**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК**
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
**ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ РАЗРАБОТКИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ**

2013 № 1

УДК 51:536.24:622.012.3

# РАСЧЕТ ДИНАМИКИ ОСЫПАНИЯ БОРТА КАРЬЕРА ДЛЯ КАРБОНАТНЫХ ПОРОД РАЗНОЙ МОРОЗОСТОЙКОСТИ

**В. И. Слепцов, А. С. Курилко**

*Институт горного дела Севера им. Н. В. Черского СО РАН,*
E-mail: v.i.sleptsov@igds.ysn.ru,
*проспект Ленина, 43, 677980, г. Якутск, Россия*

Предложена математическая модель процесса теплообмена уступа карьера с атмосферой, которая позволяет прогнозировать температурное поле массива многолетнемерзлых горных пород; изменение основных составляющих радиационного баланса в течение суток; угол откоса и ориентацию поверхности; влияние смежных уступов пород. На примере рудника “Удачный” проведена оценка зависимости толщины слоя осыпания с поверхности откоса борта карьера от времени вследствие циклического воздействия процесса промерзания – оттаивания для пород разной морозостойкости.

*Математическое моделирование, криолитозона, теплообмен, теплофизика, свойства горных пород, радиационный баланс, осыпание борта карьера*

Открытая разработка кимберлитовых месторождений в Якутии осуществляется в сложных горно-геологических и горнотехнических условиях (наличие многолетней мерзлоты до глубины 550 м, суровые климатические условия, напорные и агрессивные подмерзлотные воды, большая глубина разработки и др.).

Деформации уступов на карьерах при разработке алмазных месторождений в Якутии вызываются главным образом криогенными процессами [1] и связаны с формированием сезонноталого слоя в теплый период. Наиболее распространенный вид разрушения, характерный для всех вмещающих и перекрывающих пород, — образование осыпей и сработка верхних бровок уступов. Осыпи образуются вследствие уменьшения прочностных свойств мерзлых пород при нагревании и вытаивания в трещинах и порах льда, играющего роль цементирующего состава. Важную роль при формировании осыпей играют физическое выветривание на поверхности откосов за счет знакопеременного перепада температур (суточный $-10$ ... $+10$°C, годичный $+40$ … $-50$°C), наличие влаги и ее миграция, многократность замерзания и оттаивания. Осыпание верхних бровок уступов, сложенных известняками и доломитами, в среднем составляет 5 – 10 см в год, в слабых породах это значение может быть больше. Основное количество осыпей приходится на верхние горизонты южной экспозиции. В 50 % случаев образование осыпей большого объема связано с разрушающим воздействием воды [2, 3].

В ИГДС СО РАН проводились испытания карбонатных горных пород на морозостойкость при циклическом замораживании [4]: в воздушно-сухом и во влагонасыщенном состояниях и в водной среде. При выполнении заданного количества циклов замораживания – оттаивания образцы горных пород испытывались на прочность одноосным сжатием.

Результаты испытаний прочности образцов карбонатных пород, вмещающих трубку "Удачная", в воздушно-сухом состоянии показали, что после пяти циклов замораживания – оттаивания снижение прочности образцов составило около 12 % от первоначального, а после сорока циклов — 26 %. Увеличение числа воздействий циклов до 200 привело к снижению прочности образцов в среднем на 34 %.

По результатам испытаний образцов в водонасыщенном состоянии установлено, что относительная прочность образцов, подвергшихся циклам замораживания – оттаивания, с увеличением пористости уменьшается. Прочность образцов с пористостью меньше 1 % упала после 20 циклов на 30 %, а прочность образцов с пористостью больше 2.5 % понизилась на 50 % и более [4].

Морозостойкость пород при замораживании образцов в водной среде оценивалась по потере массы и прочности. Если образцы при испытаниях теряли больше 2/3 начальной массы, то они считались полностью разрушенными.

На рис. 1 представлено изменение прочности образцов в зависимости от числа циклов замораживания – оттаивания.

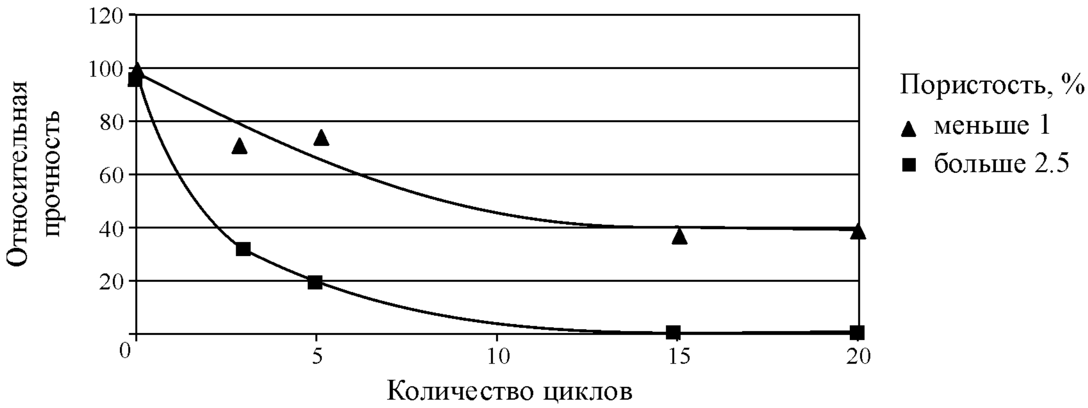


Рис. 1. Зависимость относительной прочности образцов пород от циклов замораживания – оттаивания при различной начальной пористости (образцы подвергались воздействию в водной среде)

Из рис. 1 видно, что все образцы с начальной пористостью больше 2.5 % после 15 циклов замораживания – оттаивания дезинтегрировались. Дезинтеграции образцов с пористостью меньше 1 % после 15 циклов не произошло, остаточная прочность образцов составила 42 % [4].

Результаты проведенных экспериментов показывают, что морозостойкость карбонатных вмещающих пород коренных алмазных месторождений Якутии низкая. Подтверждается вывод о том, что менее морозостойкие породы имеют меньшую начальную прочность и большую пористость.

Таким образом, ввиду значительной зависимости прочностных и механических свойств многолетнемерзлых горных пород от температуры и количества циклов промерзания – оттаивания для оценки устойчивости уступов карьеров, разрабатываемых в вечномерзлых породах, необходимо знать распределение температур в уступах в любой момент времени.

Определяющую роль в динамике температуры многолетнемерзлых горных пород играет теплообмен массива с атмосферой. Здесь одним из основных факторов является солнечная радиация. Для оценки вклада солнечной радиации в процесс теплообмена массива с атмосферой, необходимо рассмотреть радиационный баланс его поверхности, в общем случае являющейся наклонной к горизонту. Достаточно глубоко вопросы теплообмена почвы с атмосферой в северных широтах изучены в работах [3, 5, 6]. Эти исследования показали, что на величину среднегодовой температуры дневной поверхности влияет весь комплекс условий теплообмена как с атмосферой, так и в самих горных породах. Уравнение, связывающее поток тепла в породный массив с составляющими радиационно-теплового воздействия, имеет вид

$$\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T_{\text{в}} - T) + Q_{\text{с}}(1 - A) - J_{\text{эф}} - L_f E,$$

где $\lambda$ — коэффициент теплопроводности породного массива; $T$ — функция распределения температур в породном массиве; $\alpha$ — коэффициент конвективного теплообмена на границе поверхность – атмосфера; $T_{\text{в}}$ — температуры воздуха; $A$ — отражательная способность (альбедо) поверхности; $Q_{\text{с}}$ — поток суммарной солнечной радиации; $J_{\text{эф}}$ — эффективное излучение, представляющее собой разность между излучением поверхности и противоизлучением атмосферы; $L_f E$ — затраты тепла на испарение (конденсацию), $L_f$ — теплота испарения влаги, $E$ — величина испарения (конденсации).

Анализ составляющих радиационно-теплового баланса, проведенный работе [6] на основе экспериментальных данных, показал, что для инженерных расчетов влиянием $J_{\text{эф}}$ и $L_f E$ можно пренебречь, особенно при отсутствии снежного покрова. Исходя из этого уравнение теплообмена на наклонной поверхности массива можно принять в следующем виде:

$$\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T_{\text{в}}(t) - T) + Q_{\text{с}}(t)(1 - A(t)), \tag{1}$$

где

$$Q_{\text{с}}(t) = ((\cos(\beta) + K_{\perp}(t)\sin(\beta) - \cos^2(\beta/2))\mu(t) + \cos^2(\beta/2) + A(t)\sin^2(\beta/2))\overline{Q}_{\text{с}}(t),$$

$\beta$ — угол наклона поверхности; $K_{\perp}(t)$ — коэффициент для пересчета средних суточных сумм прямой радиации с горизонтальной поверхности на вертикальные [7]; $\mu(t)$ — доля прямой радиации в суммарной для горизонтальной поверхности [8]; $\overline{Q}_{\text{с}}(t)$ — поток суммарной солнечной радиации на горизонтальную поверхность; $t$ — время.

Изменение солнечной радиации в течение суток в формуле (1) можно учесть с помощью кусочно-постоянной функции и считать, что вне светового дня солнечной радиации нет. В работе [9] данное изменение не рассматривалось.

Примем допущение, что борт карьера состоит из одинаковых уступов, т. е. угол откоса $\beta$, высота уступа $H$ и ширина бермы $a$ для всех уступов одинаковы. Тогда, рассматривая расчетную область *ABCDE*, приведенную на рис. 2*а*, борт карьера можно представить как совокупность таких областей с одинаковыми с точки зрения теплофизики граничными условиями.

При этих допущениях имеем достаточно простую расчетную область $\Omega$, представленную на рис. 2*б*:

$$\Omega = \left\{ (x, y) \middle| \begin{array}{ll} -\mathrm{ctg}(\varphi_1)h < x < 0, & -y_\infty < y < h + \mathrm{tg}(\varphi_1)x, \\ 0 < x < \mathrm{ctg}(\varphi_2)h, & -y_\infty < y < h - \mathrm{tg}(\varphi_2)x. \end{array} \right\}$$

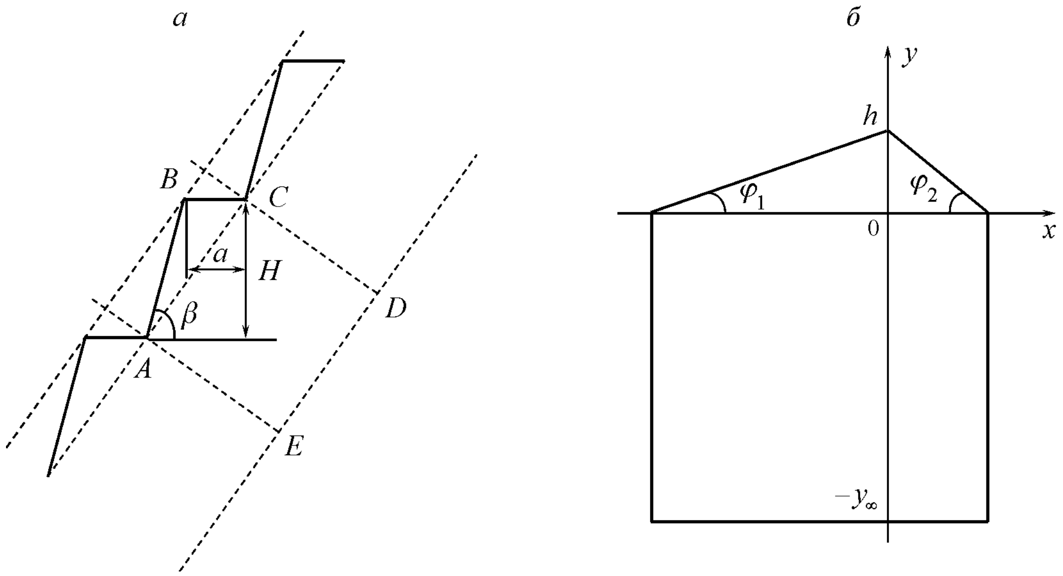


Рис. 2. Схема борта карьера (*а*) и расчетная область для задачи типа Стефана (*б*)

Из геометрических соображений получаем

$$h = \frac{Ha}{D}, \quad D = \sqrt{H^2 + (a + H\mathrm{ctg}(\beta))^2}, \quad \sin(\varphi_1) = \frac{a\sin(\beta)}{D}, \quad \sin(\varphi_2) = \frac{H}{D}.$$

В данной области имеем двумерную задачу типа Стефана:
основное уравнение

$$(c\rho(T) + L\delta(T - T_f))\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial y}\right), \quad (x, y) \in \Omega, \; t > 0; \tag{2}$$

условия на границах расчетной области

$$\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial n} = \alpha_{\text{т}}(T_{\text{в}}(t) - T) + Q_{\text{с}}(t)(1 - A(t)), \quad -\mathrm{ctg}(\varphi_1)h < x < 0, \quad y = h + \mathrm{tg}(\varphi_1)x,$$

$$\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial n} = \alpha_{\text{т}}(T_{\text{в}}(t) - T) + \overline{Q}_{\text{с}}(t)(1 - A(t)), \quad 0 < x < \mathrm{ctg}(\varphi_2)h, \quad y = h - \mathrm{tg}(\varphi_2)x,$$

$$-\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial x} = q, \quad x = -\mathrm{ctg}(\varphi_1)h, \quad -y_\infty < y < 0,$$

$$T = T_u, \quad x = -\mathrm{ctg}(\varphi_1)h, \quad -y_\infty < y < 0,$$

$$\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial x} = q, \quad x = \mathrm{ctg}(\varphi_2)h, \quad -y_\infty < y < 0,$$

$$T = T_u \quad x = \mathrm{ctg}(\varphi_2)h, \quad -y_\infty < y < 0,$$

$$T = T_{\mathrm{mas}}, \quad -\mathrm{ctg}(\varphi_1)h < x < \mathrm{ctg}(\varphi_2)h, \quad y = -y_\infty;$$

начальное условие

$$T(x, y, 0) = T_{\mathrm{mas}}(x, y), \quad (x, y) \in \Omega.$$

Здесь $c\rho(T)$, $\lambda(T)$, $L$, $T_{\text{mas}}(x, y)$ — удельная объемная теплоемкость, теплопроводность, объемная теплота фазового перехода и начальная температура горных пород соответственно; $\alpha_{\text{т}}$, $T_{\text{в}}(t)$ — коэффициент теплообмена с массивом горных пород и температура атмосферного воздуха; $Q_{\text{c}}(t)$, $\overline{Q}_{\text{c}}(t)$ — поток солнечной радиации в массив горных пород на наклонной и горизонтальной площадках соответственно; $y_\infty$ — расстояние, на котором влиянием дневной поверхности можно пренебречь; $\delta(T - T_f)$ — $\delta$-функция Дирака; $T_f$ — температура фазового перехода горных пород.

Для определенности принималось, что $\lambda(T)$, $c\rho(T)$ — кусочно-постоянные функции, терпящие разрыв первого рода при $T = T_f$.

Поставленная задача является двумерной, и для ее решения воспользуемся методом расщепления. Тогда исходная задача расщепляется на систему более простых задач, алгоритмически проще реализуемых. К настоящему времени разработано немало способов расщепления многомерных задач: метод дробных шагов, метод целых шагов, метод факторизации, метод суммарной аппроксимации и пр. [10 – 13]. Один из самых удобных, с нашей точки зрения, для задач типа Стефана — метод суммарной аппроксимации А. А. Самарского [12, 13], когда исходная задача сводится к системе локально-одномерных. Особенность этого метода в том, что хотя каждая отдельная из задач не аппроксимирует исходную, но все сообща они ее аппроксимируют.

Разобьем необходимый для реализации временной интервал сеткой $\Omega_t$: $\{t_k = t_{k-1} + \tau_k, \tau_k > 0, k > 0, t_0 = 0\}$. Тогда на каждом временном интервале $[t_{k-1}, t_k]$ задача (2) может быть сведена к последовательному решению следующих двух локально-одномерных задач:

$$(c\rho(T^x) + L\delta(T^x - T_f))\frac{\partial T^x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda(T^x)\frac{\partial T^x}{\partial x}\right), \quad (x, y) \in \Omega, \quad t_{k-1} < t < t_k, \tag{3}$$

$$-\lambda(T^x)\sin(\varphi_1)\frac{\partial T^x}{\partial x} = \alpha_{\text{т}}(T_{\text{в}}(t) - T^x) + Q_{\text{c}}(t)(1 - A(t)), \quad -\text{ctg}(\varphi_1)h < x < 0, \quad y = h + \text{tg}(\varphi_1)x,$$

$$\lambda(T^x)\sin(\varphi_2)\frac{\partial T^x}{\partial x} = \alpha_{\text{т}}(T_{\text{в}}(t) - T^x) + \overline{Q}_{\text{c}}(t)(1 - A(t)), \quad 0 < x < \text{ctg}(\varphi_2)h, \quad y = h - \text{tg}(\varphi_2)x,$$

$$-\lambda(T^x)\frac{\partial T^x}{\partial x} = q, \quad x = -\text{ctg}(\varphi_1)h, \quad -y_\infty < y < 0,$$

$$T^x = T_u, \quad x = -\text{ctg}(\varphi_1)h, \quad -y_\infty < y < 0,$$

$$\lambda(T^x)\frac{\partial T^x}{\partial x} = q, \quad x = \text{ctg}(\varphi_2)h, \quad -y_\infty < y < 0,$$

$$T^x = T_u, \quad x = \text{ctg}(\varphi_2)h, \quad -y_\infty < y < 0,$$

$$T^x(x, y, t_{k-1}) = T(x, y, t_{k-1}), \quad (x, y) \in \Omega;$$

$$(c\rho(T^y) + L\delta(T^y - T_{\text{f}}))\frac{\partial T^y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda(T^y)\frac{\partial T^y}{\partial y}\right), \quad (x, y) \in \Omega, \quad t_{k-1} < t < t_k, \tag{4}$$

$$\lambda(T^y)\cos(\varphi_1)\frac{\partial T^y}{\partial y} = \alpha_{\text{т}}(T_{\text{в}}(t) - T^y) + Q_{\text{c}}(t)(1 - A(t)), \quad -\operatorname{ctg}(\varphi_1)h < x < 0, \quad y = h + \operatorname{tg}(\varphi_1)x,$$

$$\lambda(T^y)\cos(\varphi_2)\frac{\partial T^y}{\partial y} = \alpha_{\text{т}}(T_{\text{в}}(t) - T^y) + \overline{Q}_{\text{c}}(t)(1 - A(t)), \quad 0 < x < \operatorname{ctg}(\varphi_2)h, \quad y = h - \operatorname{tg}(\varphi_2)x,$$

$$T^y = T_{\text{mas}}, \quad -\operatorname{ctg}(\varphi_1)h < x < \operatorname{ctg}(\varphi_2)h, \quad y = -y_\infty,$$

$$T^y(x, y, t_{k-1}) = T^x(x, y, t_k), \quad (x, y) \in \Omega.$$

Верхние индексы “$x$”, “$y$” у температур обозначают, что указанное распределение температур соответствует только данной одномерной задаче. Согласно [13], решение задачи (4) — $T^y(x, y, t)$ есть приближенное решение задачи (2) — $T(x, y, t)$ с первым порядком аппроксимации по времени.

Алгоритм совместного решения этих задач на каждом временном шаге имеет следующий вид [12]:

1. Решается задача (3) для всех $y$ из сетки $W_y$ при начальных данных, полученных с предыдущего временного слоя для задачи (4).

2. Решается задача (4) для всех $x$ из сетки $W_x$ при начальных данных, полученных из п. 1.

3. Полученное решение есть приближенное решение задачи (2) и, если необходимо продолжать счет, то переходим к п. 1.

Здесь для $y$

$$W_y : \{y_i \big| y_i = y_{i-1} + h_i^y, \quad h_i^y > 0, \ i = \overline{1, N_y}; \ y_0 = -y_\infty, \ y_{N_y} = h\},$$

а для $x$

$$W_x : \{x_i \big| x_i = x_{i-1} + h_i^x, \quad h_i^x > 0, \ i = \overline{-N_x, N_x}; \ x_{-N_x} = -\operatorname{ctg}(\varphi_1)h, \ x_{N_x} = \operatorname{ctg}(\varphi_2)h\}.$$

Таким образом, для получения решения задачи (2) на каждом временном шаге необходимо решить задачи (3) и (4) для всех значений $y$, $x$ из сеток $W_y$, $W_x$ соответственно. Были построены неявные разностные схемы сквозного счета с помощью интегро-интерполяционного баланса [10, 12, 13]. Полученные разностные уравнения решались методами линейной алгебры [10, 12 – 14], причем выбор расчетной области обусловил применение модификации метода прогонки — циклическую прогонку [14].

В работе [13] отмечается, что порядок решения локально-одномерных задач (сначала по $x$, а затем по $y$, или наоборот) бывает неравнозначен. Поэтому на каждом временном слое локально-одномерные задачи решались сначала в одном порядке, а потом в обратном, и в качестве основного решения бралась их полусумма. По предложенному алгоритму написана прикладная программа на алгоритмическом языке “Fortran-90”. Осуществлена отладка и тестирование на модельных задачах.

На основе разработанной математической модели проведены расчеты температурного поля уступа карьера. При расчетах принимались следующие данные: $H$ = 30 м, $a$ = 10 м, $\beta = 60°$, $\lambda_- = 2.3$ Вт/(м·°С), $\lambda_+ = 2.1$ Вт/(м·°С), $c\rho_- = 1836$ кДж/(м$^3$·°С), $c\rho_+ = 2016$ кДж/(м$^3$·°С), $\alpha_т = 16$ Вт/(м$^2$·°С), $L = L_i \rho w$, где $\rho = 2200$ кг/м$^3$, $L_i = 335$ кДж/кг, $w = 0.05$, $T_0 = -3°С$, $T_f = 0°С$, $T_в$, $Q_с$, $A$, $K_\perp$, $\mu(t)$ и длина светового дня линейно интерполировались по данным [3, 7, 8]. Здесь нижний индекс "–" и "+" соответствует значениям свойств мерзлых и оттаявших горных пород соответственно.

По результатам расчетов установлено:

• на склоне с южной экспозицией количество циклов промерзания – оттаивания может достигать: весной — 9 раз на глубине 1 см, 5 — на глубине 5 см, 3 — на глубине 10 см и одного раза на глубине 20 см; осенью — 4 раз на глубине 1 см, 3 — на глубине 5 см, одного — на глубине 10 см. Максимальная глубина оттаивания около 2.8 м;

• на склоне с северной экспозицией количество циклов промерзания – оттаивания может достигать: весной — 3 раз на глубине 1 см, 2 — на глубине 5 см и одного — на глубине 20 см; осенью — 2 — на глубине 1 см, одного — на глубине 5 см. Максимальная глубина оттаивания около 1.9 м.

На основе полученных результатов горных пород карьера "Удачный" выполнена оценка зависимости толщины слоя осыпания с поверхности откоса борта карьера от времени вследствие циклического воздействия процесса промерзания – оттаивания для пород разной морозостойкости. На рис. 3 показана зависимость толщины слоя осыпания с поверхности борта карьера от времени для склонов южной экспозиции для пород с разной морозостойкостью (считается, что после определенного количества циклов порода разрушается).

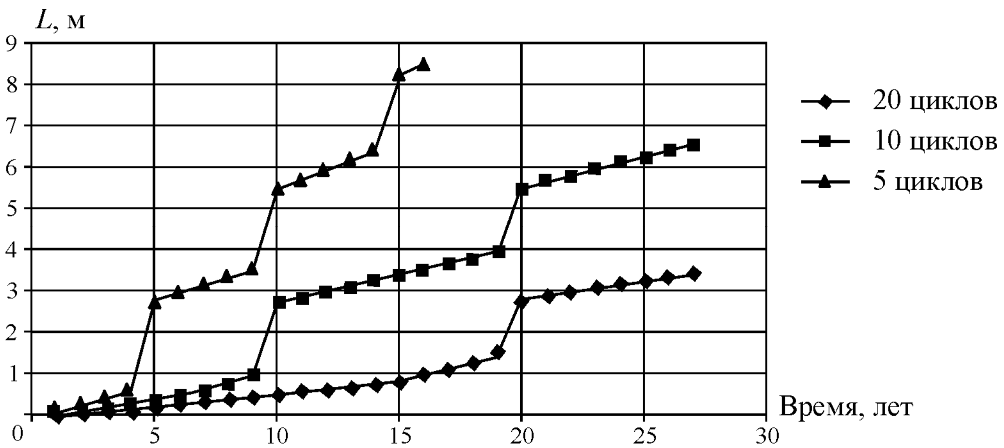


Рис. 3. Динамика толщины слоя осыпания борта карьера вследствие циклического воздействия процесса промерзания – оттаивания

**ВЫВОДЫ**

1. В результате проведенных экспериментальных исследований установлено, что при знакопеременном температурном воздействии снижается прочность горных пород вплоть до полного разрушения.

2. Расчеты динамики температурного поля позволили установить количество циклов промерзания – оттаивания в массиве горных пород (уступе борта карьера) в зависимости от глубины и экспозиции склона. Полученные результаты являются основой для прогноза толщины слоя осыпания с поверхности откоса уступа борта карьера в зависимости от времени. Замечено, что в определенные моменты времени происходит резкое увеличение толщины осыпавшегося слоя (до 2 м), которое может привести к катастрофическим последствиям, что особенно важно для глубоких карьеров, где крутизна склонов достигает 60 – 70°, а высота уступа 40 м.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. **Гречищев С. Е., Чистотинов Л. В., Шур Ю. Л.** Основы моделирования криогенных физико-геологических процессов. — М.: Недра, 1984.
2. **Зарецкий Ю. К., Чумичев Б. Д., Щеболев А. Г.** Вязкопластичность льда и мерзлых грунтов. — Новосибирск: Наука, 1986.
3. **Павлов А. В., Оловин Б. А.** Искусственное оттаивание мерзлых пород теплом солнечной радиации при разработке россыпей. — Новосибирск: Наука, 1974.
4. **Курилко А. С.** Экспериментальные исследования влияния циклов замораживания – оттаивания на физико-механические свойства горных пород. — Якутск: ЯФ ГУ, 2004.
5. **Павлов А. В.** Расчет и регулирование мерзлотного режима почвы. — Новосибирск: Наука, 1980.
6. **Павлов А. В.** Теплообмен почвы с атмосферой в северных и умеренных широтах территории СССР. — Якутск: Кн. изд-во, 1975.
7. **Кондратьев К. Я., Пивоварова З. И., Федорова М. И.** Радиационный режим наклонных поверхностей. — Л.: Гидрометеоиздат, 1982.
8. **Климат** Якутска / под ред. Ц. А. Швер, С. А. Изюменко. — Л.: Гидрометеоиздат, 1982.
9. **Слепцов В. И., Полубелова Т. Н., Изаксон В. Ю.** Математическое моделирование процесса теплообмена уступа карьера в вечномерзлых породах // ФТПРПИ. — 1996. — № 3.
10. **Марчук Г. И.** Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1977.
11. **Охлопков Н. М.** Методологические вопросы теории и практики разностных схем. — Иркутск: Изд-во ун-та, 1989.
12. **Самарский А. А.** Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука, 1971.
13. **Самарский А. А.** Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977.
14. **Ильин В. П., Кузнецов Ю. И.** Трехдиагональные матрицы и их приложения. — М.: Наука, 1985.
15. **Васильев В. И.** Численное интегрирование дифференциальных уравнений с нелокальными граничными условиями. — Якутск: ЯФ СО АН СССР, 1985.

*Поступила в редакцию 21/V 2012*