. Разброс опытных данных довольно велик, в общем опытные точки лежат посередине между значениями, предсказываемыми двумя теориями, но с тенденцией, скорее, в сторону теории (5.4). На фиг. 13 изображены зависимости v_0 от σ_0 , что соответствует (5.3) и на фиг. 14 v^* от σ^* — согласно (5.4).

В первом случае точки лежат в довольно широкой полосе. Левая кривая относится к опытам на простое растяжение, правая — к опытам на кручение, промежуточные точки соответствуют смешанным напряженным состояниям. Во втором случае точки, соответствующие растяжению, оказываются опять изолированными, кривая кручения располагается к ним теперь значительно ближе, чем в предыдущем случае; точки, соответствующие промежуточным напряженным состояниям, группируются около кривой



Фиг. 13



Фиг. 14

кручения, достаточно близко к ней, без явной тенденции уйти в ту или другую сторону. Как видно, для этого материала уравнения (5.4) дают лучший результат, чем (5.3). Изолированное положение точек, соответствующих простому растяжению, объясняется, по-видимому, какими-то особенностями техники эксперимента.

Большинство экспериментальных работ по ползучести при сложном напряженном состоянии относится к совместному растяжению и кручению круглых образцов. При этом охватывается диапазон углов θ в пределах 30° . Если предположить материал изотропным и имеющим одинаковые свойства при растяжении и сжатии, то этого достаточно, для суждения об изотропии или анизотропии — недостаточно. Одни и те же эффекты можно отнести как за счет третьего инварианта, т. е. функции $g(\theta)$, так и за счет анизотропии материала. Поэтому тщательный независимый контроль изотропии материала совершенно необходим.

Следующий вопрос теории сложного напряженного состояния относится к критериям разрушения. Наиболее полные опытные данные здесь опять-таки принадлежат Джонсону [52]. Для большинства материалов, как оказывается, критерием длительного разрушения служит величина наибольшего нормального напряжения. Это означает следующее. Представим себе, что производим испытания до разрушения при всевозможных видах напряженного состояния. Результаты этих испытаний представляем в виде обычных кривых длительной прочности, по оси абсцисс откладываем время до разрушения, по оси ординат — некоторое эквивалентное напряжение, которое можно выбирать различным образом. Оказывается, что если принять за эквивалентное напряжение $\sigma_{\max}$, то точки для разных видов напряженного состояния и для разных уровней напряжений лягут на одну кривую.

Расчеты на длительную прочность при сложном напряженном состоянии в настоящее время производятся почти исключительно по наибольшему нормальному напряжению. Скорость ползучести, как видно, определяется интенсивностью напряжений или максимальным касательным напряжением, поэтому, в зависимости от типа напряженного состояния, разрушение может происходить при величине деформации, меняющейся в очень широких пределах. В условиях концентрации напряжений, когда наибольшее нормальное напряжение велико, идет интенсивное трещинообразование без заметной ползучести, и разрушение может носить хрупкий характер при относительно небольших длительностях нагрузки [54]. На медных образцах с концентратором напряжений получались разрушения хрупкого характера при длительностях порядка 1–2 мин, тогда как гладкие образцы при растяжении обнаруживают чисто вязкое поведение.

В работе [55] для сплава 437Б и одной из марок аустенитной стали критерий наибольшего нормального напряжения был несколько уточнен. Показано, что более правильные результаты получаются, если принять за эквивалентное напряжение

$$\sigma_e = \lambda \sigma_{\max} + (1 - \lambda) \sigma_0 \quad (5.6)$$

В последующих публикациях Джонсона было отмечено, что, наряду с первой группой материалов, разрушающихся от действия наибольшего нормального напряжения, существует вторая группа, для которой критерием длительной прочности служит величина σ_0 . Отмечены следующие особенности этих двух групп.

Группа 1. Трещинообразование начинается на ранних ступенях ползучести, трещины более или менее равномерно распределены по объему, в процессе ползучести трещины увеличиваются и число их растет. Скорость ползучести в первой и второй фазах зависит от σ_0 , как и следует из теории, в третьей фазе скорость зависит от $\sigma_{\max}$.

Группа 2. Образование трещин в процессе ползучести заметить не удастся, они появляются непосредственно перед разрушением и строго локализованы в месте будущего разрушения. Скорость ползучести на всех трех участках зависит от величины σ_0 . Можно было бы предположить, что разрушение второй группы материалов является вязким, но это не так; переход к третьему участку и разрушение происходят при весьма малых деформациях.

Феноменологические теории ползучести, включающие в себя описание процесса разрушения, находятся пока в начальной стадии. Отметим работу [56], где предполагается, что трещинообразование не влияет на ползучесть и процесс разрушения описывается как движение фронта разрушения, позади которого материал уже потерял несущую способность, тогда как впереди распределение напряжений определяется законом ползучести. Такая схема особенно применима для материалов второй группы. Для материалов первой группы необходимо учитывать влияние трещинообразования на величины скоростей ползучести и характер их распределения. Попытка построения расчетной схемы для этого случая содержится в [57].

В настоящем обзоре автор был лишен возможности остановиться на многих важных деталях и не коснулся ряда мало исследованных областей. В последнее время предпринимаются большие усилия для того, чтобы сблизить точки зрения специалистов по физике металлов, с одной стороны, механиков, занимающихся теорией ползучести и ее инженерными приложениями, — с другой, что феноменологическая точка зрения, которая здесь приводилась, вызвана желанием привлечь внимание к фактическому материалу, уже накопленному в литературе, который требует анализа.

Поступила 26. VIII 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Robinson E. L. 100000-hour creep test. Mech. Engng, 1943, vol. 65, № 3, p. 166.
2. Наместников В. С., Хвостунков А. А. Ползучесть дуралюмина при постоянных и переменных нагрузках. ПМТФ, 1960, № 4, стр. 90—95.
3. Работнов Ю. Н., Рабинович В. П. О прочности дисков в условиях ползучести. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностр. 1959, № 4, стр. 93—100.
4. Рабинович В. П. Экспериментальные исследования прочности дисков, работающих в условиях ползучести при постоянной температуре. Тр. Центр. н.-и. ин-та тяж. маш., 1960, № 12, стр. 25—45.
5. Turner F. H., Bloomquist K. E. A study of the applicability of Rabotnov's creep parameter for aluminium alloy. J. Aeronaut. Sci., 1956, vol. 23, No. 12.
6. Goldhoff R. M. The application of Rabotnov's creep parameter. Proc. Amer. Soc. Test. Mater., 1961, vol. 275, No. 75.
7. Торшенин Н. Г. Ползучесть алюминиевого сплава Д-16-Т при сжатии. ПМТФ, 1961, № 6, стр. 158—159.
8. Dorn J. E. Some fundamental experiments on high temperature creep. J. Mech. and Phys. Solids, 1955, vol. 3, No. 2, p. 85—116.
9. Журков С. Н., Сапфирова Т. Н. Связь между прочностью и ползучестью металлов и сплавов. Ж. техн. физ., 1958, т. 28, № 8, стр. 1719—1726.
10. Feltham P., Meakin J. D. On the representation and extrapolation of creep data of metals and technical alloys. Rheol. acta, 1953, vol. 1, № 2—3.
11. Журков С. Н., Сапфирова Т. П. Температурно-временная зависимость прочности чистых металлов. Докл. АН СССР, 1955, т. 101, No. 2.
12. Larson F. R., Miller J. A time-temperature relationship for rupture and creep-stress. Trans. ASME, 1952, vol. 74.
13. Manson S. S., Haferd A. M. A linear time-temperature relation for extrapolation of creep and stress-rupture data. Nat. Adv. Sci. Aeronaut. T. N. 2890, 1953.
14. Garofalo F., Smith G. W., Royle B. V. Validity of time compensated temperature parameters for correlating creep and creep rupture data. Trans. ASME, 1956, vol. 78, No. 7.
15. Jenkinson E. A., Smith A. J., Hopkin M. T. The long-time creep properties of an 18% Cr — 12% Ni — 1% Nb — Steel steam pipe and superheater tube. J. Iron and Steel Inst., 1962, vol. 200, p. 12.
16. Betttridge W. The extrapolation of the stress-rupture properties of the nimonic alloys. J. Inst. Metals, 1958, Jan., p. 232—237.
17. Claus F. J. An examination of high-temperature stress-rupture correlating parameters. Proc. Amer. Soc. Test. Mater., 1960, vol. 60, p. 905—927.
18. Grant N. J., Bucklin A. G. On the extrapolation of short time stress-rupture data. Trans. ASME, 1950, vol. 42, p. 720—751.
19. Boltzmann L. Zur theorie der elastischen Nachwirkung. Ann. Phys. Chem. Erg., 1876, Bd. 7.
20. Volterra V. Fonctions de lignes. Paris, Gauthier Villard, 1913.
21. Работнов Ю. Н. Некоторые вопросы теории ползучести. Вестн. Моск. ун-та, 1948, № 10.

22. Розовский М. И. О некоторых особенностях упруго-наследственных сред. Изв. АН СССР, ОН, Механика и машиностроение, 1961, № 2, стр. 30—36.
23. А р у т ю н я н Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. Гостехиздат, 1952.
24. Leaderman H. Elastic and creep properties of filamentous materials and other high polymers. Textile Foundation. Washington D. C., 1943.
25. Johnson A. E. The creep recovery of a 0,17 per cent carbon steel. Inst. Mech. Engng J. Proc., 1941, vol. 145, No. 5.
26. Наместников В. С., Работнов Ю. Н. О наследственных теориях ползучести. ПМТФ, 1961, № 4, стр. 148—150.
27. Е р ж а н о в Ж. С. Об оценке напряженного состояния нетронутого горного массива. Сб. «Математ. методы в горном деле», ч. 2, СО АН СССР, Новосибирск, 1963.
28. М а л и н и н Н. И. Ползучесть и релаксация полимеров в переходном состоянии. ПМТФ, 1961, № 1, стр. 56—65.
29. Leaderman H., Mc. Crackin F., Large longitudinal retarded elastic deformation of rubber-like network polymers. Trans. Soc. Rheol., 1963, vol. 7.
30. С а л л и А. Х. Ползучесть металлов и жаропрочные сплавы. Оборонгиз, М., 1953.
31. Д а н и л о в с к а я В. И., И в а н о в а Г. М., Работнов Ю. Н. Ползучесть и релаксация хромомолибденовой стали. Изв. АН СССР, ОН, 1955, № 5.
32. Каптелин Ю. П. Уравнение состояния для ползучести наклепанной меди. Сб. тр. ЛИИЖТ, 1962, вып. 192.
33. Наместников В. С. О ползучести алюминиевого сплава при переменных нагрузках. ПМТФ, 1964, № 2, стр. 99—105.
34. Davenport C. C. Correlation of creep and relaxation properties of copper. J. Appl. Mech., 1938, vol. 60.
35. Taira Shuji. Lifetime of structures subjected to varying load and temperature. Creep in structures, Springer, 1962, p. 96—124.
36. Жуков А. М., Работнов Ю. Н., Чуриков Ф. С. Экспериментальная проверка некоторых теорий ползучести. Инж. сб., 1953, т. 18.
37. Onat E. T. and Wang T. T. The effect of incremental loading on creep behaviour of metals. Creep in structures, Springer, 1962, p. 125—136.
38. Вилесова Н. С., Наместников В. С. Об одном параметре упрочнения. ПМТФ, 1964, № 3, стр. 177—179.
39. Наместников В. С., Работнов Ю. Н. О гипотезе уравнивания состояния при ползучести. ПМТФ, 1961, № 3, стр. 101—102.
40. Andrade E. N. da C. On the viscous flow in metals, and allied phenomena. Proc. Roy. Soc. London, 1910, vol. 84, No. A567.
41. Шестериков С. А. Об одном условии для законов ползучести. Изв. АН СССР, ОН, Механика и машиностроение, 1959, № 1, стр. 131.
42. Шорр Б. Ф. К расчету на неустановившуюся ползучесть неравномерно нагретых стержней произвольного поперечного сечения. Изв. АН СССР, ОН, Механика и машиностроение, 1959, № 1, стр. 89—96.
43. Брызгалов Г. И. О ползучести при переменных напряжениях. ПМТФ, 1962, № 3, стр. 73—77.
44. Милейко С. Т. Кратковременная ползучесть при переменных напряжениях. Сб. «Ползучесть и длительная прочность», СОАН СССР, Новосибирск, 1963.
45. Hoff N. J. The necking and rupture of rods subjected to constant tensile loads. J. Appl. Mech., 1953, vol. 20.
46. Работнов Ю. Н. О механизме длительного разрушения. Сб. «Вопросы прочности материалов и конструкции», Изд-во АН СССР, М., 1959.
47. Качанов Л. М. О времени разрушения в условиях ползучести. Изв. АН СССР, ОН, Механика и машиностроение, 1960, № 5, стр. 88—92.
48. Прагер В. Введение в механику сплошных сред. Изд. иностр. лит., М., 1963.
49. Седов Л. И. Введение в механику сплошной среды. Физматгиз, 1962.
50. Наместников В. С. О ползучести при переменных нагрузках в условиях сложного напряженного состояния. Изв. АН СССР, ОН, 1957, № 10, стр. 83—85.
51. Новожилов В. В. О физическом смысле инвариантов напряжения, используемых в теории пластичности. ПММ, 1952, т. 16, вып. 5.
52. Johnson A. E., Henderson J., Khan B. Complex-stress creep, relaxation and fracture of metallic alloys. NEL, Edinburgh, 1962.
53. Одинг И. А., Туляков Г. А. Ползучесть аустенитной стали при сложно-напряженном состоянии. Изв. АН СССР, ОН, 1958, № 1, стр. 3—10.
54. Миркин И. Л., Трунин И. И. Исследование ползучести и разрушения стали в зоне концентр. Сб. «Прочность металлов», Изд-во АН СССР, М., 1956.
55. Сдобырев В. П. Критерий длительной прочности для некоторых жаропрочных сплавов при сложном напряженном состоянии. Изв. АН СССР, ОН, Механика и машиностроение, 1959, № 6, стр. 93—99.
56. Качанов Л. М. Теория ползучести. Физматгиз, М., 1960.
57. Работнов Ю. Н. О разрушении вследствие ползучести. ПМТФ, 1963, № 2.