

УДК 550.3

## НЕСТАЦИОНАРНОЕ ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ПЛАСТА ПРИ РАБОТЕ СКВАЖИНЫ В РЕЖИМЕ ПОСТОЯННОЙ ДЕПРЕССИИ

А. Ш. Рамазанов, Н. В. Безруков

Башкирский государственный университет, 450076 Уфа, Россия

E-mails: ramaz@bsunet.ru, bezrukovnv@ya.ru

Предложена математическая модель нестационарного температурного поля, возникающего в нефтяном пласте после пуска скважины в работу в режиме постоянного забойного давления с учетом дроссельного и адиабатического эффектов. Рассмотрены два приближенных решения, проведено сравнение с результатами расчетов на коммерческом симуляторе.

Ключевые слова: температура, давление, фильтрация, постоянная депрессия, баротермический эффект.

DOI: 10.15372/PMTF20200603

Скважинная термометрия в настоящее время является эффективным методом исследования нефтяных пластов и скважин [1]. При исследовании разрабатываемых пластов регистрируются и анализируются изменения температуры, обусловленные баротермическим эффектом [2, 3]. На практике нестационарные термогидродинамические процессы реализуются при испытании и освоении скважин и пластов.

Теоретические основы скважинной термометрии заложены в работе Э. Б. Чекалюка [4], разработке математических моделей переходных термогидродинамических процессов в пластах посвящены работы, обзор которых приведен в [5, 6].

Настоящая работа посвящена исследованию нестационарного температурного поля нефтяного пласта после пуска скважины с постоянным забойным давлением. Интерес к исследованию неизотермической фильтрации в режиме постоянной депрессии обусловлен также тем, что в работе [4] в основном изучался режим постоянного дебита. При этом полагалось, что скважина, работающая в режиме с постоянным забойным давлением, не пригодна для зондирования пласта [4].

Математическая постановка задачи, при которой пренебрегается теплопроводностью и учитывается конвективный теплоперенос, имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u(r, t) \frac{\partial T}{\partial r} = -\varepsilon u(r, t) \frac{\partial p}{\partial r} + \eta^* \frac{\partial p}{\partial t}; \quad (1)$$

$$T|_{t=0} = f(r), \quad (2)$$

где  $\eta^* = mC\eta$ ;  $C = C_{\text{ж}}/C_{\text{пл}}$ ;  $T$  — температура, К;  $f(r)$  — начальный профиль температуры, К;  $p(r, t)$  — давление, Па;  $u(r, t) = Cv(r, t)$  — скорость конвективного переноса

тепла, м/с;  $v(r, t)$  — скорость фильтрации, м/с;  $\varepsilon$  — коэффициент Джоуля — Томсона, К/Па;  $\eta$  — адиабатический коэффициент жидкости, К/Па;  $m$  — пористость;  $C_{ж}$ ,  $C_{пл}$  — объемные теплоемкости жидкости и насыщенной жидкостью пористой среды, Дж/(м<sup>3</sup> · К);  $r$  — полярная координата, расстояние от оси скважины в пласте, м;  $t$  — время, с.

Поле давления в неограниченном однородном изотропном пласте описывается функцией в виде несобственного интеграла от комбинаций функций Бесселя, поэтому решить задачу (1), (2) с использованием точных выражений для  $p(r, t)$  не представляется возможным. Используем приближенное решение для давления, полученное с помощью метода последовательной смены стационарных состояний [7]:

$$p(r, t) = \begin{cases} P_{пл}, & r > R(t), \\ P_{пл} - \Delta P \frac{\ln(R(t)/r)}{\ln(R(t)/r_0)}, & r_0 \leq r \leq R(t), \end{cases} \quad (3)$$

где  $R(t) \approx \sqrt{r_0^2 + 4\chi t}$ ;  $\Delta P = P_{пл} - P_0$ ;  $P_{пл}$ ,  $P_0$  — давление в пласте и забойное давление, Па;  $\chi = k/(\mu\beta^*)$  — коэффициент пьезопроводности пласта, м<sup>2</sup>/с;  $k$  — проницаемость, м<sup>2</sup>;  $\mu$  — вязкость, Па · с;  $\beta^*$  — упругоемость среды, Па<sup>-1</sup>;  $r_0$  — радиус скважины, м.

При характеристиках  $r_t = r(t, r_1)$ , определяемых из задачи

$$\frac{dr}{dt} = u(r, t), \quad r(0) = r_1, \quad (4)$$

уравнения (1), (2) принимают вид [2]

$$\frac{dT(r_t, t)}{dt} = -\varepsilon u(r_t, t) \frac{\partial p}{\partial r} + \eta^* \frac{\partial p(r_t, t)}{\partial t}; \quad (5)$$

$$T(r_t, t)|_{t=0} = f(r_1). \quad (6)$$

Решение (5), (6) запишем следующим образом:

$$T(r_t, t) = f(r_1) - \varepsilon \int_0^t u(r_\tau, \tau) \frac{\partial p}{\partial r} d\tau + \eta^* \int_0^t \frac{\partial p(r_\tau, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (7)$$

Преобразуя второй интеграл с использованием полной производной по времени, решение (7) представим в виде

$$T(r_t, t) = f(r_1) + \eta^* [p(r_t, t) - p(r_1, 0)] - (\varepsilon + \eta^*) \int_0^t u(r_\tau, \tau) \frac{\partial p(r_\tau, \tau)}{\partial r} d\tau. \quad (8)$$

Используя формулу (3) для давления, получаем

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\Delta P}{r \ln(R(t)/r_0)} \theta(R(t) - r),$$

$$u(r, t) = -\frac{u_0(t)}{r} \theta(R(t) - r), \quad u_0(t) = C \frac{k}{\mu} \frac{\Delta P}{\ln(R(t)/r_0)}.$$

Здесь  $\theta(x)$  — единичная функция Хевисайда ( $\theta(x) = 0$ ,  $x < 0$ ;  $\theta(x) = 1$ ,  $x \geq 0$ ). Тогда согласно (8) получаем

$$T(r_t, t) = f(r_1) + \eta^* [p(r_t, t) - P_{пл}] + (\varepsilon + \eta^*) \Delta P \theta(t - t_1) \int_0^t \frac{u_0(\tau)}{\ln(R(\tau)/r_0)} \frac{d\tau}{r_\tau^2}.$$

Решение (4) для характеристик представим в виде

$$r_t^2 = r_1^2 - \lambda(t)\theta(t - t_1), \quad \lambda(t) = 2 \int_{t_1}^t u_0(\tau) d\tau, \quad t_1 = \frac{r_1^2 - r_0^2}{4\chi}. \quad (9)$$

Температура контрольного объема жидкости, движущегося по закону (9) к скважине, описывается зависимостью

$$T(r_t, t) = f(r_1) - \eta^*[P_{\text{пл}} - p(r_t, t)] + (\varepsilon + \eta^*) \Delta P \theta(t - t_1) \int_{t_1}^t \frac{u_0(\tau)}{\ln(R(\tau)/r_0)} \frac{d\tau}{r_1^2 - \lambda(t)}. \quad (10)$$

Используя (9), (10), можно рассчитать изменение температуры в пласте в окрестности скважины, в том числе на ее стенке, при  $r = r_0$ . Для характеристик, достигших точки  $r \geq r_0$ , лагранжева переменная  $r_1$  становится равной радиусу термозондирования  $r_T$ . Из этой точки к моменту времени  $t$  температурный сигнал приходит в точку  $r$ .

Согласно (9) для  $r_t = r$  имеем

$$r_1^2 = r_T^2 = r^2 + \lambda(t)\theta(t - t_0), \quad t_0 = \frac{r^2 - r_0^2}{4\chi}, \quad \lambda(t) = 2 \int_{t_0}^t u_0(\tau) d\tau.$$

Тогда решение (10) в эйлеровых переменных  $(r, t)$  принимает вид

$$T(r, t) = f(r_T) - \eta^*[P_{\text{пл}} - p(r, t)] + (\varepsilon + \eta^*) \Delta P \theta(R(t) - r_T) \int_{t_0}^t \frac{u_0(\tau)}{\ln(R(\tau)/r_0)} \frac{d\tau}{r_T^2 - \lambda(\tau)}.$$

Для температуры на стенке скважины ( $r = r_0$ ) получаем соотношение

$$T(r_0, t) = f(r_T) - \eta^* \Delta P + (\varepsilon + \eta^*) \Delta P \int_{t_0}^t \frac{u_0(\tau)}{\ln(R(\tau)/r_0)} \frac{d\tau}{r_T^2 - \lambda(\tau)}, \quad (11)$$

где  $r_T = \sqrt{r_0^2 + \lambda(t)}$ ;  $\lambda(t) = 2 \int_0^t u_0(\tau) d\tau$ .

Используя (11), можно вычислить нестационарную температуру притекающей из пласта жидкости.

Пусть в начальном распределении температуры  $f(r) = 0$  отсутствует возмущение, тогда относительная избыточная температура на забое скважины описывается зависимостью

$$\frac{T(r_0, t)}{\varepsilon \Delta P} = -\alpha + (1 + \alpha)G(a, t); \quad (12)$$

$$\alpha = \frac{\eta^*}{\varepsilon}, \quad G(a, t) = \int_0^t \frac{u_0(\tau)}{\ln(R(\tau)/r_0)} \frac{d\tau}{r_0^2 + \lambda(t) - \lambda(\tau)}. \quad (13)$$

Для безразмерных переменных  $Fo = \chi t/r_0^2$ ,  $a = C \Delta P \beta^*$  формулу (13) запишем в виде

$$G(a, Fo) = a \int_0^{Fo} \left[ \ln^2 R(x) \left( 1 + 2a \int_x^{Fo} \frac{dz}{\ln R(z)} \right) \right]^{-1} dx. \quad (14)$$

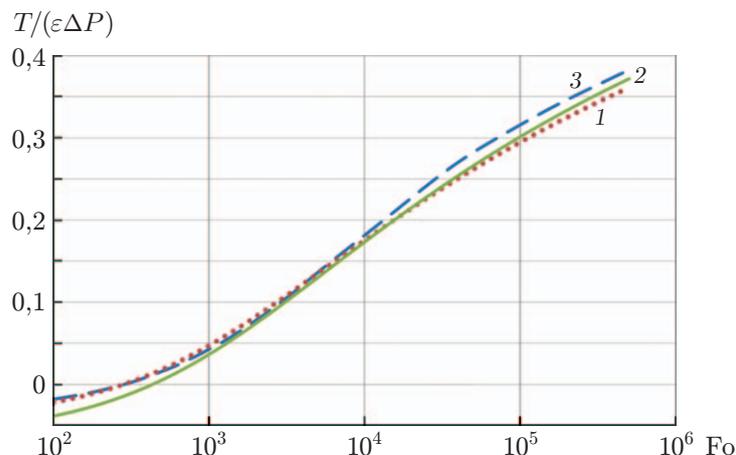


Рис. 1. Зависимость относительной температуры от числа Фурье:  
 1 — расчет по формуле (14), 2 — расчет по формуле (15), 3 — численный расчет в программном пакете Ansys Academic 2014

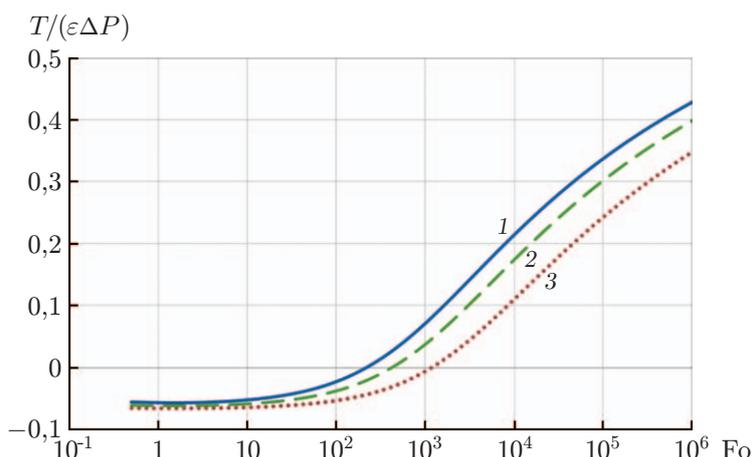


Рис. 2. Зависимость относительной температуры  $T(r_0, t)/(\epsilon \Delta P)$  от числа Фурье при различных значениях параметра  $a$ :  
 1 —  $a = 0,003$ , 2 —  $a = 0,002$ , 3 —  $a = 0,001$

Согласно теореме о среднем в (13) вынесем  $\ln(R(\tau)/r_0)$  из-под знака интеграла для некоторого среднего времени  $\bar{t}$ . Получаем

$$G(a, t) = \frac{\ln(r_T(t)/r_0)}{\ln(R(\bar{t})/r_0)}, \quad \bar{t} \in [0, t]. \tag{15}$$

На рис. 1 приведены зависимости относительной температуры  $T(r_0, t)/(\epsilon \Delta P)$  от числа Фурье  $Fo$  при  $a = 0,002$ , полученные с использованием формул (14), (15), а также результаты численного моделирования процесса в программном пакете Ansys Academic 2014. Видно, что результаты расчетов по формулам (14), (15) хорошо согласуются с численным решением и не более чем на 3 % различаются между собой при значениях числа Фурье  $10^3 \div 5 \cdot 10^5$ , рассчитанного с момента пуска скважины. Это свидетельствует о том, что для приближенного расчета температуры притекающей из пласта жидкости с допустимой для практических целей точностью можно использовать приближенную формулу (15).

На рис. 2 приведена зависимость относительной температуры от числа Фурье, полученная по формулам (12), (15) при различных значениях параметра  $a$ . Видно, что при ма-

лых значениях времени адиабатическое уменьшение температуры преобладает над дроссельным разогревом, в течение некоторого времени температура остается меньше начальной пластовой температуры, затем наблюдается ее рост.

Решение можно упростить, поскольку согласно (3) для режима постоянной депрессии накопленный объем добытой из пласта жидкости рассчитывается по формуле

$$V(t) = \int_0^t Q(\tau) d\tau = 2\pi \frac{kh}{\mu} \Delta P \int_0^t \frac{d\tau}{\ln(R(\tau)/r_0)}.$$

Тогда

$$\lambda(t) = \frac{CV(t)}{\pi h}, \quad r_T(t) = \sqrt{r_0^2 + \frac{CV(t)}{\pi h}}$$

и формулу (15) можно записать в виде

$$G(a, t) = \frac{1}{2 \ln(R(t)/r_0)} \ln \left( 1 + \frac{CV(t)}{\pi h r_0^2} \right).$$

Таким образом, разработана приближенная аналитическая модель для описания нестационарной температуры притекающей из пласта жидкости при работе скважины в режиме постоянной депрессии. Проведено сравнение результатов расчетов по полученным формулам с результатами численного решения на коммерческом симуляторе.

Разработанная модель может использоваться для тестирования численных термодинамических симуляторов, а также для получения первых приближений при решении обратных задач.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Басниев К. С.** Подземная гидромеханика: Учеб. для вузов / К. С. Басниев, И. Н. Кочина, В. М. Максимов. М.: Недра, 1993.
2. **Рамазанов А. Ш., Филиппов А. И.** Температурные поля при нестационарной фильтрации жидкости // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1983. № 4. С. 175–178.
3. **Рамазанов А. Ш.** Теоретические основы скважинной термометрии: Учеб. пособие. Уфа: Ред.-издат. центр Башкир. гос. ун-та, 2017.
4. **Чекалюк Э. Б.** Термодинамика нефтяного пласта. М.: Недра, 1965.
5. **Valiullin R., Ramazanov A., Sadretdinov A., et al.** Field study of temperature simulator applications for quantitative interpretation of transient thermal logging in a multipay well // Proc. of the SPE Russian oil and gas exploration and production technical conf. and exhibit., Moscow (Russia), 14–16 Oct. 2014. S. 1.: Soc. of Petroleum Engrs, 2014. P. 1–24. DOI: 10.2118/171233-RU.
6. **Котляр Л. А.** Математическое моделирование и интерпретация нестационарных термодинамических процессов в системе скважина — пласт: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 2013.
7. **Чарный И. А.** Подземная гидрогазодинамика. М.; Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2006.

*Поступила в редакцию 16/І 2020 г.,  
после доработки — 16/І 2020 г.  
Принята к публикации 27/VII 2020 г.*