Турбулентные струйные течения. Таллин: Ин-т термофизики и электрофизики АН ЭССР, 1979.
6. **Капустин Е. А., Нещерет П. А., Шлик О. Э.** Особенности истечения перерасширенной струи из сопла с кромкой конечной толщины.— В кн.: Аэродинамика технологических процессов. М.: Наука, 1981.
7. **Капустин Е. А., Ленцов И. А., Нещерет П. А., Шлик О. Э.** Обратная акустическая связь сверхзвуковых струй при различных режимах истечения.— В кн.: Гидроаэромеханика и теория упругости. Вып. 28. Днепропетровск, 1981.
8. **Шири Д., Себолд Д.** Длина сверхзвукового ядра высокоскоростных струй.— Ракетн. техника и космонавтика, 1967, т. 5, № 11.
9. **Глотов Г. Ф., Фейман М. И.** Исследование параметров осесимметричных недорасширенных струй газа, истекающих в затопленное пространство.— Учен. зап. ЦАГИ, 1971, т. 2, № 4.
10. **Анцупов А. В.** Исследование параметров нерасчетной сверхзвуковой струи газа.— ЖТФ, 1974, т. 44, № 2.
11. **Анцупов А. В., Благосклонов В. И.** О структуре сверхзвуковой струи, истекающей в затопленное пространство.— Тр. ЦАГИ, 1976, вып. 1781.
12. **Глазнев В. Н., Сулейманов Ш.** Газодинамические параметры слабонедорасширенных струй. Новосибирск: Наука, 1980.
13. **Давидсон В. Е.** Глубина проникания струи газа в жидкость при продувке сверху с учетом волновых и вязких потерь.— Изв. вузов. Черная металлургия, 1977, № 1.

Поступила 20/VII 1983 г.

УДК 532.529.5

КОЛЛАПС ПЫЛЕВОГО СЛОЯ НАД ПОВЕРХНОСТЬЮ ТУПОГО ТЕЛА В ЗАПЫЛЕННОМ ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

А. П. Трунев, В. М. Фомин

(Новосибирск)

При обтекании затупленного тела гиперзвуковым потоком с твердой примесью поверхность тела разрушается вследствие ударного воздействия частиц. В процессе разрушения продукты эрозии выбрасываются в поток и скапливаются в лобовой части тела непосредственно над эрозированной поверхностью. Образовавшийся таким образом пылевой слой является эффективной защитой поверхности от дальнейшего воздействия высокоскоростных частиц [1]. Простая расчетная модель эрозионного разрушения, учитывающая эффект экранирования, предложена в [2], где, в частности, было установлено, что при стационарном обтекании пылевой слой существует лишь в ограниченном интервале изменения массовой концентрации примеси в набегающем потоке. В связи с этим была исследована модель, включающая описание нестационарных процессов в пылевом слое. Оказалось, что параметр экранирования Ф неограниченно возрастает, когда массовая концентрация частиц превышает критическое значение. При этом пылевой слой сильно уплотняется и как бы прилипает к поверхности тела, что интерпретируется как начальная стадия образования покрытия. В рамках настоящей модели удается просто объяснить парадоксальные на первый взгляд результаты экспериментов [3], где было зарегистрировано снижение на два-три порядка коэффициента эрозии при множественном соударении по сравнению с ударом отдельной частицы.

Исследуются эрозионные процессы в окрестности критической точки осесимметричного тупого тела, обтекаемого запыленным гиперзвуковым потоком. Наряду с обычным ударным слоем толщины s существует тонкий слой продуктов эрозии, примыкающий непосредственно к поверхности тела, толщина которого есть $\Delta \ll s$. В системе координат с осью y вдоль образующей тела уравнения переноса массы и импульса полидисперсной смеси осредняются по толщине пылевого слоя. В односкоростном приближении имеем систему уравнений (здесь и далее обозначения заимствованы из работы [2]):

$$(1)\qquad \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\Delta) + \frac{1}{y}\frac{\partial}{\partial y}(y\bar{\rho}v\Delta) = J_e + \rho_c\left(\frac{d\Delta}{dt} - u(\Delta)\right),$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}v\Delta) + \frac{1}{y}\frac{\partial}{\partial y}(y\bar{\rho}v^2\Delta) + \frac{\partial p}{\partial y}\Delta = \rho_c\left(\frac{d\Delta}{dt} - u(\Delta)\right)v(\Delta),$$

где $\bar{\rho} = \rho_c(1-\alpha) + \rho_e$; α — объемное содержание продуктов эрозии.

В стационарном случае уравнения модели замыкаются выражениями для толщины слоя Δ, потока продуктов эрозии J_e, компонент скорости газового потока на внешней границе слоя $u(\Delta)$, $v(\Delta)$ и выражением для градиента давления на поверхности тела. Соответствующие выражения, полученные из решения «внешней» задачи, имеют вид [2]

(2) $$\Delta = \Delta_0 e^{-\Phi}, \ J_e = \rho_{p\infty} u_{p\infty}(1 + E_0 e^{-2\Phi}),$$

$$u(\Delta) = -\frac{2\Delta}{y}\rho_c(1-\alpha)v, \quad v(\Delta) = k_c y, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -\rho_c k_c^2 y.$$

Поскольку уравнения модели содержат лишь три характеристики ударного слоя (плотность газа за прямым участком ударной волны ρ_c и градиент скорости в окрестности критической точки k_c входят явно, тогда как влияние расстояния отхода s проявляется через параметры Δ_0 и E_0), выводы, полученные в рамках этой модели, оказываются пригодными для анализа эрозии тел с формой затупления от сферического носка до плоского торца.

Граничные условия для системы (1) задаются на оси симметрии в виде

(3) $$y = 0: \partial\bar{\rho}/\partial y = 0, \ v = 0.$$

Решение задачи (1) — (3) в стационарном случае имеет вид

(4) $$\rho_e = \rho_c a\Phi e^{\Phi}, \ v = \eta k_c y, \text{ где}$$

$$\eta = \frac{1+\sqrt{1+3(1-\alpha+a\Phi e^{\Phi})}}{3(1-\alpha+a\Phi e^{\Phi})}, \quad \eta\Phi = p(1+E_0 e^{-2\Phi})$$

(при $\alpha = 0$ это решение совпадает с ранее полученным в [2]). Параметры a, p выражаются через длину релаксации частиц $l_p' = \frac{8}{3C_D'}\frac{\rho_s}{\rho_c}r_p$, определенную по коэффициенту сопротивления в потоке продуктов эрозии C_D' и через другие размерные параметры:

$$a = l_p'/\Delta_0, \quad p = \frac{\rho_{p\infty}}{\rho_c}\frac{u_{p\infty}}{2k_c l_p'}.$$

Таким образом, получаем функциональную связь $\Phi = \Phi(p, a, E_0)$; при этом коэффициент эрозии равен $E = E_0 \exp(-2\Phi)$, чем и объясняется эффект экранирования. Без ограничения общности далее считаем $E_0 \ll 1$, $a \gg 1$. Объемное содержание частиц не превосходит единицы, $\alpha < 1$, поэтому при $\Phi \sim 1$ имеем

$$p = (\Phi e^{-\Phi}/3a)^{1/2} + O(a^{-3/2}).$$

При $\Phi = 1$ p достигает максимального значения ($p^* = (3ae)^{-1/2}$) и далее убывает с ростом Φ. Отсюда следует, что функция $\Phi(p)$ ветвится в окрестности точки $p = p^*$ и что здесь следует ожидать кризисных явлений.

Рассмотрим такие возмущения параметров пылевого слоя, при которых структура решения (4) не нарушается. Этому условию отвечают возмущения с $\Phi = \Phi(t)$, $\eta = \eta(t)$. Кроме того, будем считать характерное число Струхаля $\mathrm{Sh} = \dot{\Delta}/u_\infty$ малым настолько, что замыкание модели в форме (2) сохраняет свой смысл. Таким образом, считаем $\rho_c = \mathrm{const}$, $k_c = \mathrm{const}$. Отбрасывая в уравнениях системы (1) малые при $\Phi \sim 1$ слагаемые, отвечающие переносу массы и импульса газовой фазы через границу пылевого слоя, $\rho_e \gg \rho_c$, имеем

(5) $$\frac{1}{k_c}\frac{d\Phi}{dt} + 2\Phi\eta = 2p, \ \frac{1}{k_c}\frac{d}{dt}(\Phi\eta) + 3\Phi\eta^2 = \frac{e^{-\Phi}}{a}.$$

Стационарные точки динамической системы (5), удовлетворяющие условиям $\Phi_0 > 0$, $\eta_0 > 0$, находятся из решения системы алгебраических уравнений

$$\eta_0 = (3a\Phi_0 e^{-\Phi_0})^{-1/2}, \quad p = (\Phi_0 e^{-\Phi_0}/3a)^{1/2}.$$

Исследуем устойчивость динамической системы (5) в окрестности стационарных точек. Корни характеристического уравнения соответствующей линеаризованной системы есть

$$\lambda_{1,2} = -\frac{3pk_c}{\Phi_0}\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2}{3}(\Phi_0 - 1)}\right).$$

Таким образом, состояния с $\Phi_0 < 1$ устойчивы, а соответствующая стационарная точка (Φ_0, η_0) является узлом. При $\Phi_0 > 1$ состояния неустойчивы и соответствующая точка (Φ_0, η_0) является седлом. Рассмотрим, каким образом система выходит из положения равновесия при $\Phi_0 = 1$. Удобно перейти от системы (5) к одному уравнению на функцию $\Phi(t)$:

$$\Phi\Phi'' - \frac{3}{2}(\Phi' - 2p)^2 + \frac{2\Phi}{a}e^{-\Phi} = 0, \quad \Phi' = \frac{1}{k_c}\frac{d\Phi}{dt} \tag{6}$$

(из этого уравнения сразу видно, что стабилизирующее влияние градиента давления проявляется лишь при $\Phi < 1$). Положим $p = p^* + \varepsilon$, $\varepsilon \ll p^*$ и разложим функцию $\Phi(t)$ в ряд по степеням ε:

$$\Phi = \Phi_0 + \varepsilon\Phi_1 + \varepsilon^2\Phi_2 + \ldots \tag{7}$$

Будем искать решение уравнения (6) в виде (7) с начальными данными

$$\Phi(0) = 1, \; \Phi'(0) = 2\varepsilon. \tag{8}$$

Подставляя ряд (7) в уравнения (6) и приравнивая члены при одинаковых степенях ε, получим цепочку уравнений:

$$\Phi_1'' + 6p^*\Phi_1' - 12p^* = 0,$$

$$\Phi_2'' + 6p^*\Phi_2' - 6 = 3(p^*)^2\Phi_1 - 6\Phi_1' + \frac{2}{3}(\Phi_1')^2 - \Phi_1'\Phi_1'',$$

$$\ldots$$

Решение задачи (6) — (8) с точностью до членов $\sim\varepsilon^3$ имеет вид

$$\Phi(t) = 1 + 2\varepsilon k_c t + \frac{\varepsilon^2}{36p^*}\left[18(p^*k_c t)^2 - 6p^*k_c t + 1 - e^{-6p^*k_c t}\right].$$

Таким образом, в области слабой надкритичности параметр экранирования возрастает со временем и система покидает положение равновесия. Когда $\Phi \gg 1$, в уравнении (6) можно отбросить член, отвечающий градиенту давления. После этого оно приводится к уравнению первого порядка, не разрешенному относительно производной:

$$\Phi = C(2p - \Phi')^{2/3}\exp\left(\frac{4p/3}{2p - \Phi'}\right), \quad C = \text{const}.$$

Решение этого уравнения имеет следующее параметрическое представление:

$$t = t_0 + \frac{2C}{3k_c}\int_{\xi_0}^{\xi}(2p - \xi)^{-4/3}\exp\left(\frac{4p/3}{2p - \xi}\right)d\xi,$$

$$\Phi = C(2p - \xi)^{2/3}\exp\left(\frac{4p/3}{2p - \xi}\right), \quad \xi < 2p.$$

Отсюда следует, что параметр экранирования монотонно возрастает со временем, причем $\Phi \to 2pk_c t$, когда $t \to \infty$. В силу этого толщина пылевого слоя убывает, а плотность дискретной фазы в слое возрастает со временем. Очевидно, этот процесс не может длиться неограниченно долго и завершается, когда ρ_e достигает некоторого предельного значения, после чего в лобовой части тела может образоваться покрытие из плотно упакованных частиц. Покрытия, образующиеся при коллапсе пылевого слоя, действительно были зарегистрированы в экспериментах, детальное описание которых можно найти в [4]. Однако вопрос о роли критерия p^* в процессах формирования покрытий остается открытым.

В проделанном выше анализе не учитывалась возможная зависимость коэффициента восстановления скорости при ударе λ от параметров столкновения. Согласно [2], $\Delta = \tau\lambda u_p$. Если $\lambda = \lambda_0 u_p^{-\gamma}$ в некотором диапазоне скоростей соударения, то параметр экранирования, выше которого происходит потеря устойчивости пылевого слоя, есть $\Phi_m = (1 - \gamma)^{-1}$. Таким образом, коллапс не будет наблюдаться в области перехода от неупругого к упругому удару, где $\gamma \gtrsim 1$.

Для оценки влияния параметра эрозии E_0 на критические значения расхода частиц были проведены специальные расчеты, которые показали, что это влияние является незначительным. Так, при изменении E_0 на два порядка, от 0,1 до 10, критический расход p^* снижается примерно на 27% при $a = 20$.

Коэффициент эрозии E сильно убывает с ростом параметра экранирования, поэтому в экспериментах на эрозию в гиперзвуковых потоках с запыленностью выше критической следует ожидать значительного снижения наблюдаемых разрушений по сравнению с теоретическими оценками, основанными на данных по единичному соударению. Пылевой слой, образующийся в лобовой части тела, может не только частично, но и полностью заэкранировать поверхность от воздействия высокоскоростных частиц. При этом результирующий объем эрозионных повреждений поверхности будет определяться начальным периодом формирования пылевого слоя с характерным временем процесса $\Delta t_{эр} \sim 1/2pk_c$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Laderman A. J., Lewis C. H., Byron S. R.** Two-phase plume impingement effects.— AIAA J., 1970, vol. 8, N 10.
2. **Трунев А. П., Фомин В. М.** Эрозия тупого тела в запыленном гиперзвуковом потоке.— ПМТФ, 1984, № 4.
3. **Kuby W. C., Lewis C. H.** Experimental study of the effects of particle cloud impingement.— AIAA J., 1968, vol. 6, N 7.
4. **Яненко Н. Н., Солоухин Р. И., Папырин А. Н., Фомин В. М.** Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц. Новосибирск: Наука, 1980.

Поступила 6/X 1982 г.

УДК 532.529

РАСЧЕТ ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССЫ СФЕРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ В ДИСПЕРСНОЙ СРЕДЕ

А. Е. Крошилин, В. Е. Крошилин

(Москва)

Одной из центральных проблем механики многофазных дисперсных сред является проблема определения межфазного взаимодействия. Простейший способ решения этой проблемы — использование зависимостей, справедливых для одиночного включения, движущегося в безграничной несущей среде. Однако такой подход не учитывает влияния включений друг на друга через несущую среду, что может приводить к существенным ошибкам при определении межфазных взаимодействий [1, 2].

Влияние включений друг на друга легко учесть в рамках ячеистого подхода, который проанализирован в [1]. Метод ячеек применим для исследования сред с регулярной структурой. Дисперсные среды, как показано в [1], в различных условиях имеют различные микроструктуры: регулярную, когда расстояние между соседними включениями одинаково, хаотическую, когда включения располагаются случайным образом, и др.

В общем случае среднее межфазное силовое взаимодействие находится путем усреднения силы межфазного взаимодействия по всем положениям включений. Однако функция распределения положений включений зависит от силы межфазного взаимодействия. Таким образом, для определения среднего межфазного взаимодействия необходимо решить очень сложную задачу.

За редким исключением [3], при решении этой задачи предполагается, что дисперсная среда имеет либо регулярную, либо хаотическую структуру. Однако даже после этого предположения определить среднее межфазное взаимодействие сложно, так как сложно определить межфазное взаимодействие при конкретном расположении