

менения при достижении критического значения диаметра канала (6,8 мм) температура быстро (за 0,03 с) повышалась примерно на 30—40% и сохранялась на этом уровне до конца горения.

Авторы благодарят Ю. И. Медведева за ценные замечания, сделанные в ходе работы и при обсуждении ее результатов.

Поступила в редакцию
21/IX 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Мальцев, М. Саммерфилд. ФГВ, 1973, 9, 1.
2. Исследование ракетных двигателей на твердом топливе. Сборник. Под ред. Саммерфилда. М., ИЛ, 1963.
3. Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1963, 1.
4. В. М. Маргулис, А. Д. Марголин и др. ФГВ, 1970, 6, 2.

ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРЫ ГАЗОВЗВЕСИ НА ПРОЦЕСС РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ

В. Г. Шевчук, Е. Н. Кондратьев, А. Н. Золотко, С. В. Горошин
(Одесса)

При исследовании процесса распространения пламени в газовзвесах частиц твердых топлив обычно исходят из предположения двухкомпонентной сплошной среды [1—3], в соответствии с которым каждой точке пространства приписывается плотность газового компонента и плотность (частичная или массовая) твердого компонента. При этом предполагается, что температура газа одинакова всюду в сечении x (x — координата, вдоль которой перемещается фронт пламени), а нагрев взвеси осуществляется от сплошной зоны горения, обычно характеризующейся температурой горения T_g , посредством теплопроводности¹. Понятно, что применимость такого подхода зависит прежде всего от того, в какой мере можно дискретную природу газовзвеси моделировать сплошной средой. Поэтому в задачах, описывающих процессы в газовзвесах с малой концентрацией частиц, например, в задачах по определению нижнего концентрационного предела распространения пламени, применение такого интегрального подхода требует особой осторожности.

В то же время имеются работы [4—6], в которых высказывается предположение об «эстафетном» характере распространения пламени. В его основе лежит представление о тепловом взаимодействии между отдельными дискретно распределенными частицами. Однако теоретической модели, подтверждающей подобный характер распространения пламени, нет. Особое значение разработка такой детальной модели имела бы в вопросе определения нижнего концентрационного предела. Как известно [7], в интегральном подходе существование нижнего предела обусловлено обратной связью между скоростью горения и теплотериями из системы. Такое термодинамическое определение предела недостаточно точно отражает особенности газовзвеси, поскольку не учитывает дискретную природу взвеси. Именно дискретно распределенные в пространстве горящие частицы создают поток тепла и в конечном счете ответственны за распространение пламени. Поэтому нижний кон-

¹ Влияние радиационных эффектов в данной работе не рассматривается.

центрационный предел должен быть связан с понятием микроструктуры пламени, определяемой физико-химическими свойствами частиц топлива, их числом и взаимным расположением. В [3] предпринята попытка расчета нижнего предела стационарного распространения пламени в предположении «эстафетного» характера распространения фронта горения. Однако вывод дифференциальных уравнений, описывающих процесс распространения пламени по взвеси, основывался на интегральных представлениях.

Особенностью предлагаемого в настоящей работе подхода является отражение дискретной природы газозвеси уже в самих дифференциальных уравнениях, описывающих процесс кондуктивной передачи тепла во взвеси. Рассматривается задача о распространении тепловой волны во взвеси монодисперсных частиц твердого топлива, неподвижных относительно газового компонента. Введем следующие упрощающие предположения:

1) среднее расстояние между частицами ρ_0 много больше радиуса самих частиц r_0 ;

2) момент зажигания прогреваемых частиц определяется достижением температуры воспламенения взвеси T_v ;

3) горение индивидуальных частиц происходит в диффузионном режиме и характеризуется константой горения $\gamma = \frac{t_r}{4r_0^2}$;

4) мощность тепловыделения индивидуальной частицы принимается постоянной и равной средней за время горения $q = Qm_s/t_r$, где Q — тепловой эффект реакции, m_s — масса частицы, t_r — время ее горения.

В соответствии с предположением 1 запишем уравнение для плотности числа частиц твердого компонента

$$n(\vec{r}) = \sum_l \delta(\vec{r} - \vec{r}_l), \quad (1)$$

где $\vec{r}_l$ — положение l -й частицы; $\delta(x)$ — дельта-функция. Мощность тепловыделения в единице объема зоны горения с учетом предположения 4 определяется следующим выражением:

$$q(\vec{r}) = \frac{Qm_s}{t_r} \sum_l \delta(\vec{r} - \vec{r}_l). \quad (2)$$

Здесь суммирование проводится по всем горящим частицам. Тогда уравнение переноса тепла с источником вида (2) может быть записано в виде

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \Delta T + \frac{Qm_s}{c\rho t_r} \sum_l \delta(\vec{r} - \vec{r}_l), \quad (3)$$

где $a = \lambda/\overline{c\rho}$ — температуропроводность взвеси; $\overline{c\rho} = c\rho + c_s B$ — эффективная объемная теплоемкость газа; c , c_s — теплоемкости газа и частиц соответственно; ρ — плотность газа; B — массовая концентрация частиц. Под T понимается температура газовой среды с эффективной объемной теплоемкостью $\overline{c\rho}$.

Следует сразу оговориться, что использование фиксированной температуры воспламенения и однотемпературного приближения существенно облегчает качественное рассмотрение задачи, хотя и в некоторой степени обедняет проводимый анализ.

Поскольку выбор начального условия не имеет в рамках данной работы принципиального значения, то для простоты температуру газа в момент времени $t = 0$ положим всюду равной T_0 . Выбор иного начального условия связан со спецификой решения того или иного типа конкретных задач. Например, для задач начального распространения пла-

мени от локально прогреваемого до температуры T_A участка взвеси A необходимо ввести следующее начальное условие — $T = T_A$ в области $\vec{r} \in A$, $T = T_0$ в области $\vec{r} \notin A$. Для задач стационарного распространения пламени профиль температуры со временем устанавливается в соответствии с параметрами взвеси и не зависит от выбора начальных условий. В любом случае учет начального условия дает аддитивный вклад в общий прогрев взвеси, может быть учтен независимо и всегда приведет к значениям температур, большим по сравнению с полученным здесь решением. Из сказанного следует, что приводимые в работе оценки должны носить предельный характер, т. е. значения нижнего концентрационного предела должны быть завышены, а значения скоростей распространения пламени занижены по сравнению с реальными.

Пусть в начальный момент времени загорается определенная группа частиц. В частном случае это может быть одна частица, группа частиц, регулярно расположенных в пространстве, слой частиц и т. п. Тогда для времен $t \leq t_r$ решение (3) может быть записано следующим образом:

$$T(\vec{r}, t) = T_0 + \frac{Qm_s}{c\rho t_r} \int_0^t dt' \int dV' G(\vec{r}', t'; \vec{r}, t) \sum_i \delta(\vec{r}' - \vec{r}_i), \quad (4)$$

где $G(\vec{r}', t'; \vec{r}, t) = [2\pi a(t-t')]^{-3/2} \exp[-|\vec{r}' - \vec{r}|^2/4a(t-t')]$ — функция Грина. Используя свойства δ -функции и вводя интеграл ошибок

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-w^2) dw,$$

решение (4) можно представить в виде

$$T(\vec{r}, t) = T_0 + \frac{Qm_s}{4\pi c\rho a t_r} \sum_i \frac{1 - \Phi\left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_i|}{2\sqrt{at}}\right)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}, \quad (5)$$

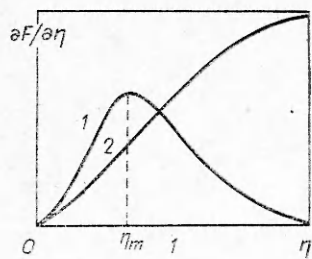
где $|\vec{r} - \vec{r}_i| = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + (z-z_i)^2}$ — расстояние от точки наблюдения $\vec{r}$ до местонахождения i -й частицы $\vec{r}_i$.

Введем следующие обозначения: $T_m = QB/c\rho$ — адиабатический разогрев взвеси, $\Delta T = T - T_0$, $\eta_i = |\vec{r} - \vec{r}_i|/2\sqrt{at}$, $\eta_0 = \rho_0/2\sqrt{at_r}$, где ρ_0 — среднее расстояние между частицами, определяемое выражение $\rho_0 = (m_s/B)^{1/3}$. В этих обозначениях решение (5) принимает вид

$$\frac{\Delta T}{T_m} = \frac{\eta_0^3}{\pi} \sum_i \frac{1 - \Phi(\eta_i/\sqrt{\tau})}{\eta_i}. \quad (6)$$

Здесь $\tau = t/t_r$ — безразмерное время. Выражение (6) описывает прогрев взвеси в пространстве и во времени и существенным образом зависит от расположения горящих частиц, т. е. при одной и той же концентрации B прогрев в зависимости от распределения частиц в пространстве (структуры взвеси) может оказаться разным.

Проведем дальнейшее рассмотрение для модельных распределений частиц. В простейшем случае можно предположить распределение регулярным — горящие частицы образуют простую кубическую решетку. В этом случае суммирование правой части выражения (6) производится сравнительно просто. Более адекватным является предположение о хаотичном распределении частиц, при котором средняя частичная концентрация B/m_s одинакова по всему объему. Проведем оценку пра-



Ход зависимости дифференциальной $\partial F/\partial \eta$ функции теплового влияния (1) и интегральной F функции теплового влияния (2).

вой части выражения (6) при таком распределении частиц. Для простоты предположим, что горящие частицы расположены в полупространстве справа от плоскости, проходящей через ближайшую к зоне горения холодную частицу ($\vec{r} = 0$). Заменим сумму соответствующим интегральным выражением

$$F(\eta, \tau) = \frac{\eta_0^3}{\pi} \int_0^R \frac{1 - \Phi(\eta/\sqrt{V\tau})}{\eta} 2\pi \frac{B}{m_s} R^2 dR, \quad (7)$$

где $2\pi \cdot B/m_s \cdot R^2 dR$ — число горящих частиц, находящихся в полусферическом слое dR радиуса R , оказывающих одинаковое тепловое воздействие на точку наблюдения $\vec{r} = 0$. Здесь $\eta = R/2\sqrt{at_r}$. Интегрирование выражения (7) дает

$$F(\eta, \tau) = \tau \left\{ \frac{\eta^2}{\tau} \left(1 - \Phi\left(\frac{\eta}{\sqrt{V\tau}}\right) \right) - \frac{\eta}{\sqrt{V\tau}} \exp(-\eta^2/\tau) + \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{\eta}{\sqrt{V\tau}}\right) \right\}. \quad (7a)$$

Ход подынтегральной функции $\partial F/\partial \eta \cdot (\eta, \tau)$, описывающей радиальное распределение тепловыделения в зоне горения, отображен на рисунке кривой 1, функции $F(\eta, \tau)$ — кривой 2. Значения функций взяты при $\tau = 1$. Видно, что существует такое расстояние R_m до прогреваемой области, при котором вклад в прогрев максимален. В общем случае $R_m \neq \rho_0$. Элементарный расчет показывает, что $R_m = 0,6\sqrt{at_r}$, принимая при $t = t_r$ наибольшее значение $R_m^* = 0,6\sqrt{at_r}$. Соответствующее этому расстоянию число частиц N в полусфере, ограниченной $R = R_m^*$,

$$N = \frac{2\pi B}{3m_s} R_m^{*3} = \frac{4B}{\rho_s} (0,6a\sqrt{V\tau})^3 = \frac{2\pi R_m^{*3}}{3\rho_0^3}. \quad (8)$$

Из этого выражения видно, что для быстрогорящих металлов число N невелико, например, для магния N порядка единицы, т. е. наибольшее влияние на процесс распространения пламени оказывают ближайшие горящие частицы, поэтому для быстрогорящих частиц можно говорить об «эстафетном» характере распространения пламени. Для медленногорящих частиц R_m может составлять несколько значений ρ_0 и, следовательно, число частиц, оказывающих значительное влияние на прогрев взвеси, велико. В этом случае распространение пламени в отличие от «эстафетного» механизма имеет существенно коллективный характер.

Отметим также, что для значений $\eta = 2$ вклад в прогрев от горячей области, ограниченной этим значением, составляет 99%, а при $\eta \rightarrow \infty$ значение функции F достигает максимального, равного 1/2 (см. рисунок, кривую 2).

Остановимся на вопросе определения значений нижнего концентрационного предела распространения волны горения по взвеси. Достаточным условием для этого является достижение температуры воспламенения в месте нахождения ближайшей к зоне горения холодной частицы за время, равное времени сгорания частиц. Тогда, полагая в (6)

$\tau = 1$ и $\Delta T = \Delta T_v$, где $\Delta T_v = T_v - T_0$, получаем трансцендентное выражение для расчета нижнего концентрационного предела

$$B_{пр} = \Delta T_v c_p / (FQ - c_s \Delta T_v). \quad (9)$$

Это выражение отличается от подобного, полученного Джеккелем [5], наличием фактора F (η , $\tau = 1$). Как следует из сказанного выше, значения $B_{пр}$, оцениваемые по (9), носят предельный характер и определяются как физико-химическими свойствами среды (параметры ΔT_v , c_p , Q), так и распределением частиц в пространстве (фактор $F(\eta)$). Детальное рассмотрение зависимости от перечисленных факторов выходит за рамки данной работы, поэтому здесь ограничимся нижней оценкой значений $B_{пр}$. Из (9) следует, что нижняя граница достигается при $F = 0,5$.

Рассчитанные для этого случая по формуле (9) значения $B_{пр}$ для ряда металлов приведены в таблице. Сравнение данных, приведенных в таблице, показывает, что несмотря на оценочный характер вычислений, значения $B_{пр}$, рассчитанные по формуле (9), согласуются с данными эксперимента.

Остановимся на вопросе о соотношении детального и интегрального подходов к процессам распространения пламени по взвеси. Фактически предельный переход от суммирования к интегрированию выражения (7) устанавливает эту связь, как это следует из сопоставления формулы Джеккеля с аналогичным выражением (9). Подобная связь может быть установлена и на примере скорости распространения пламени. С точки зрения интегрального подхода естественно отождествить положение фронта горения с положением максимума функции теплового влияния $\partial F / \partial \eta$ в момент $t = t_v$, т. е.

$$R_m = R_m(t_v).$$

Тогда скорость пламени определяется как $v = R_m(t_v) / t_v$, и с учетом (6) и (7a)

$$v = 0,6 / r_0 \cdot \sqrt{GQB_a / 4\gamma \Delta T_v c_p}.$$

Полученное выражение — аналог формулы Лейпунского [9] и отличается от нее фактором $G = F / \tau$.

Авторы благодарны Л. А. Клячко за полезные советы при обсуждении работы.

Поступила в редакцию
19/XII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. Н. Руманов, Б. И. Хайкин. Докл. АН СССР, 1971, 201, 1.
2. М. А. Гуревич, Г. Е. Озерова, А. М. Степанов. — В сб.: Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
3. Р. А. Барлас. — В сб.: Горение и взрыв. М., «Наука», 1972.
4. Л. А. Клячко, З. В. Истратова. — В сб.: Всесоюзное совещание по теории горения. Т. 2. М., 1962.
5. G. Z. Jackell. Techn. Phys., 1924, 5, 67.
6. А. Г. Гейдон, Х. Г. Вольфгард. Пламя, его структура, излучение и температура. М., Металлургиздат, 1959.
7. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1941, 11.
8. M. Jacobson, A. K. Cooper, I. Nagy. Report of Investigation Bureau of Mines, V. S. GPO, 1964, 6516.
9. О. И. Лейпунский. ЖФХ, 1960, XXXIV, 1.