

10. Бавин В. Ф., Завадовский П. Ю. и др. Гребные винты. Современные методы расчета. — Л.: Судостроение, 1983.
11. Yamaguchi H., Kato H. Non-linear theory for partially cavitating hydrofoils // J. Soc. Nav. Arch. Japan. — 1983. — V. 152.
12. Numachi F., Tsunoda K., Chida I. Cavitation tests on hydrofoil profiles of simple form // Rep. Inst. High. Speed Mech. Japan. — 1959. — N 9.
13. Oossanen van P. Method for the assessment of the cavitation performance of marine propellers // Intern. Shipbuilding progress. — 1975. — V. 22, N 245.

Поступила 20/VII 1987 г.

УДК 532.529

## МЕТОД РАСЧЕТА ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ ПАРОКАПЕЛЬНЫМ ПОТОКОМ ПРИ НАЛИЧИИ ЭФФЕКТОВ ДРОБЛЕНИЯ И ИСПАРЕНИЯ

T. R. Аманбаев, A. I. Ивандаев, P. I. Нигматулин

(Чимкент, Тюмень)

При обтекании тел потоками газокапельных смесей (смесей газа с большим количеством жидких капель) капли из-за разности скоростей фаз в потоке деформируются и дробятся. Появившиеся в результате дробления исходных крупных капель вторичные мелкие капли быстро испаряются и в связи с этим в значительно большей степени влияют на характер обтекания тела, чем твердые частицы. Проведению расчета обтекания тел парокапельными потоками посвящена настоящая работа. Данна постановка задачи, выписаны основные уравнения, обсуждаются особенности численного алгоритма. Приведены некоторые результаты расчетов. Влияние взвешенных в газе твердых инертных частиц на условия обтекания тел исследовано в [4—3].

**1. Основные допущения.** Будем полагать, что смесь монодисперсная, капли несжимаемые и не сталкиваются друг с другом, эффекты вязкости и теплопроводности существенны лишь в процессах взаимодействия фаз, дробление капель имеет место при определенных условиях и происходит по механизму обтирки поверхностного слоя, скорости и температуры сорванных мелких капель и пара совпадают, часть срывающихся мелких капель испаряется в газовом потоке, при этом их испарение происходит равновесно (температуры мелких капель и пара равны температуре насыщения), фазовые превращения на поверхности крупных капель могут происходить только в том случае, если обтирка поверхностного слоя отсутствует. Ниже параметры среды, представляющей собой односкоростную и однотемпературную смесь пара и мелких капель («эффективный пар»), отмечены индексом 1, параметры компонентов смеси — пара и мелких капель — соответственно индексами 1v и 12 внизу, а крупных капель — индексом 2 внизу.

Истинные  $\rho_1^0$ ,  $\rho_{1v}^0$ ,  $\rho_2^0$  и приведенные (размазанные по всему объему смеси)  $\rho_1$ ,  $\rho_{1v}$ ,  $\rho_{12}$ ,  $\rho_2$  плотности, а также объемные содержания  $\alpha_1$ ,  $\alpha_{1v}$ ,  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha_2$  эффективного пара, ее парового и жидкого компонентов и крупных капель связаны соотношениями

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \rho_1 &= \alpha_1 \rho_1^0, \quad \rho_2 = \alpha_2 \rho_2^0, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad \alpha_2 = n \pi d^3 / 6, \\ \rho_{1v} &= \alpha_{1v} \rho_{1v}^0, \quad \rho_{12} = \alpha_{12} \rho_{12}^0, \quad \rho_{1v} + \rho_{12} = \rho_1, \quad \alpha_{1v} + \alpha_{12} = \alpha_1 \end{aligned}$$

(n, d — число крупных капель в единице объема смеси и их диаметр).

**2. Дифференциальные уравнения движения.** В рамках принятых допущений уравнения сохранения масс эффективного пара и крупных капель, а также уравнение сохранения числа крупных капель для двумерного нестационарного движения с плоской симметрией имеют вид

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial x} + \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial y} &= n j_2^s + n j_2^v, \\ \frac{\partial \rho_2^0}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial y} &= -n j_2^s - n j_2^v, \quad \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n u_2}{\partial x} + \frac{\partial n v_2}{\partial y} = 0 \end{aligned}$$

( $u_i$ ,  $v_i$  — компоненты вектора скорости  $\mathbf{v}_i$  ( $i = 1, 2$ ) эффективного пара и

крупных капель по осям  $x$  и  $y$ ;  $j_2^v, j_2^s$  — интенсивности испарения и обдирки одной крупной капли).

Уравнения сохранения импульсов эффективного пара и крупных капель запишем в виде

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \rho_1 \mathbf{v}_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1 \mathbf{v}_1}{\partial x} + \frac{\partial \rho_1 v_1 \mathbf{v}_1}{\partial y} &= -\nabla p - n\mathbf{f} + nj_2^s \mathbf{v}_2 + nj_2^v \mathbf{v}_2, \\ \frac{\partial \rho_2 \mathbf{v}_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2 \mathbf{v}_2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_2 v_2 \mathbf{v}_2}{\partial y} &= n\mathbf{f} - nj_2^s \mathbf{v}_2 - nj_2^v \mathbf{v}_2. \end{aligned}$$

Здесь  $p$  — давление;  $\mathbf{f}$  — сила, действующая со стороны несущей фазы на одну крупную каплю. Считается, что характерная скорость обдирающейся и испаряющейся (с поверхности крупных капель) жидкости равна скорости крупных капель.

Уравнение притока тепла к каплям и уравнение полной энергии всей смеси в целом запишем в форме

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 e_2 u_2}{\partial x} + \frac{\partial \rho_2 e_2 v_2}{\partial y} &= -nq_{2\Sigma} - nj_2^s e_2 - nj_2^v e_{2s}, \\ \frac{\partial (\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_1 E_1 \mathbf{v}_1 + \rho_2 E_2 \mathbf{v}_2) + \operatorname{div}(\alpha_1 p \mathbf{v}_1 + \alpha_2 p \mathbf{v}_2), \end{aligned}$$

где  $e_1, e_2, E_1, E_2$  — внутренняя и полная энергии эффективного пара и крупных капель;  $q_{2\Sigma}$  — интенсивность притока тепла изнутри крупной капли к ее поверхности (температура основной массы капли может отличаться от температуры ее поверхности);  $e_{2s}$  — внутренняя энергия крупных капель в состоянии насыщения.

Из уравнений (2.1)–(2.3) с учетом теоремы живых сил нетрудно получить уравнение притока тепла для эффективного пара

$$(2.4) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \rho_1 e_1}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_1 e_1 \mathbf{v}_1) &= \frac{\alpha_1 p}{\rho_1^0} \frac{d_1 \rho_1^0}{dt} + n\mathbf{f}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) - nq_{1\Sigma} + \\ &+ (nj_2^s + nj_2^v)(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2/2 + nj_2^s e_2 + nj_2^v (i_{1s} - p/\rho_1^0), \\ \frac{d_1 \rho_1^0}{dt} &= \frac{\partial \rho_1^0}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \rho_1^0}{\partial x} + v_1 \frac{\partial \rho_1^0}{\partial y}. \end{aligned}$$

Здесь  $q_{1\Sigma}$  — интенсивность притока тепла от эффективного пара к поверхности крупной капли;  $i_{1s}$  — энтальпия эффективного пара в состоянии насыщения. Первое слагаемое в правой части (2.4) связано с изменением внутренней энергии эффективного пара за счет его сжатия (или расширения), второе — это работа силы межфазного взаимодействия, третье — интенсивность притока тепла от эффективного пара к межфазной поверхности, остальные слагаемые связаны с изменением внутренней энергии эффективного пара за счет испарения крупных капель и обтирки их поверхностного слоя. В отличие от (2.3) уравнение (2.4) имеет недивергентный и значительно более громоздкий вид.

**3. Уравнения состояния фаз.** Пар будем считать калорически совершенным, а конденсированную фазу рассматривать как несжимаемую среду с постоянной теплоемкостью. Тогда уравнения состояния эффективного пара и крупных капель можно записать в виде

$$(3.1) \quad \begin{aligned} p &= \rho_1 R_1 T_1, \quad e_1 = c_{V1} T_1, \\ R_1 &= x_{1v} R_v / \alpha_{1v}, \quad c_{V1} = x_{1v} c_{Vv} + x_{12} c_2, \\ x_{1v} + x_{12} &= 1, \quad x_{1v} = \rho_{1v} / \rho_1, \quad x_{12} = \rho_{12} / \rho_1; \end{aligned}$$

$$(3.2) \quad \rho_2^0 = \text{const}, \quad e_2 = c_2 T_2 \quad (R_v, c_{Vv}, c_2 = \text{const}),$$

где  $R_v, c_{Vv}, c_2$  — газовая постоянная, теплоемкости газа при постоянном объеме и капли;  $T_1, T_2$  — температуры газа и капель;  $x_{1v}, x_{12}$  — относительные массовые доли пара и мелких капель в составе эффективного пара.

Из-за переменности  $R_1$  эффективный пар не является калорически совершенным.

Поскольку массовые доли пара  $x_{1v}$  и мелких капель  $x_{12}$  зависят от интенсивности фазовых превращений на мелких каплях, то система (2.1)–(2.4), (3.1) и (3.2) еще не замкнута. Для определения  $x_{1v}$  и  $x_{12}$  используется допущение о фазовом равновесии в эффективном паре, при этом предполагается, что температура эффективного пара при наличии мелких капель равна температуре насыщения

$$(3.3) \quad T_1 = T_s(p).$$

Здесь  $T_s$  — температура насыщения, связанная с давлением уравнением Клапейрона — Клаузиуса. Подставляя (3.3) в (3.1) и учитывая (1.1), находим уравнения, связывающие неизвестные давление  $p$ , а также массовое и объемное содержания  $x_{1v}$ ,  $\alpha_{1v}$ :

$$(3.4) \quad p = \rho_1 R_1 T_s(p), \quad e_1 = c_{Vv} T_s(p), \quad R_1 = x_{1v} R_v / \alpha_{1v},$$

$$c_{Vv} = x_{1v} c_{Vv} + (1 - x_{1v}) c_2, \quad \alpha_{1v} = 1 - [\rho_2 + (1 - x_{1v}) \rho_1] / \rho_2^0.$$

При известных значениях  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  и внутренней энергии  $e_1$ , получаемых в ходе интегрирования дифференциальных уравнений (2.1)–(2.3), а также при заданной зависимости  $T_s(p)$  соотношения (3.4) могут служить для определения трех неизвестных параметров эффективного пара:  $p$ ,  $x_{1v}$  и  $\alpha_{1v}$ .

Из (3.4) можно получить алгебраическое уравнение

$$(3.5) \quad p - \frac{[A(e_1) - T_s(p)] T_s(p)}{B(\rho_1, \rho_2) T_s(p) + D[A(e_1) - T_s(p)]} = 0,$$

где  $A(e_1) = \frac{e_1}{c_2}$ ;  $B(\rho_1, \rho_2) = \left(1 - \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2^0}\right) \frac{1 - c_2/c_{Vv}}{(r_v - 1) \rho_1 c_2}$ ;  $D = \frac{1}{\rho_2^0 R_v}$ .

Зависимость  $T_s$  от давления для широкого класса веществ хорошо аппроксимируется функцией

$$(3.6) \quad T_s(p) = T_*/(p_* - \ln p)$$

( $T_*$ ,  $p_*$  — постоянные величины).

Уравнение (3.5) обычно не удается разрешить относительно  $p$ , однако оно легко решается с помощью итерационных процедур. Если давление с помощью (3.5) найдено, то массовую долю пара можно определить из уравнения

$$(3.7) \quad x_{1v} = [A(e_1) - T_s(p)] / F T_s(p) \quad (F = c_{Vv}/c_2 - 1),$$

являющегося следствием уравнения состояния  $e_1 = c_{Vv} T_s$ . Если при этом получим  $x_{1v} \geq 1$ , то, значит, мелкие капли полностью испарились и вместе с эффективным паром имеем обычный перегретый пар. В этом случае температуру и давление пара можно найти из (3.1) при  $x_{1v} = 1$ .

**4. Законы межфазного взаимодействия.** Для замыкания системы (2.1)–(2.3), (3.1)–(3.3) необходимо задать законы межфазного взаимодействия  $j_2^s$ ,  $j_2^n$ ,  $f$ ,  $q_{1\Sigma}$  и  $q_{2\Sigma}$ . Интенсивность обдирки  $j_2^s$  крупных капель аналогично [4] будем задавать следующим образом:

$$(4.1) \quad j_2^s = \begin{cases} 0, & \text{We}_{12} < \text{We}_c, \\ j_{2*}^s, & \text{We}_{12} \geq \text{We}_c, \quad \text{We}_c = 0,5 \text{Re}_{12}^{0,5}, \end{cases}$$

$$j_{2*}^s = k (\rho_{1v}^0)^{1/6} (d/2)^{3/2} |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|^{1/2}, \quad k \cong 1,3 - 2 \text{ кг}^{5/6}/(\text{м}^{3/2} \cdot \text{с}^{1/2}),$$

$$\text{We}_{12} = \rho_{1v}^0 d |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|^2 / \sigma, \quad \text{Re}_{12} = \rho_{1v}^0 d |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| / \mu_{1v}.$$

Здесь  $\text{Re}_{12}$ ,  $\text{We}_{12}$ ,  $\text{We}_c$  — числа Рейнольдса, Вебера и критическое значение числа Вебера;  $\sigma$ ,  $\mu_{1v}$  — коэффициенты поверхностного натяжения капли и динамической вязкости газа.

Для задания интенсивности испарения капли  $j_2^v$  используем формулу [4, 5]

$$(4.2) \quad j_2^v = \begin{cases} 0, & j_2^s \neq 0, \\ j_{2*}^v, & j_2^s = 0, \quad j_{2*}^v = (q_{1\Sigma} + q_{2\Sigma})/l \end{cases}$$

( $l$  — теплота парообразования). Выражение (4.2) записано с учетом предположения отсутствия фазовых превращений на крупных каплях при наличии обтирки их поверхностного слоя.

Силовое взаимодействие  $\mathbf{f}$  между газом и каплей, а также интенсивности притока тепла к поверхности капли со стороны несущей фазы  $q_{1\Sigma}$  и изнутри  $q_{2\Sigma}$  аналогично [4, 5] будем задавать в виде

$$(4.3) \quad \begin{aligned} \mathbf{f} &= (\pi d^2/8) \rho_{1v}^0 C_d |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2), \\ q_{1\Sigma} &= \begin{cases} 0, & j_2^s \neq 0, \\ q_{1\Sigma}^*, & j_2^s = 0, \end{cases} \quad q_{2\Sigma} = \begin{cases} 0, & j_2^s \neq 0, \\ q_{2\Sigma}^*, & j_2^s = 0, \end{cases} \\ q_{1\Sigma} &= \pi d \lambda_{1v} \text{Nu}_1 (T_1 - T_\Sigma), \quad q_{2\Sigma} = \pi d \lambda_2 \text{Nu}_2 (T_2 - T_\Sigma), \end{aligned}$$

где  $C_d$  — коэффициент сопротивления капли;  $\lambda_{1v}$ ,  $\lambda_2$  — коэффициенты теплопроводности газа и капли;  $\text{Nu}_1$ ,  $\text{Nu}_2$  — внешнее и внутреннее числа Нуссельта капли;  $T_\Sigma$  — температура поверхности капли, которую обычно можно считать равной  $T_s$  [5]. При задании  $q_{1\Sigma}$  и  $q_{2\Sigma}$  учитывается, что в условиях обтирки теплообменом между газом и поверхностным слоем, а также поверхностным слоем и основной массой капли можно пренебречь [4].

Для задания  $C_d$  и  $\text{Nu}_1$  используем зависимости [5, 6]

$$(4.4) \quad \begin{aligned} C_d &= C_d^0 [1 + \exp(-0,423/M_{12}^{4,63})], \\ C_d^0 &= \begin{cases} 27 \text{Re}_{12}^{-0,84}, & \text{Re}_{12} < 80, \\ 0,27 \text{Re}_{12}^{0,217}, & 80 \leq \text{Re}_{12} < 10^4, \\ 2, & 10^4 \leq \text{Re}_{12}, \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Nu}_1 = 2 + 0,6 \text{Re}_{12}^{1/2} \text{Pr}_1^{1/3}, \quad \text{Pr}_1 = c_{pv} \mu_{1v} / \lambda_{1v}, \quad M_{12} = |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| / a_{1v}.$$

Здесь  $\text{Pr}_1$ ,  $M_{12}$  — числа Прандтля и Маха;  $c_{pv}$  — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении;  $a_{1v}$  — местная скорость звука в газе. Внутреннее число Нуссельта примем постоянным [5]:  $\text{Nu}_2 = 10$ .

**5. Постановка задачи.** Рассматривалось внешнее поперечное обтекание плоской пластины потоком газокапельной смеси. Расчетная область задавалась в виде прямоугольника. В качестве граничных условий на обтекаемом теле для газовой фазы принималось условие непротекания, а для капель — условие исчезновения из потока. На левой границе использовалось условие в набегающем потоке, на нижней — условие симметрии, а на остальных — условие непрерывности течения. В начальный момент имелся невозмущенный поток. Считалось, что в набегающем потоке смесь находится в термодинамическом равновесии ( $\mathbf{v}_{1\infty} = \mathbf{v}_{2\infty}$ ,  $T_{1\infty} = T_{2\infty}$ ).

В качестве характерной длины задачи  $L_*$  использовалась минимальная характерная длина  $L_* = \min(L_v, L_T, L_m, h)$ , где  $L_v$  и  $L_T$  — длины релаксаций скоростей и температур фаз,  $L_m$  — характерная длина обтирки (на которой масса капли из-за обтирки уменьшится существенно),  $h$  — высота пластины. В качестве характерного времени удобно взять  $\tau_* = L_*/|\mathbf{v}_{1\infty}|$ . Характерные длины  $L_v$ ,  $L_T$  и  $L_m$  находились из выражений [4, 7]

$$L_v = \frac{2,6 \rho_2^0 d_\infty}{\rho_{1\infty}^0}, \quad L_T = \frac{\rho_2^0 d_\infty^2 c_2 a_{1\infty} M_\infty^{0,5}}{5,1 \lambda_{1v} \text{Pr}_1^{0,33} \text{Re}_{\infty s}^{0,5}}, \quad L_m = \frac{\rho_2^0 d_\infty^{3/2} |\mathbf{v}_{1\infty}|^{1/2}}{k (\rho_{1\infty}^0)^{1/6}},$$

$$M_\infty = |\mathbf{v}_{1\infty}| / a_{1\infty}, \quad \text{Re}_{\infty s} = \rho_{1\infty}^0 d_\infty a_{1\infty} / \mu_{1v}$$

(индекс  $\infty$  относится к параметрам в набегающем потоке,  $M_\infty$ ,  $\text{Re}_{\infty s}$  — характерные числа Маха и Рейнольдса). В исследованном диапазоне значений  $\tau_*$  (от 0 до 100) величина  $L_*$  изменялась от 0,01 до 0,1 м.

чений определяющих параметров высота пластины  $h$  всегда была меньше остальных характерных длин, поэтому за величину  $L_*$  бралась высота пластины  $h$ , а за  $\tau_*$  — характерное время  $\tau_* = h/|\mathbf{v}_{1\infty}|$ .

**6. Анализ условий подобия.** После приведения к безразмерному виду системы уравнений (2.1)–(2.3), (3.1)–(3.3), выражений (4.1)–(4.4) и граничных условий следует, что критериями подобия процесса обтекания пластины будут двенадцать безразмерных величин:  $\gamma_v$ ,  $M_\infty$ ,  $m$ ,  $\alpha_{1\infty}$ ,  $C$ ,  $\Lambda$ ,  $Pr_1$ ,  $Re_{\infty s}$ ,  $L_v$ ,  $\bar{L}_m$ ,  $\bar{l}_\infty$ ,  $We_{\infty s}$  ( $m = \rho_{2\infty}/\rho_{1\infty}$ ,  $C = c_{Vv}/c_2$ ,  $\Lambda = \lambda_{1v}/\lambda_2$ ,  $\bar{L}_v = L_v/h$ ,  $\bar{L}_m = L_m/h$ ,  $\bar{l}_\infty = l_\infty/a_{1\infty}^2$ ,  $We_{\infty s} = \rho_{1\infty}^0 d_\infty a_{1\infty}^2/\sigma$ ). При этом критерий  $\alpha_{1\infty}$  не является существенным, так как исследуются течения достаточно разреженных взвесей ( $\alpha_{2\infty} \ll 1$ ,  $\alpha_{1\infty} \sim 1$ ). Для анализа условий подобия течений рассмотрим отдельно следующие три случая.

А. Дробление капель и фазовые переходы в потоке отсутствуют, т. е.  $j_2^s, j_2^v = 0$ . Здесь имеем восемь основных критериев подобия:  $\gamma_v$ ,  $M_\infty$ ,  $m$ ,  $C$ ,  $\Lambda$ ,  $Pr_1$ ,  $Re_{\infty s}$ ,  $L_v$ . Постоянство  $Re_{\infty s}$ , а также  $C$ ,  $\Lambda$  и  $Pr_1$  необходимо для обеспечения подобия течений при наличии межфазного теплообмена. Определяющее влияние на условия течения газовзвеси в ударном слое перед телом обычно оказывают эффекты межфазного трения. Поэтому основными критериями приближенного подобия течений при обтекании тел можно считать следующие параметры:  $\gamma_v$ ,  $M_\infty$ ,  $m$ ,  $\bar{L}_v$ .

Б. Дробление капель отсутствует ( $j_2^s = 0$ ), но есть фазовые превращения на межфазной поверхности ( $j_2^v \neq 0$ ). Тогда в число критериев подобия войдет безразмерная теплота парообразования  $\bar{l}_\infty$ . Таким образом, подобие течений при наличии фазовых превращений определяется девятью критериями:  $\gamma_v$ ,  $M_\infty$ ,  $m$ ,  $C$ ,  $\Lambda$ ,  $Pr_1$ ,  $Re_{\infty s}$ ,  $\bar{L}_v$ ,  $\bar{l}_\infty$ .

В. Дробление капель имеет место ( $j_2^s \neq 0$ ). В этом случае основными критериями подобия течений при обтекании пластины потоками газокапельной смеси будут семь безразмерных параметров:  $\gamma_v$ ,  $M_\infty$ ,  $m$ ,  $Re_{\infty s}$ ,  $\bar{L}_m$ ,  $\bar{l}_\infty$ ,  $We_{\infty s}$ .

**7. Анализ результатов расчета.** Решалась задача о поперечном обтекании плоской пластины однокомпонентным потоком парокапельной смеси. Система (2.1)–(2.3), (3.1)–(3.3) с замыкающими соотношениями (4.1)–(4.4) при заданных начальных и граничных условиях после приведения к безразмерному виду численно интегрировалась методом крупных частиц [8, 9]. Для проверки правильности работы составленной программы и точности полученных результатов была решена задача о поперечном обтекании плоской пластины чисто газовым потоком. Результаты расчетов вдоль плоскости симметрии сравнивались с результатами, следующими из известных аналитических формул газовой динамики (соотношения Ренкина — Гюгонио на ударном скачке и интеграла Бернулли). Сравнение показало хорошее согласие расчетных данных с аналитическими формулами во всем исследованном диапазоне значений чисел Маха. Кроме того, решалась задача о поперечном обтекании плоской пластины потоком газа с твердыми частицами. Численное решение сравнивалось с результатами работы [1], где решалась аналогичная задача. Сравнение показало практически полное совпадение результатов расчетов с данными [1].

Отметим некоторую особенность счета с изменяющимся по причине обтирки диаметром капель, заключающуюся в том, что в процессе счета диаметр капель может сильно уменьшиться. Для того чтобы при таком уменьшении диаметра не приходилось менять пространственные и временные шаги в целях сохранения необходимой точности счета, предполагалось, что диаметр капель не становится меньше некоторого минимального значения  $d_*$ . Если диаметр достигал этого значения, то считалось, что дальнейшая обтирка поверхностного слоя капель происходит как бы за счет сокращения их числа при постоянном диаметре  $\bar{d} = d/d_\infty = \bar{d}_* = \text{const}$ . В расчетах  $\bar{d}_* = 0,1 - 0,2$ .

Для проверки наличия мелких капель в составе эффективного пара (равновесной смеси пара с мелкими каплями) ее температура  $T_1$  в каждой ячейке расчетной области на каждом временном слое сравнивалась с  $T_s(p)$  ( $T_1, T_s$  находились при условии полного испарения мелких капель, причем в качестве зависимости  $T_s(p)$  использовалось соотношение (3.6)). Если  $T_1 > T_s$ , то это означало, что имелся перегретый пар без мелких капель и значения  $p$  и  $T_1, T_s$  были найдены правильно. Если  $T_1 \leq T_s$ , то это говорило о том, что в составе эффективного пара имелись мелкие капли. В таком случае фазовый состав эффективного пара определялся из (3.7). Для нахождения давления по уравнению (3.5) применялся метод простой итерации. По известному значению давления из (3.7) находилась массовая доля пара  $x_{1v}$ . В качестве начального значения давления в итерационной формуле использовалось давление на предыдущем временном слое.

Исследовалось влияние трех основных определяющих параметров (числа Маха набегающего потока  $M_\infty$ , а также относительного массового содержания  $m = \rho_{2\infty}/\rho_{1\infty}$  и диаметра  $d_\infty$  капель) на характер обтекания пластины. Предполагалось, что набегающий поток представляет собой равновесную смесь пара с каплями воды при давлении 0,1 МПа ( $T_\infty = 373$  К). Расчеты проводились в следующих диапазонах изменения безразмерных параметров:  $M_\infty = 0,7-3$ ,  $m = 0,5-2$ . Диаметр  $d_\infty$  варьировался от 200 до 600 мкм (при этом значения характерного безразмерного параметра  $\bar{L}_m$  изменялись от 1 до 4,8). Результаты сопоставлялись с расчетами, проведенными по замороженной и равновесной схемам, соответствующим предельным ситуациям  $d_\infty = \infty$  и  $d_\infty = 0$ .

В указанных диапазонах изменения значений определяющих параметров температура пара во всем поле течения за фронтом отошедшей ударной волны была больше температуры насыщения. В связи с этим образующиеся при обтирке крупных капель мелкие капли полностью испарялись в газовом потоке и проведение расчетов несколько упрощалось. Расчеты показали, что испарение сорванных мелких капель оказывает основное влияние на процесс обтекания пластины. Влияние фазовых переходов на крупных каплях (в предположении отсутствия обтирки) на процесс обтекания пластины мало, так как за характерное время прохождения крупными каплями ударного слоя фазовые превращения на их поверхностях фактически не успевают происходить.

Некоторые результаты расчетов приведены на рис. 1–3. На рис. 1 проиллюстрировано влияние наличия процессов обтирки и испарения капель на поведение приведенных плотностей фаз (а)  $\bar{\rho}_i = \rho_i/\rho_{1\infty}$  ( $i = 1, 2$ ) и давления пара  $\bar{p} = p/p_\infty$  (б) в ударном слое перед пластиною (вдоль плоскости симметрии  $y = 0$ ) при  $M_\infty = 2$ ,  $m = 1$  и  $d_\infty = 200$  мкм. Начало оси  $x$  соответствует положению передней стенки пластины. Штриховые линии отвечают обтеканию пластины газом без капель, сплошные и штрих-пунктирные — потоком газа с каплями при наличии и отсутствии процессов дробления и испарения капель соответственно (пунктирные линии — приведенная плотность капель). Тонкие сплошные линии показывают размывание фронта ударной волны «схемной» вязкостью. Видно, что при отсутствии обтирки и испарения капель плотность пара в ударном слое ведет себя немонотонно: сразу за ударным скачком она возрастает, затем

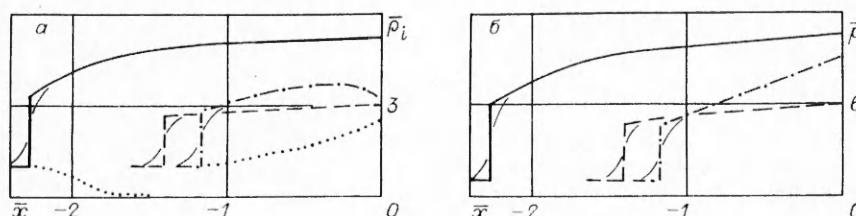


Рис. 1

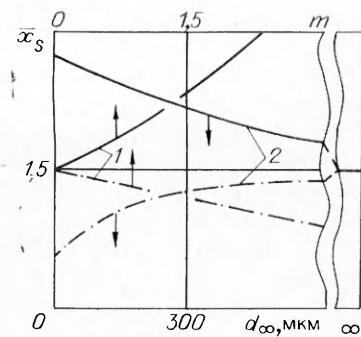


Рис. 2

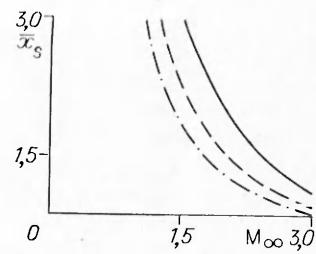


Рис. 3

перед пластиной падает. Это связано с тем, что капли за фронтом ударной волны сильно тормозятся, при этом за счет работы силы межфазного взаимодействия часть кинетической энергии капель переходит в тепловую энергию пара. Температура и давление пара в ударном слое перед телом сильно повышаются, причем рост температуры опережает рост давления, в связи с этим плотность пара перед пластиной уменьшается. При отсутствии дробления и испарения приведенная плотность капель в ударном слое вследствие их торможения монотонно растет.

Наличие обтирки капель приводит к увеличению отхода ударной волны и значительному росту плотности пара в ударном слое из-за дополнительного вдува пара при испарении сорванных мелких капель; приведенная плотность крупных капель монотонно падает, что связано с интенсивной обтиркой их поверхностного слоя. При указанных выше значениях определяющих параметров на расстоянии  $\bar{x} \approx 1,6$  от торца пластины капли практически полностью обдираются и испаряются, поэтому не достигают поверхности пластины.

Характерный вид зависимостей величины отхода ударной волны  $\bar{x}_s = x_s/h$  (вдоль плоскости симметрии  $y = 0$ ) от начального диаметра капель  $d_\infty$  (линия 2) и их относительного массового содержания  $m$  (линия 1) при наличии (сплошные кривые) и отсутствии (штрихпунктирные) процессов обтирки и испарения показан на рис. 2 (зависимость  $\bar{x}_s(d_\infty)$  получена при  $m = 1$ , а  $x_s(m)$  — при  $d_\infty = 400$  мкм, для обоих случаев  $M_\infty = 2$ ). Видно, что поведение зависимости  $\bar{x}_s$  от  $d_\infty$  качественно разное: при наличии обтирки  $\bar{x}_s$  с увеличением  $d_\infty$  монотонно падает, а при отсутствии обтирки, наоборот, монотонно растет (в пределе при  $d_\infty \rightarrow \infty$  величина  $\bar{x}_s$  для обоих случаев одна и та же). При этом сильное влияние обтирки капель на отход ударной волны наблюдается для достаточно мелких ( $d_\infty \leq 400$  мкм) капель, для крупных капель ( $d_\infty \geq 600$  мкм) это влияние оказывается заметно слабее. Наиболее сильное влияние испарения мелких капель на отход ударной волны наблюдается в предельной ситуации  $d_\infty = 0$ .

Аналогично зависимости  $\bar{x}_s(d_\infty)$  поведение  $\bar{x}_s(m)$  при наличии и отсутствии обтирки капель качественно разное. С возрастанием  $m$  увеличивается интенсивность межфазного силового взаимодействия. При отсутствии обтирки это приводит к усилению эффекта «подтягивания» фронта ударной волны к телу дисперсной фазой [1]. При наличии обтирки и испарения капель с ростом  $m$  интенсивность вдува пара возрастает. Причем эффект дополнительного вдува пара преобладает над эффектом «подтягивания», поэтому отход ударной волны с увеличением  $m$  растет.

На рис. 3 показан характерный вид зависимостей величины отхода ударной волны  $\bar{x}_s$  от  $M_\infty$  при наличии (сплошные линии) и отсутствии (штрихпунктирные) процессов дробления и испарения капель ( $m = 1$ ,  $d_\infty = 400$  мкм), а также при обтекании пластины газом без капель (штриховые линии). Интересно отметить, что влияние обтирки и испарения капель на отход ударной волны ослабевает с увеличением  $M_\infty$ . При отсутствии

вии процессов дробления и испарения во всем исследованном диапазоне значений  $M_\infty$  наличие капель в потоке приводит к уменьшению отхода ударной волны. Обтирка и последующее испарение сорванных мелких капель обычно приводят к заметному увеличению  $x_s$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Давыдов Ю. М., Нигматулин Р. И. Расчет внешнего обтекания затупленных тел гетерогенным потоком газа с каплями или частицами // ДАН СССР.— 1981.— Т. 259, № 1.
2. Яненко Н. Н., Солоухин Р. И., Папырин А. И., Фомин В. М. Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц.— Новосибирск: Наука, 1980.
3. Трунев А. П., Фомин В. М. Обтекание тел двухфазным потоком газ — твердые частицы с учетом эрозии // ПМТФ.— 1983.— № 1.
4. Аманбаев Т. Р., Ивандаев А. И. Структура ударных волн в двухфазных смесях газа с каплями жидкости // ПМТФ.— 1988.— № 2.
5. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И. Газовая динамика многофазных сред // Итоги науки и техники. Сер. МЖГ.— М.: ВИНИТИ, 1981.— Т. 16.
6. Гонор А. Л., Ривкинд В. Я. Динамика капли // Итоги науки и техники. Сер. МЖГ.— М.: ВИНИТИ, 1982.— Т. 17.
7. Ивандаев А. И. Об оценке характерных времен динамического теплового взаимодействия фаз в задачах волновой динамики газовзвесей // ПМТФ.— 1985.— № 2.
8. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике.— М.: Наука, 1982.
9. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И. Модифицированный метод крупных частиц для расчета нестационарных волновых процессов в многофазных дисперсных средах // ЖВММФ.— 1977.— Т. 17, № 6.

Поступила 20/VII 1987 г.

УДК 532.529

## ОСАЖДЕНИЕ ГАЗОВЗВЕСИ В ЗАКРЫТОМ СОСУДЕ

Г. М. Махмиладзе, О. И. Мелихов, Е. Б. Соболева

(Москва)

Осаждение газовзвесей и суспензий в ограниченном объеме, представляющее интерес в связи с целым рядом технологических процессов, исследовалось в [1—6]. В [1—3] в одномерном приближении рассматривалось стационарное стесненное осаждение с целью получения зависимости скорости осаждения от концентрации частиц. В [4] также в одномерном случае на основе двухскоростной модели для высококонцентрированных суспензий была определена нестационарная скорость осаждения частиц. Анализ осаждения суспензии в двумерной постановке в рамках двухскоростной модели [5, 6] показал, что возникающие неодномерные потоки жидкости существенно меняют характеристики одномерного осаждения.

Низкими методами механики многофазных сред [7] изучается гравитационное осаждение газовзвеси в закрытом сосуде. Показано, что учет сжимаемости газа приводит к возникновению газодинамических колебаний несущей среды, которые при определенных условиях оказывают существенное влияние на осаждение частиц, вызывая, в частности, интенсификацию этого процесса.

**1. Постановка задачи.** Пусть в начальный момент в закрытом сосуде находится газовзвесь, состоящая из твердых сферических монодисперсных частиц, равномерно распределенных по сосуду, и совершенного газа. Частицы под действием силы тяжести начинают падать и за счет трения приводят в движение газ. Задача заключается в расчете возникающего движения дисперсной среды вплоть до полного осаждения всех частиц. Считается, что размеры сосуда в одном из горизонтальных направлений существенно больше, чем в другом. Это позволяет рассматривать плоскую задачу (поперечное сечение сосуда представляет собой квадрат). Объемная доля частиц пренебрежимо мала, их столкновения между собой не учитываются. Предполагается, что газ и частицы имеют одинаковую температуру (однотемпературная среда), которая в начальный момент равна  $T_0$ .