при возможном влиянии сдвиговых течений в зоне так называемого стационарного разрыва.

При постоянном $T_0$ и $p_0/p_k$ критерий $R_*$ по существу отражает влияние разреженности на интенсивность диска Маха. Большей общностью обладает критерий Кнудсена $K_м = \lambda/d_м$, определяемый по геометрическому размеру струи, в частности по диаметру диска Маха $d_м$ и средней длине свободного пробега в заторможенном газе за диском Маха $\lambda$.

Критерий

$$\frac{\lambda^*}{d^*}\sqrt{p_0/p_k}$$

используемый Биром [2] и Ющенковой Н. И. с сотрудниками, по существу, тоже является числом Кнудсена, отличающимся от упомянутого выше на постоянный множитель.

На фиг. 8 представлено обобщение экспериментальных данных для $\rho_2/\rho_1$ по параметру $K_м$. Режимы $1 \div 12$ соответствуют таблице. Достаточно удовлетворительно поддаются обобщению правые ветви кривых фиг. 5.

Проведенные исследования вскрыли количественную и качественную связь интенсивности диска Маха в струе разреженного газа с плотностью и нерасчетностью. Для построения полной качественной модели начального участка струи за звуковым соплом при низкой плотности необходимо исследовать условия перехода от описанного вязкого течения к такому, при котором изменение плотности на ударной волне будет подчиняться адиабате Гюгонио.

Поступила 7 VIII 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Ashkenas H., Sherman F. S. The structure and utilization of supersonic free jets in low density wind tunnels. In: Rarefied Gas Dynamics, vol. 2, New York — London, Acad. Press, 1966.
2. Bier K. Dynamik verdünter Gase. Trans. 3-rd. Internat. Vacuum Congr., Stuttgart, 1965 vol. 1, Pergamon Press, 1966.
3. Ребров А. К., Ярыгин В. Н. Вакуумная газодинамическая установка с электродуговым подогревом газа. Теплофизика высоких температур, 1967, № 1.
4. Muntz E. P., Marsden D. J. Electron excitation applied to the experimental investigation of rarefied gas flow. In.: Rarefied Gas Dynamics, vol. 2; New York — London, Acad. Press, 1963.

# НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ВОЛНЫ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИЕСЯ ВДОЛЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПЛАЗМЕ

*Ю. А. Березин, Г. И. Дудникова*

*(Новосибирск)*

Представлены результаты численного решения задачи о распространении ударных волн вдоль магнитного поля в холодной разреженной плазме. Приведены параметры ударной волны в квазистационарной фазе для малых чисел Маха $M \lesssim 2$. При значении $M_* \approx 4$ профили скорости и плотности частиц стремятся к разрывным.

Стационарные уединенные волны, распространяющиеся вдоль магнитного поля в холодной плазме, рассматривались в работах [1-3].

*Обозначения*

$c$ — скорость света,
$m_e$ — масса электрона,
$m_i$ — масса иона,
$\beta$ — отношение электронной массы к ионной,
$t$ — время,
$x_0$ — эйлерова координата частиц в единицах $c/\omega_{0i}$,
$\omega_{iH}$ — циклотронная частота ионов,
$\omega_{eH}$ — циклотронная частота электронов,

$e$ — заряд электрона,
$\omega_{0i}$ — плазменная частота,
$H$ — напряженность магнитного поля,
$\omega_{\sim}$ — частота магнитного поля на границе плазма — вакуум,
$V_A$ — альфвеновская скорость,
$V$ — объем в единицах $N_0^{-1}$,
$N$ — концентрация частиц,
$\xi$ — лагранжева координата частиц в единицах $c / \omega_{0i}$,
$\tau$ — время в единицах $c / (\omega_{0i} V_A)$,
$\nu_{\text{eff}}$ — эффективная частота столкновений,
$\varkappa$ — частота столкновений в единицах $\omega_{eH}$,
$u_p$ — массовая скорость частиц,
$u$ — массовая скорость частиц в единицах $V_A$,
$\omega$ — частота магнитного поля в единицах $\omega_{iH}$,
$\xi_{\max}$ — координата плоскости симметрии в единицах $c / \omega_{0i}$,
$u_{x,y,z}$ — проекции массовой скорости частиц на оси $x, y, z$ в единицах $V_A$,
$h_{y,z}$ — проекции напряженности магнитного поля на оси $y$, $z$ в единицах $H_0$,
$\Delta$ — ширина фронта волны в единицах $c / \omega_{0i}$,
$\Delta_{ux}$ — ширина фронта скорости частиц в единицах $c / \omega_{0i}$,
$\Delta_N$ — ширина фронта плотности частиц в единицах $c / \omega_{0i}$,
$h_{\perp}$ — поперечное магнитное поле в единицах $H_0$.

В начальный момент времени холодная квазинейтральная однородная плазма с плотностью $N_0$ занимает полупространство $x > 0$ (ось $x$ совпадает с направлением невозмущенного магнитного поля $H_0$). Затем на границе плазмы $x = 0$ начинает нарастать по некоторому определенному закону $z$-компонента магнитного поля, вследствие чего вдоль оси $x$ распространяются плоские возмущения. Исходная система уравнений, записанная для удобства решения в безразмерных переменных и лагранжевых координатах, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial u_x}{\partial \tau} = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \xi}(h_y^2 + h_z^2), \qquad \frac{\partial u_{y,z}}{\partial \tau} = \frac{\partial h_{y,z}}{\partial \xi}$$

$$u_x = \frac{\partial x_0}{\partial \tau}, \quad V = \frac{\partial x_0}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(V h_y) = \frac{\partial u_y}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 h_z}{\partial \xi^2} + \varkappa \frac{\partial^2 h_y}{\partial \xi^2} + \beta \frac{\partial^3 h_y}{\partial \tau \partial \xi^2} \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(V h_z) = \frac{\partial u_z}{\partial \xi} - \frac{\partial^2 h_y}{\partial \xi^2} + \varkappa \frac{\partial^2 h_z}{\partial \xi^2} + \beta \frac{\partial^3 h_z}{\partial \tau \partial \xi^2}$$

$$h = \frac{H}{H_0}, \quad V = \frac{N_0}{N}, \quad u = \frac{u_p}{V_A}, \quad x_0 = \frac{x\omega_{0i}}{c}$$

$$\tau = \frac{V_A \omega_{0i}}{c} t, \quad \beta = \frac{m_e}{m_i}, \quad \varkappa = \frac{\nu_{\text{eff}}}{\omega_{eH}}$$

$$\omega_{0i} = \left(\frac{4\pi N_0 e^2}{m_i}\right)^{1/2}, \quad \omega_{eH} = \frac{eH_0}{m_e c}, \quad V_A = \frac{H_0}{(4\pi N_0 m_i)^{1/2}}$$

где $\nu_{\text{eff}}$ — эффективная частота столкновений, которая предполагается постоянной.

Эта система уравнений получена как частный случай системы (1.4) работы [4]. При решении задачи были поставлены следующие начальные и граничные условия:

$$u_x(\xi, 0) = u_y(\xi, 0) = u_z(\xi, 0) = 0, \quad x_0(\xi, 0) = \xi$$

$$V(\xi, 0) = 1, \quad h_z(\xi, 0) = h_y(\xi, 0) = 0, \quad h_y(0, \tau) = 0$$

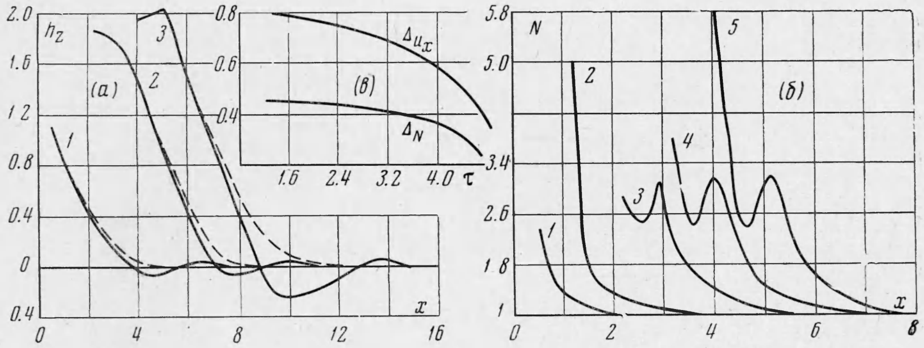
$$h_z(0, \tau) = Af(\tau), \quad \frac{\partial h_z}{\partial \xi}(\xi_{\max}, \tau) = \frac{\partial h_y}{\partial \xi}(\xi_{\max}, \tau) = 0 \tag{2}$$

$$A = H_{\sim}/H_0 = \text{const}$$

Здесь $A$ — амплитуда магнитного поля. Функция $f(\tau)$ бралась в виде

$$f(\tau) = 1 - \exp(-\omega\tau) \quad \text{или} \quad f(\tau) = \sin \omega\tau, \quad \omega = \omega_{\sim} / \omega_{iH}$$

Задача (1), (2) была решена на ЭВМ при помощи разностной схемы второго порядка точности. Типичные профили магнитного поля в зависимости от эйлеровой координаты $x$ для малых чисел Маха $M \lesssim 2$ в последовательные моменты времени приведены на фигуре, *а* (сплошные линии — для $h_z$, пунктирные линии — для $h_\perp = \sqrt{h_y^2 + h_z^2}$). Кривые *1*, *2*, *3* соответствуют значениям $\tau = 2.4, 4.8, 6.4$. Вычисления проводились для значений $\varkappa = 0.2$, $A = 2$, $M = 1.45$. При этих же значениях вычислялись профили плотности частиц в различные моменты времени, представленные на фигуре, *б*, где кривые *1*, *2*, *3*, *4*, *5* соответствуют значениям $\tau = 2.4, 4.0, 4.8, 5.6, 6.4$.




В соответствии с законом дисперсии волн [5], распространяющихся вдоль магнитного поля в области частот $\omega \sim \omega_{eH}$, профили поперечных компонент магнитного поля имеют осцилляторный характер. Пространственный период осцилляций порядка $c / \omega_{0i}$. Сдвиг фаз между $z$-компонентой и $y$-компонентой магнитного поля равен 90°. При сравнительно низких числах Маха сформировавшаяся ударная волна характеризуется приблизительно постоянной шириной фронта $\Delta$, так как нелинейные эффекты компенсируются диссипативными и дисперсионными эффектами. Вычисления при $\omega = 0.25$ и $\varkappa = 0.2$ показали, что увеличение амплитуды магнитного поля приводит к увеличению скорости установившейся ударной волны; так, значениям $A = 1.5, 2.0, 3.0$ соответствуют значения $M = 1.4, 1.45, 2.0$ и $\Delta = 4.6, 4.0, 3.0$.

В процессе формирования волны происходит непрерывное нарастание плотности. Появляющийся с течением времени перегиб на профиле плотности соответствует отходу волны от поршня. Дальнейшее нарастание магнитного поля на границе приводит к резкому сгребанию плазмы, результатом которого является скачок плотности в области поршня.

Увеличение амплитуды магнитного поля на границе приводит к резкой нестационарности волны; при этом сильно возрастает крутизна профиля плотности частиц и $x$-компоненты скорости (фигура, *в*). Такая перестройка структуры волны указывает на приближение к стадии опрокидывания. Например, для случая $A = 8$, $\varkappa = 0.5$ критическое число Маха $M_*$, при котором происходят описанные выше явления, $M_* \approx 4$.

Авторы благодарят Р. З. Сагдеева за ценные обсуждения.

Поступила 2 XII 1969

## ЛИТЕРАТУРА

1. Saffman P. G. Propagation of a solitary wave along a magnetic field in a cold collision-free plasma. J. Fluid Mech., 1961, vol. 11, pt. 1.
2. Тверской Б. А. Об одномерных автомодельных волнах, распространяющихся в плазме вдоль магнитного поля. ЖЭТФ, 1962, т. 42, вып. 3.
3. Патарая А. Д. Распространение нелинейных колебаний плазмы вдоль магнитного поля. Ж. техн. физ., 1962, т. 32, вып. 2.
4. Березин Ю. А. О цилиндрических волнах, распространяющихся поперек магнитного поля в разреженной плазме. ПМТФ, 1966, № 1.
5. Шафранов В. Д. Электромагнитные волны в плазме. Сб. «Вопросы теории плазмы», М., Атомиздат, 1963, вып. 3.